

# 目次

<b>第1章</b>	<b>式の計算</b>	
1	多項式の計算	2
2	乗法公式	8
3	多項式の計算の利用	16
4	因数分解	20
5	複雑な因数分解	28
6	因数分解の利用	32
7	式の計算を使った証明	36
<b>第2章</b>	<b>平方根</b>	
1	平方根	40
2	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の乗法の基礎	46
3	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の乗法の基礎	52
4	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の除法	56
5	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の乗除	60
6	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の加減の基礎	64
7	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の加減	68
8	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の四則混合	72
9	根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の応用問題	76
10	有理数と無理数	82
<b>第3章</b>	<b>2次方程式</b>	
1	2次方程式の解き方	86
2	複雑な2次方程式の解き方	90
3	2次方程式の解の公式	94
4	2次方程式の利用(1)	98
5	2次方程式の利用(2)	102
6	2次方程式の利用(3)	108
<b>第4章</b>	<b>2乗に比例する関数</b>	
1	2乗に比例する関数	112
2	2乗に比例する関数のグラフ	116
3	変域と変化の割合	120
4	2乗に比例する関数の利用	124
5	2乗に比例する関数のグラフの利用	128
6	2乗に比例する関数と方程式	132
7	いろいろな関数	136
<b>第5章</b>	<b>相似な図形</b>	
1	相似な図形	138
2	三角形の相似条件	142
3	相似の証明	146
4	相似の利用	150
5	平行線と比	154
6	平行線と比の利用	158
7	中点連結定理	162
8	中点連結定理を使う証明	166
9	相似な図形の面積比と体積比	170
<b>第6章</b>	<b>円周角と中心角</b>	
1	円周角と中心角	174
2	円の性質の利用	180
<b>第7章</b>	<b>三平方の定理</b>	
1	三平方の定理	184
2	平面図形での利用	188
3	特別な直角三角形	192
4	特別な直角三角形の利用	196
5	立体図形での利用	202
6	三角すい・四角すいでの利用	206
7	方程式と三平方の定理	210

## 多項式の計算

1

## 例1 単項式×多項式

次の計算をなさい。

①  $3x(2x-5y)$

$$\begin{aligned} & \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} 3x(2x-5y) \\ &= 6x^2 - 15xy \end{aligned}$$

②  $(3x^2-7y) \times (-4y)$

$$\begin{aligned} & \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} (3x^2-7y) \times \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} (-4y) \\ &= -12x^2y + 28y^2 \end{aligned}$$

ポイント

$$\square(\bigcirc + \triangle) = \square \times \bigcirc + \square \times \triangle \quad (\bigcirc + \triangle) \times \square = \bigcirc \times \square + \triangle \times \square$$

## 例2 多項式÷単項式

次の計算をなさい。

①  $(12x^2y-8y) \div 6y$

$$(12x^2y-8y) \div 6y$$

$$\begin{aligned} & \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} (12x^2y-8y) \times \overset{\div 6y \rightarrow \times \frac{1}{6y}}{\curvearrowright} \frac{1}{6y} \\ &= \frac{12x^2y}{6y} - \frac{8y}{6y} \quad \text{約分する} \\ &= 2x^2 - \frac{4}{3} \end{aligned}$$

②  $(8xy+10y^2) \div \frac{4}{3}xy$

$$(8xy+10y^2) \div \frac{4}{3}xy$$

$$\begin{aligned} & \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} (8xy+10y^2) \times \overset{\div \frac{4}{3}xy \rightarrow \times \frac{3}{4xy}}{\curvearrowright} \frac{3}{4xy} \\ &= \frac{8xy}{\frac{4}{3}xy} + \frac{10y^2}{\frac{4}{3}xy} \quad \text{約分する} \\ &= 6 + \frac{15y}{2x} \end{aligned}$$

ポイント

$$\div \bigcirc \rightarrow \times \frac{1}{\bigcirc} \quad \div \frac{\triangle}{\bigcirc} \rightarrow \times \frac{\bigcirc}{\triangle}$$

## 例3 同類項をまとめる

次の計算をなさい。

①  $2x(x+4y)-3y(2x-y)$

$$\begin{aligned} & \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} 2x(x+4y) - \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} 3y(2x-y) \\ &= 2x^2 + 8xy - 6xy + 3y^2 \\ &= 2x^2 + 2xy + 3y^2 \quad \text{同類項をまとめる} \end{aligned}$$

②  $-x(2x+5y)+3x(4x+3y)$

$$\begin{aligned} & \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} -x(2x+5y) + \overset{\text{かける}}{\curvearrowright} 3x(4x+3y) \\ &= -2x^2 - 5xy + 12x^2 + 9xy \\ &= 10x^2 + 4xy \quad \text{同類項をまとめる} \end{aligned}$$

ポイント

$$3x \text{と} -4x, y^2 \text{と} 4y^2, -2xy \text{と} 5xy \text{などは同類項} \quad 2x \text{と} 3x^2 \text{は同類項でない}$$

練習1 次の計算をなさい。

①  $4x(3x-2y)$

②  $-3a(a+5ab)$

③  $2xy(4x^2-y)$

④  $(5ab^2+3b) \times 4a$

⑤  $(2x-3xy) \times (-xy)$

⑥  $(6ab+8a) \times \frac{1}{2}b$

練習2 次の計算をなさい。

①  $(12xy-9x) \div 3x$

②  $(8a^2-6a) \div (-2a)$

③  $(5x+3xy) \div 6x$

④  $(6a+3b) \div (-4ab)$

⑤  $(4x^2y-6xy) \div \frac{2}{3}x$

⑥  $(3a-4a^2b) \div (-\frac{3}{5}ab)$

練習3 次の計算をなさい。

①  $3x(2x-5y)+2x(3x-y)$

②  $2x(4x-y)-5y(2x-3y)$

③  $y(4x-3y)-2y(x-3y)$

④  $-2x(x-3y)+2y(4x-5y)$

## 例4 展開(多項式×多項式)

次の式を展開しなさい。

①  $(a-2b)(3x+4y)$

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{1} \text{ かける} \\
 (a-2b)(3x+4y) \\
 \textcircled{2} \text{ かける} \\
 \textcircled{3} \text{ かける} \quad \textcircled{4} \text{ かける} \\
 = 3ax + 4ay - 6bx - 8by
 \end{array}$$

②  $(2x+3y)(3x-y)$

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{1} \text{ かける} \\
 (2x+3y)(3x-y) \\
 \textcircled{2} \text{ かける} \\
 \textcircled{3} \text{ かける} \quad \textcircled{4} \text{ かける} \\
 = 6x^2 - 2xy + 9xy - 3y^2 \\
 \text{同類項をまとめる} \\
 = 6x^2 + 7xy - 3y^2
 \end{array}$$

③  $(x-2y+3)(3x+y-4)$

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{1} \text{ かける} \\
 (x-2y+3)(3x+y-4) \\
 \textcircled{2} \text{ かける} \quad \textcircled{3} \text{ かける} \quad \textcircled{4} \text{ かける} \\
 \textcircled{5} \text{ かける} \quad \textcircled{6} \text{ かける} \quad \textcircled{7} \text{ かける} \quad \textcircled{8} \text{ かける} \quad \textcircled{9} \text{ かける} \\
 = 3x^2 + xy - 4x - 6xy - 2y^2 + 8y + 9x + 3y - 12 \\
 \text{同類項をまとめる} \\
 = 3x^2 - 5xy + 5x - 2y^2 + 11y - 12
 \end{array}$$

## ポイント

式の展開→かっこをはずして単項式の和にすることを展開するという。

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

練習4 次の式を展開しなさい。

①  $(a-4)(2b+5)$

②  $(3a-4)(2b-7)$

③  $(3x-5a)(2x+3b)$

④  $(2x+6y)(a+4b)$

⑤  $(x-5)(2x+6)$

⑥  $(3a+2)(3a-4)$

⑦  $(x-4)(x+4)$

⑧  $(2a+5b)(a-3b)$

⑨  $(4x + 5y)(3x - 2y)$

⑩  $(3a + 5b)(3a - 5b)$

⑪  $(a + 1)(2a^2 - a - 4)$

⑫  $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$

⑬  $(a - 2)(x^2 + 3x - 1)$

⑭  $(a - b - 5)(x + y + 4)$

⑮  $(x - 2y - 5)(x + 3y + 4)$

⑯  $(a + 4b - 5)(a + 4b + 2)$

⑰  $(x - y + 8)(x - y - 8)$

1 次の計算をなさい。(6点×3=18点)▶p2 例1

①  $3x(2x-5y)$

②  $(2ab+3b) \times (-4b)$

③  $\frac{1}{2}xy(6x-3y)$

2 次の計算をなさい。(7点×3=21点)▶p2 例2

①  $(6a^2-9a) \div (-3a)$

②  $(2x+5xy) \div 4x$

③  $(3xy^2-4xy) \div \frac{3}{4}xy$

3 次の計算をなさい。(6点×2=12点)▶p2 例3

①  $2x(x-4y)+3x(5x+2y)$

②  $4a(2a-3b)-b(4a+5b)$

4 次の式を展開しなさい。(7点×7=49点)▶p4 例4

①  $(x-2)(3y+4)$

②  $(a-2x)(a+3y)$

③  $(x-5)(2x-3)$

④  $(a+4b)(a+3b)$

⑤  $(a+3)(a^2-3a+9)$

⑥  $(x-y)(x^2-2xy+3y^2)$

⑦  $(2x-y-6)(3x+2y-5)$



## 例1 乗法公式1-1

次の式を展開しなさい。

①  $(x+5)(x-3)$

全く同じもの

同じ種類のもの

$$\begin{aligned} & (\overbrace{(x+5)}^{\text{かける}})(\overbrace{(x-3)}^{\text{かける}}) \\ & = x^2 + 2x - 15 \\ & \quad \text{+5と-3をたしたものに} \\ & \quad \text{xをかける} \end{aligned}$$

②  $(x-2y)(x-4y)$

全く同じもの

同じ種類のもの

$$\begin{aligned} & (\overbrace{(x-2y)}^{\text{かける}})(\overbrace{(x-4y)}^{\text{かける}}) \\ & = x^2 - 6xy + 8y^2 \\ & \quad \text{-2yと-4yをたしたものに} \\ & \quad \text{xをかける} \end{aligned}$$

## ポイント

## 乗法公式1

 $(x+5)(x-3)$ を展開すると

$$x^2 - 3x + 5x - 15 = x^2 + 2x - 15$$

同類項をまとめられる

$$(\bigcirc + 5)(\bigcirc - 3) = \bigcirc^2 + 2\bigcirc - 15$$

xとx, 3xと3xなど  
全く同じもの数と数, 2yと3yなど  
同じ種類のもの

●公式にあてはまる

$$(x+2)(x-5)$$

$$(x-3y)(x-4y)$$

$$(3x+2)(3x-5)$$

$$(2x+5y)(2x+3y)$$

✗公式にあてはまらない

$$(x+2)(3x-5)$$

$$(4x+3)(x-1)$$

$$(x-a)(x-1)$$

$$(x+2)(x-5y)$$

## 例2 乗法公式1-2

次の式を展開しなさい。

①  $(3x+4)(3x-8)$

全く同じもの

同じ種類のもの

$$\begin{aligned} & (\overbrace{(3x+4)}^{\text{かける}})(\overbrace{(3x-8)}^{\text{かける}}) \\ & = 9x^2 - 12x - 32 \\ & \quad \text{+4と-8をたしたもの(-4)に} \\ & \quad \text{3xをかける} \end{aligned}$$

②  $(2x-5y)(2x-3y)$

全く同じもの

同じ種類のもの

$$\begin{aligned} & (\overbrace{(2x-5y)}^{\text{かける}})(\overbrace{(2x-3y)}^{\text{かける}}) \\ & = 4x^2 - 16xy + 15y^2 \\ & \quad \text{-5yと-3yをたしたもの(-8y)に} \\ & \quad \text{2xをかける} \end{aligned}$$

## ポイント

## 乗法公式1

$$(\bigcirc + 5)(\bigcirc + 6) = \bigcirc^2 + 11\bigcirc + 30$$

xとx, 3xと3xなど  
全く同じもの数と数, 2yと3yなど  
同じ種類のもの

●公式にあてはまる

$$(x+2)(x-5)$$

$$(x-3y)(x-4y)$$

$$(3x+2)(3x-5)$$

$$(2x+5y)(2x+3y)$$

✗公式にあてはまらない

$$(x+2)(3x-5)$$

$$(4x+3)(x-1)$$

$$(x-a)(x-1)$$

$$(x+2)(x-5y)$$

**練習1** 次の式を展開しなさい。

①  $(x+2)(x+5)$       ②  $(x+4)(x-3)$       ③  $(x-6)(x-1)$

④  $(x-9)(x+6)$       ⑤  $(x+1)(x-8)$       ⑥  $(x-7)(x-4)$

⑦  $(x-1)(x+6)$       ⑧  $(x+4)(x+5)$       ⑨  $(x-2)(x-7)$

⑩  $(x+y)(x-7y)$       ⑪  $(x-7y)(x+3y)$       ⑫  $(x+2y)(x+4y)$

⑬  $(x-5y)(x-6y)$       ⑭  $(x+8y)(x+4y)$       ⑮  $(x+5y)(x-3y)$

⑯  $(x-5y)(x+9y)$       ⑰  $(x-9y)(x-3y)$       ⑱  $(x+3y)(x-y)$

**練習2** 次の式を展開しなさい。

①  $(2x-3)(2x+5)$       ②  $(4x-2)(4x-6)$       ③  $(3x+4)(3x-8)$

④  $(5x-1)(5x+4)$       ⑤  $(4x+7)(4x-9)$       ⑥  $(2x+5)(2x+6)$

⑦  $(3x-3)(3x+5)$       ⑧  $(5x+5)(5x+2)$       ⑨  $(2x-5)(2x-8)$

⑩  $(6x+y)(6x+7y)$       ⑪  $(3x-2y)(3x+4y)$       ⑫  $(4x+3y)(4x-y)$

⑬  $(2x-8y)(2x-3y)$       ⑭  $(3x+7y)(3x-2y)$       ⑮  $(8x-9y)(8x-y)$

⑯  $(7x-6y)(7x+5y)$       ⑰  $(4x+5y)(4x-6y)$       ⑱  $(9x-4y)(9x-8y)$

## 例3 乗法公式2-1

次の式を展開しなさい。

①  $(x+6)^2$

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} (x+6)^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{2乗} \quad \text{2乗} \end{array} \\ = x^2 + 12x + 36 \\ \text{㊦ } x \times 6 \times 2 \end{array}$$

②  $(x-3y)^2$

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} (x-3y)^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{2乗} \quad \text{2乗} \end{array} \\ = x^2 - 6xy + 9y^2 \\ \text{㊦ } x \times (-3y) \times 2 \end{array}$$

## ポイント

## 乗法公式2

 $(x+6)^2$ を展開すると

$$(x+6)^2 = (x+6)(x+6) = x^2 + \underbrace{6x+6x} + 36 = x^2 + 12x + 36$$

$x \times 6$ が2つできる  $\xrightarrow{\quad}$   $x \times 6 \times 2$ とする

 $(x-3y)^2$ を展開すると

$$(x-3y)^2 = (x-3y)(x-3y) = x^2 - \underbrace{3xy-3xy} + 9y^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$x \times (-3y)$ が2つできる  $\xrightarrow{\quad}$   $x \times (-3y) \times 2$ とする

$$(O \pm \Delta)^2 = O^2 \pm 2O\Delta + \Delta^2$$

$$\text{㊦ } O \times \Delta \times 2$$

✕正しくない

$$\begin{array}{l} (x+6)^2 \\ = x^2 + 36 \end{array}$$

✕正しくない

$$\begin{array}{l} (x-3y)^2 \\ = x^2 - 9y^2 \end{array}$$

## 例4 乗法公式2-2

次の式を展開しなさい。

①  $(3x+4)^2$

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} (3x+4)^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{2乗} \quad \text{2乗} \end{array} \\ = 9x^2 + 24x + 16 \\ \text{㊦ } 3x \times 4 \times 2 \end{array}$$

②  $(3x-5y)^2$

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} (3x-5y)^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{2乗} \quad \text{2乗} \end{array} \\ = 9x^2 - 30xy + 25y^2 \\ \text{㊦ } 3x \times (-5y) \times 2 \end{array}$$

## ポイント

## 乗法公式2

 $(3x+4)^2$ を展開すると

$$(3x+4)^2 = (3x+4)(3x+4) = 9x^2 + \underbrace{12x+12x} + 16 = 9x^2 + 24x + 16$$

$3x \times 4$ が2つできる  $\xrightarrow{\quad}$   $3x \times 4 \times 2$ とする

 $(3x-5y)^2$ を展開すると

$$(3x-5y)^2 = (3x-5y)(3x-5y) = 9x^2 - \underbrace{15xy-15xy} + 25y^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$$

$3x \times (-5y)$ が2つできる  $\xrightarrow{\quad}$   $3x \times (-5y) \times 2$ とする

$$(O \pm \Delta)^2 = O^2 \pm 2O\Delta + \Delta^2$$

$$\text{㊦ } O \times \Delta \times 2$$

**練習3** 次の式を展開しなさい。

①  $(x+2)^2$

②  $(x-5)^2$

③  $(x+1)^2$

④  $(x-3)^2$

⑤  $(x+4)^2$

⑥  $(x-8)^2$

⑦  $(x-7)^2$

⑧  $(x+\frac{3}{2})^2$

⑨  $(x-\frac{1}{2})^2$

⑩  $(x+3y)^2$

⑪  $(x-5y)^2$

⑫  $(x+6y)^2$

⑬  $(x+4y)^2$

⑭  $(x-2y)^2$

⑮  $(x+9y)^2$

⑯  $(x-y)^2$

⑰  $(x+\frac{1}{2}y)^2$

⑱  $(x-\frac{5}{2}y)^2$

**練習4** 次の式を展開しなさい。

①  $(2x-3)^2$

②  $(4x-2)^2$

③  $(3x+4)^2$

④  $(5x-1)^2$

⑤  $(4x+7)^2$

⑥  $(2x+5)^2$

⑦  $(3x-5)^2$

⑧  $(2x+3)^2$

⑨  $(4x+1)^2$

⑩  $(2x+7y)^2$

⑪  $(3x-2y)^2$

⑫  $(4x+3y)^2$

⑬  $(5x+2y)^2$

⑭  $(2x-5y)^2$

⑮  $(3x+5y)^2$

⑯  $(6x+3y)^2$

⑰  $(4x-2y)^2$

⑱  $(2x+3y)^2$

## 例5 乗法公式3

次の式を展開しなさい。

①  $(x+6)(x-6)$

全く同じもの 片方が+で、もう片方が-

$$\begin{aligned} & (\overbrace{(x+6)}^{\text{かける}})(\overbrace{(x-6)}^{\text{かける}}) \\ & = x^2 - 36 \end{aligned}$$

必ず -

②  $(3x+5y)(3x-5y)$

全く同じもの 片方が+で、もう片方が-

$$\begin{aligned} & (\overbrace{(3x+5y)}^{\text{かける}})(\overbrace{(3x-5y)}^{\text{かける}}) \\ & = 9x^2 - 25y^2 \end{aligned}$$

必ず -

## ポイント

## 乗法公式3

 $(x+6)(x-6)$ を展開すると

$$(x+6)(x-6) = x^2 - 6x + 6x - 36 = x^2 - 36$$

消える

 $(3x+5y)(3x-5y)$ を展開すると

$$(3x+5y)(3x-5y) = 9x^2 - 15xy + 15xy - 25y^2 = 9x^2 - 25y^2$$

消える

$$(O + \Delta)(O - \Delta) = O^2 - \Delta^2$$

ここは必ず -

数、 $x$ 、 $3x$  など全く同じもの 片方が+で、もう片方が-

## 例6 乗法公式のまとめ

次の式を展開しなさい。

## 公式1

$$\begin{aligned} & (x+4)(x-6) \\ & = x^2 - 2x - 24 \end{aligned}$$

+4と-6をたしたものに  $x$  をかける

## 公式1

$$\begin{aligned} & (3x-5y)(3x-2y) \\ & = 9x^2 - 21xy + 10y^2 \end{aligned}$$

-5yと-2yをたしたものに  $3x$  をかける

## 公式2

$$\begin{aligned} & (x+3)^2 \\ & = x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

$x \times 3 \times 2$

## 公式2

$$\begin{aligned} & (3x-4y)^2 \\ & = 9x^2 - 24xy + 16y^2 \end{aligned}$$

$3x \times (-4y) \times 2$

## 公式3

$$\begin{aligned} & (x+4)(x-4) \\ & = x^2 - 16 \end{aligned}$$

ここは必ず -  
マイナス

## 公式3

$$\begin{aligned} & (2x+5y)(2x-5y) \\ & = 4x^2 - 25y^2 \end{aligned}$$

ここは必ず -  
マイナス

公式にあてはまらない

$$\begin{aligned} & (2x+5)(x-5) \\ & = 2x^2 - 10x + 5x - 25 = 2x^2 - 5x - 25 \end{aligned}$$

■練習5 次の式を展開しなさい。

①  $(x+2)(x-2)$

②  $(x+5)(x-5)$

③  $(x+1)(x-1)$

④  $(x+4)(x-4)$

⑤  $(x+3)(x-3)$

⑥  $(x+9)(x-9)$

⑦  $(x+7)(x-7)$

⑧  $(x+\frac{3}{2})(x-\frac{3}{2})$

⑨  $(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2})$

⑩  $(x+3y)(x-3y)$

⑪  $(x+5y)(x-5y)$

⑫  $(x+6y)(x-6y)$

⑬  $(3x+4y)(3x-4y)$

⑭  $(5x+2y)(5x-2y)$

⑮  $(2x+9y)(2x-9y)$

⑯  $(4x+3y)(4x-3y)$

⑰  $(6x+\frac{1}{3}y)(6x-\frac{1}{3}y)$

⑱  $(8x+\frac{3}{4}y)(8x-\frac{3}{4}y)$

■練習6 次の式を展開しなさい。

①  $(x-3)^2$

②  $(x-2)(x+8)$

③  $(x+4)(x-4)$

④  $(5x-1)(x+2)$

⑤  $(x+7)^2$

⑥  $(x+5)(x+10)$

⑦  $(x+5)(x-5)$

⑧  $(2x+3)(x-3)$

⑨  $(4x+1)^2$

⑩  $(2x-7)(2x-5)$

⑪  $(5x+y)(5x-y)$

⑫  $(3x+y)^2$

⑬  $(2x+2)(4x-1)$

⑭  $(2x-5y)^2$

⑮  $(3x+5y)(3x-5y)$

⑯  $(6x+4y)^2$

⑰  $(4x-2y)(4x+5y)$

⑱  $(2x+3y)^2$

1 次のを展開しなさい。(2点×6=12点) ▶p8 例1 例2

①  $(x+3)(x-10)$       ②  $(x-7)(x-9)$       ③  $(x-6y)(x+y)$

④  $(3x+2)(3x+5)$       ⑤  $(2x+4)(2x-9)$       ⑥  $(2x-5y)(2x-3y)$

2 次のを展開しなさい。(2点×6=12点) ▶p8 例3 例4

①  $(x+3)^2$       ②  $(x-1)^2$       ③  $(x+y)^2$

④  $(x-4y)^2$       ⑤  $(3x+2)^2$       ⑥  $(2x-5y)^2$

3 次のを展開しなさい。(2点×6=12点) ▶p8 例5

①  $(x+6)(x-6)$       ②  $(x+1)(x-1)$       ③  $(3x+2)(3x-2)$

④  $(x+4y)(x-4y)$       ⑤  $(5x+3)(5x-3)$       ⑥  $(4x+7y)(4x-7y)$

4 次のを展開しなさい。(4点×16=64点) ▶p8 例6

①  $(x-5)^2$       ②  $(x-1)(x+9)$       ③  $(x+7)(x-7)$

④  $(2x-3)(x-5)$       ⑤  $(4x+y)(4x-y)$       ⑥  $(3x+1)^2$

⑦  $(4x+2)(4x-1)$       ⑧  $(x-5y)^2$       ⑨  $(6x+5)(6x-5)$

⑩  $(x-1)(4x+3)$       ⑪  $(3x+2y)^2$       ⑫  $(x+5y)(x+8y)$

⑬  $(2x+5)(2x-5)$       ⑭  $(5x+3)(x-3)$       ⑮  $(4x-5y)^2$

⑯  $(3x+7y)(3x-2y)$

## 確認問題 1-2-B

1 次のを展開しなさい。(2点×6=12点)▶p8 例1▶例2▶

①  $(x-2)(x-8)$       ②  $(x+6)(x-10)$       ③  $(x-2y)(x+3y)$

④  $(2x+1)(2x+7)$       ⑤  $(4x-2)(4x-5)$       ⑥  $(3x+y)(3x-7y)$

2 次のを展開しなさい。(2点×6=12点)▶p8 例3▶例4▶

①  $(x-6)^2$       ②  $(x+5)^2$       ③  $(x+3y)^2$

④  $(x-y)^2$       ⑤  $(2x+5)^2$       ⑥  $(3x-4y)^2$

3 次のを展開しなさい。(2点×6=12点)▶p8 例5▶

①  $(x+3)(x-3)$       ②  $(x+4)(x-4)$       ③  $(5x+1)(5x-1)$

④  $(x+6y)(x-6y)$       ⑤  $(3x+8)(3x-8)$       ⑥  $(2x+9y)(2x-9y)$

4 次のを展開しなさい。(4点×16=64点)▶p8 例6▶

①  $(x-7)^2$       ②  $(x-6)(x+1)$       ③  $(x+9)(x-9)$

④  $(2x-3)(4x+3)$       ⑤  $(3x+2)^2$       ⑥  $(x+5)(x+8)$

⑦  $(4x+6)(4x-6)$       ⑧  $(7x+2)(2x-1)$       ⑨  $(6x-y)^2$

⑩  $(3x+8)(3x-2)$       ⑪  $(2x-6y)^2$       ⑫  $(4x+9y)(4x-9y)$

⑬  $(2x-4)(2x-6)$       ⑭  $(x+y)(x-y)$       ⑮  $(3x+8y)^2$

⑯  $(5x-6y)(5x-4y)$

## 多項式の計算の利用

## 例1 複雑な多項式の計算

次の式を展開し、簡単にしなさい。

①  $4(x+5)(x-3) - 3(x-4)^2$

②  $3(x+4)(x-4) - (3x+2)(x-2)$

$$4(x+5)(x-3) - 3(x-4)^2$$

p8 公式1

p10 公式2

$$= 4(x^2 + 2x - 15) - 3(x^2 - 8x + 16)$$

$$= 4x^2 + 8x - 60 - 3x^2 + 24x - 48$$

$$= x^2 + 32x - 108$$

$$3(x+4)(x-4) - (3x+2)(x-2)$$

p12 公式3

公式にあてはまらない

$$= 3(x^2 - 16) - (3x^2 - 6x + 2x - 4)$$

$$= 3x^2 - 48 - (3x^2 - 4x - 4)$$

④ かつこをつける

$$= 3x^2 - 48 - 3x^2 + 4x + 4$$

$$= 4x - 44$$

## ポイント

公式1

$$(x+4)(x-6)$$

$$= x^2 - 2x - 24$$

+4と-6をたしたものに x をかける

公式1

$$(3x-5y)(3x-2y)$$

$$= 9x^2 - 21xy + 10y^2$$

-5yと-2yをたしたものに 3x をかける

公式2

$$(x+3)^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

x × 3 × 2

公式2

$$(3x-4y)^2$$

$$= 9x^2 - 24xy + 16y^2$$

3x × (-4y) × 2

公式3

$$(x+4)(x-4)$$

$$= x^2 - 16$$

ここは必ず - マイナス

公式3

$$(2x+5y)(2x-5y)$$

$$= 4x^2 - 25y^2$$

ここは必ず - マイナス

公式にあてはまらない

$$(2x+5)(x-5)$$

$$= 2x^2 - 10x + 5x - 25 = 2x^2 - 5x - 25$$

## 例2 乗法公式の利用

乗法公式を利用して次の計算をしなさい。

①  $102^2$

$$= (100+2)^2$$

p10 公式2

$$= 10000 + 400 + 4$$

$$= 10404$$

②  $97^2$

$$= (100-3)^2$$

p10 公式2

$$= 10000 - 600 + 9$$

$$= 9409$$

③  $104 \times 96$

p12 公式3

$$= (100+4) \times (100-4)$$

$$= 10000 - 16$$

$$= 9984$$

ここは必ず - マイナス

## ポイント

$$(\circ \pm \Delta)^2 = \circ^2 \pm 2\circ\Delta + \Delta^2$$

○ × Δ × 2

$$(\circ + \Delta)(\circ - \Delta) = \circ^2 - \Delta^2$$

ここは必ず - マイナス

数、x、3x など全く同じもの 片方が+、もう片方が-

■練習1 次の式を展開し、簡単にしなさい。

①  $2(x-6)(x+4)+3(x+2)^2$

②  $2(x-1)^2-4(x+3)(x-3)$

③  $4(x+5)(x-5)-3(x+4)(x-6)$

④  $2(x+4)^2-(3x-2)(x+8)$

⑤  $3(x-6y)(2x-3y)+2(x+8y)(x-8y)$

⑥  $2(x+5y)(x-2y)-2(x+3y)^2$

■練習2 乗法公式を利用して次の計算をしなさい。

①  $103^2$

②  $98^2$

③  $102 \times 98$

1 次の式を展開し、簡単にしなさい。(14点×5=70点)▶p16 例1

①  $2(x+3)^2 - 2(x-2)(x+9)$

②  $3(x-4)(x-1) + 2(x+8)(x-8)$

③  $2(x+3)(x-3) - 3(x+5)^2$

④  $2(x+1)^2 + 4(2x-5)(x+5)$

⑤  $2(x-3y)(x-5y) - 3(x+4y)(x-4y)$

2 乘法公式を利用して次の計算をしなさい。(10点×3=30点)▶p16 例2

①  $101^2$

②  $95^2$

③  $103 \times 97$

# 確認問題 1-3-B

**1** 次の式を展開し、簡単にしなさい。(14点×5=70点)▶p16 例1

①  $3(x-4)^2 - 2(x+5)(x-5)$

②  $4(x-5)(x+8) + 2(x-6)^2$

③  $2(x+3)^2 - (4x-3)(x+6)$

④  $2(x+9)(x-9) - 4(x+3)(x-7)$

⑤  $2(2x-3y)(2x+5y) - (x+4y)(x-4y)$

**2** 乗法公式を利用して次の計算をしなさい。(10点×3=30点)▶p16 例2

①  $105^2$

②  $94^2$

③  $107 \times 93$

# 因 数 分 解

## 例1 共通因数の利用(1)

次の式を因数分解しなさい。

①  $5x - 15y$

5も15も割れる数のうちで  
最も大きい数を( )の前に出す

$$= 5(x - 3y)$$

共通因数

( )の中は展開したとき  
もとの $5x - 15y$ になるようにする

②  $18a + 12b - 6$

18も12も6も割れる数のうちで  
最も大きい数を( )の前に出す

$$= 6(3a + 2b - 1)$$

共通因数

( )の中は展開したとき、もとの  
 $18a + 12b - 6$ になるようにする

ポイント

$18a + 12b - 6$ の因数分解

正しくない

$$\begin{aligned} & 18a + 12b - 6 \\ & = 2(9a + 6b - 3) \end{aligned}$$

正しくない

$$\begin{aligned} & 18a + 12b - 6 \\ & = 3(6a + 4b - 2) \end{aligned}$$

正しい

$$\begin{aligned} & 18a + 12b - 6 \\ & = 6(3a + 2b - 1) \end{aligned}$$

## 例2 共通因数の利用(2)

次の式を因数分解しなさい。

①  $ax - ay$

各項に共通にかけてある文字を  
( )の前に出す

$$= a(x - y)$$

共通因数

( )の中は展開したとき  
もとの $ax - ay$ になるようにする

②  $x^3y + x^2y^2 - x^2y$

各項に共通にかけてある文字を  
( )の前に出す

$$= x^2y(x + y - 1)$$

共通因数

( )の中は展開したとき、もとの  
 $x^3y + x^2y^2 - x^2y$ になるようにする

ポイント

$x^3y + x^2y^2 - x^2y$ の因数分解

正しくない

$$\begin{aligned} & x^3y + x^2y^2 - x^2y \\ & = x^2(xy + y^2 - y) \end{aligned}$$

正しくない

$$\begin{aligned} & x^3y + x^2y^2 - x^2y \\ & = xy(x^2y + xy - x) \end{aligned}$$

正しい

$$\begin{aligned} & x^3y + x^2y^2 - x^2y \\ & = x^2y(x + y - 1) \end{aligned}$$

## 例3 共通因数の利用(3)

次の式を因数分解しなさい。

①  $12a^3x - 6a^2x$

12も6も割れる数のうちで  
最も大きい数と  
各項に共通にかけてある文字を  
( )の前に出す

$$= 6a^2x(2a - 1)$$

共通因数

( )の中は展開したとき  
もとの $12a^3x - 6a^2x$ になるようにする

②  $-9xy^3 + 6x^2y^2$

9も6も割れる数のうちで  
最も大きい数と  
各項に共通にかけてある文字を  
( )の前に出す

$$= -3xy^2(3y - 2x)$$

共通因数

( )の中は展開したとき  
もとの $-9xy^3 + 6x^2y^2$ になるようにする

ポイント

$12a^3x - 6a^2x$ の因数分解

正しくない

$$\begin{aligned} & 12a^3x - 6a^2x \\ & = 6x(2a^3 - a^2) \end{aligned}$$

正しくない

$$\begin{aligned} & 12a^3x - 6a^2x \\ & = 3a^2x(4a - 2) \end{aligned}$$

正しい

$$\begin{aligned} & 12a^3x - 6a^2x \\ & = 6a^2x(2a - 1) \end{aligned}$$

■練習1 次の式を因数分解しなさい。

①  $5x - 10y$

②  $6a + 8b$

③  $4x^2 - 4xy - 2y^2$

④  $12a - 9b + 3$

⑤  $15x - 20y - 10$

⑥  $6x^2 + 8y - 12x$

⑦  $9a^2 + 12b + 3$

⑧  $6 + 8x - 10y$

⑨  $3y^2 - 18y + 9x$

■練習2 次の式を因数分解しなさい。

①  $ax + ay$

②  $ab - b$

③  $amx + amy$

④  $a^2b - ab^2$

⑤  $x^2y - 6x^2$

⑥  $4a^2b^2 + 5ab^2$

⑦  $x^2y - xy + yz$

⑧  $a^2b^3 + a^3b^2 + a^3b^3$

⑨  $x^4 - x^3 + 5x^2$

■練習3 次の式を因数分解しなさい。

①  $6ax - 8ay$

②  $12xy + 9y$

③  $15x^2 - 5x$

④  $14a^2b + 28ab$

⑤  $-4xy - 12xy^2$

⑥  $10a^2b + 15a^3b$

⑦  $15x - 25x^2y$

⑧  $-8x^2y - 4xy$

⑨  $9a^2b + 12ab + 3a$

⑩  $6x^2y + 8xy - 10yz$

⑪  $10x^2y - 10xy + 5y$

⑫  $6ab + 18ab^2 + 6ab^3$

⑬  $x^2y^3 - 4xy^2 + 2y^2$

⑭  $-4a^3 + 8a^2b + 2a^2$

⑮  $6x^2y^2 - 18xy + 12x^2y$

⑯  $a + 8ab^2 - 6a^2$

## 例4 因数分解の公式1

次の式を因数分解しなさい。

①  $x^2 + 3x - 10$

$$= (x+5)(x-2)$$

(x-2)(x+5)でもよい

必ずこのようになる  
(x ) (x )
とをかけたとき  
とをたすと+3

②  $x^2 - 8x + 12$

$$= (x-6)(x-2)$$

(x-2)(x-6)でもよい

必ずこのようになる  
(x ) (x )
とをかけたとき+12  
とをたすと-8

## ポイント

因数分解の公式1

 $x^2 + \text{○}x + \text{△} = (x \text{ })(x \text{ })$  のように因数分解できる。

数

数

とをかけたとき△  
とをたすと○

○公式1にあてはまる

$x^2 - 4x - 12$

$x^2 + 6x + 5$

$x^2 - 5x + 4$

$x^2 + 8x - 9$

×公式1にあてはまらない

$4x^2 - 4x + 1$

$9x^2 + 12x + 4$

$x^2 - 16$

$4x^2 - 20xy + 25y^2$

 $x^2 - 8x + 12$  の因数分解

×正しくない

$x^2 - 8x + 12$

$= (x+3)(x+4)$

×正しくない

$x^2 - 8x + 12$

$= (x-1)(x-12)$

×正しくない

$x^2 - 8x + 12$

$= (x+6)(x+2)$

○正しい

$x^2 - 8x + 12$

$= (x-6)(x-2)$

## 例5 因数分解の公式2

次の式を因数分解しなさい。

①  $x^2 + 6x + 9$

$$= (x+3)^2$$

プラスのときプラス

 $\text{○}^2 \pm 2\text{○}\Delta + \Delta^2$   
 $= (\text{○} \pm \Delta)^2$  にあてはまる

②  $9x^2 - 12xy + 4y^2$

$$= (3x-2y)^2$$

マイナスのときマイナス

 $\text{○}^2 \pm 2\text{○}\Delta + \Delta^2$   
 $= (\text{○} \pm \Delta)^2$  にあてはまる

## ポイント

因数分解の公式2

 $\text{○}^2 \pm 2\text{○}\Delta + \Delta^2 = (\text{○} \pm \Delta)^2$  $\text{○} \times \Delta \times 2$ 

○公式2にあてはまる

$x^2 - 2x + 1$

$x^2 + 8x + 16$

$4x^2 - 12x + 9$

$x^2 + 2xy + y^2$

$25x^2 - 20xy + 4y^2$

×公式2にあてはまらない

$x^2 - 5x + 4$

$x^2 + 10x + 16$

$x^2 - 25$

$4x^2y - 20xy + 25y^2$

 $9x^2 - 12xy + 4y^2$  の因数分解

×正しくない

$9x^2 - 12xy + 4y^2$

$= (3x+2y)^2$

×正しくない

$9x^2 - 12xy + 4y^2$

$= (3x-6y)^2$

×正しくない

$9x^2 - 12xy + 4y^2$

$= (x-2y)^2$

○正しい

$9x^2 - 12xy + 4y^2$

$= (3x-2y)^2$

**練習4** 次の式を因数分解しなさい。

①  $x^2 + 4x + 3$

②  $x^2 + 6x - 7$

③  $x^2 - 4x - 5$

④  $x^2 + x - 2$

⑤  $x^2 + 14x + 13$

⑥  $x^2 - 12x + 11$

⑦  $x^2 - 10x + 9$

⑧  $x^2 - 2x - 8$

⑨  $x^2 + 5x + 6$

⑩  $x^2 + 3x - 10$

⑪  $x^2 - 8x + 15$

⑫  $x^2 + 5x + 4$

⑬  $x^2 - 4x - 12$

⑭  $x^2 - 12x + 20$

⑮  $x^2 + 11x + 18$

⑯  $x^2 + 5x - 24$

⑰  $x^2 + 14x + 48$

⑱  $x^2 - 9x - 36$

**練習5** 次の式を因数分解しなさい。

①  $x^2 + 2x + 1$

②  $x^2 + 6x + 9$

③  $x^2 - 4x + 4$

④  $x^2 - 8x + 16$

⑤  $x^2 + 10x + 25$

⑥  $x^2 - 14x + 49$

⑦  $x^2 - 12x + 36$

⑧  $x^2 - 16x + 64$

⑨  $x^2 + 18x + 81$

⑩  $4x^2 + 4x + 1$

⑪  $25x^2 - 20x + 4$

⑫  $16x^2 + 24x + 9$

⑬  $x^2 - 4xy + 4y^2$

⑭  $x^2 - 2xy + y^2$

⑮  $x^2 + 6xy + 9y^2$

⑯  $9x^2 + 12xy + 4y^2$

⑰  $4x^2 + 20xy + 25y^2$

⑱  $36x^2 - 60xy + 25y^2$

## 例6 因数分解の公式3

次の式を因数分解しなさい。

$$\textcircled{1} x^2 - 16$$

ここはマイナス

$$\frac{x^2}{x^2} - \frac{16}{4^2} \rightarrow \begin{matrix} O^2 - \Delta^2 \\ = (O + \Delta)(O - \Delta) \end{matrix} \text{にあてはまる}$$

$$= (x + 4)(x - 4)$$

$$\textcircled{2} 9x^2 - 25y^2$$

ここはマイナス

$$\frac{9x^2}{(3x)^2} - \frac{25y^2}{(5y)^2} \rightarrow \begin{matrix} O^2 - \Delta^2 \\ = (O + \Delta)(O - \Delta) \end{matrix} \text{にあてはまる}$$

$$= (3x + 5y)(3x - 5y)$$

## ポイント

因数分解の公式3

$$O^2 - \Delta^2 = (O + \Delta)(O - \Delta)$$

○公式3にあてはまる

✕公式3にあてはまらない

$$x^2 - 1$$

$$4x^2 + 4$$

$$9x^2 - 4$$

$$3x^2 - 6$$

$$16 - y^2$$

$$x^2 - 4x + 4$$

$$25x^2 - 9y^2$$

 $9x^2 - 25y^2$  の因数分解

✕正しくない

✕正しくない

✕正しくない

○正しい

$$9x^2 - 25y^2$$

$$9x^2 - 25y^2$$

$$9x^2 - 25y^2$$

$$9x^2 - 25y^2$$

$$= (3x - 5y)^2$$

$$= (3x + 5y)^2$$

$$= (9x + 25y)(9x - 25y)$$

$$= (3x + 5y)(3x - 5y)$$

## 例7 因数分解のまとめ

次の式を因数分解しなさい。

共通因数

$$\textcircled{1} 6x^2 - 9y^2$$

共通因数の3を前に出す

$$= 3(2x^2 - 3y^2)$$

$$\textcircled{2} 8xy^2 + 10xy - 12x^2y$$

共通因数の2xyを前に出す

$$= 2xy(4y + 5 - 6x)$$

公式1

$$\textcircled{3} x^2 + 6x + 8$$

必ずこのようになる  
(x [ ])(x [ ])

$$= (x + 2)(x + 4)$$

(x+4)(x+2)でもよい

[ ]と< >をかけると+8  
[ ]と< >をたすと+6

$$\textcircled{4} x^2 + 3x - 18$$

必ずこのようになる  
(x [ ])(x [ ])

$$= (x + 6)(x - 3)$$

(x-3)(x+6)でもよい

[ ]と< >をかけると-18  
[ ]と< >をたすと+3

公式2

$$\textcircled{5} x^2 + 6x + 9$$

$x^2 \quad x \times 3 \times 2 \quad 3^2$

$O^2 \pm 2O\Delta + \Delta^2$   
= $(O \pm \Delta)^2$  にあてはまる

$$= (x + 3)^2$$

$$\textcircled{6} 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$(2x)^2 \quad 2x \times 3y \times 2 \quad (3y)^2$

$O^2 \pm 2O\Delta + \Delta^2$   
= $(O \pm \Delta)^2$  にあてはまる

$$= (2x - 3y)^2$$

公式3

$$\textcircled{7} x^2 - 25$$

$O^2 - \Delta^2$   
= $(O + \Delta)(O - \Delta)$  にあてはまる

$$= (x + 5)(x - 5)$$

$$\textcircled{8} 4x^2 - 9y^2$$

$(2x)^2 \quad (3y)^2$

$O^2 - \Delta^2$   
= $(O + \Delta)(O - \Delta)$  にあてはまる

$$= (2x + 3y)(2x - 3y)$$

練習6 次の式を因数分解しなさい。

①  $x^2 - 16$

②  $x^2 - 1$

③  $x^2 - 9$

④  $x^2 - y^2$

⑤  $x^2 - 25y^2$

⑥  $x^2 - 36y^2$

⑦  $4x^2 - 9$

⑧  $25x^2 - 1$

⑨  $16x^2 - 9$

⑩  $9x^2 - y^2$

⑪  $49x^2 - 36y^2$

⑫  $81x^2 - 4y^2$

練習7-1 次の式を因数分解しなさい。

①  $ax - ay$

②  $x^2 - 9$

③  $x^2 + 4x + 4$

④  $x^2 + 9x + 8$

⑤  $x^2 - 2x - 8$

⑥  $2a^2 - 14a$

⑦  $x^2 - 6x + 9$

⑧  $y^2 - 16$

⑨  $xy^2 + 6xy - 2x^2y$

⑩  $x^2 + 5x - 14$

⑪  $x^2 - 10x + 25$

⑫  $x^2 - 4a^2$

練習7-2 次の式を因数分解しなさい。

①  $x^2 - 4xy + 4y^2$

②  $x^2 + 5x - 24$

③  $ax^2 + 6axy$

④  $9x^2 - 4y^2$

⑤  $4x^2 + 20xy + 25y^2$

⑥  $x^2 - 9x - 36$

⑦  $9x^3 - 18x^2 + 36$

⑧  $16a^2 - m^2$

⑨  $x^2 - 18x + 81$

⑩  $4x^2 - 1$

⑪  $25x^2y - 20xy$

⑫  $x^2 + 11x + 18$

1 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p20 例3

①  $4ax - 2ay$

②  $18xy + 12y$

③  $12x^2 - 6x$

④  $4a^2b + 8ab$

⑤  $-9x^2y + 6xy^2$

⑥  $10a^2b + 15a^2b^2 - 20ab^2$

2 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p22 例4

①  $x^2 + 4x + 3$

②  $x^2 + x - 2$

③  $x^2 - 5x - 6$

④  $x^2 + 4x - 12$

⑤  $x^2 - 9x + 18$

⑥  $x^2 + 14x + 24$

3 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p22 例5

①  $x^2 + 6x + 9$

②  $x^2 - 8x + 16$

③  $x^2 + 2x + 1$

④  $x^2 - 8xy + 16y^2$

⑤  $9x^2 + 12xy + 4y^2$

⑥  $4x^2 - 20xy + 25y^2$

4 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p24 例6

①  $x^2 - 4$

②  $x^2 - 9$

③  $x^2 - 36$

④  $x^2 - 64y^2$

⑤  $16x^2 - 49y^2$

⑥  $81x^2 - 25y^2$

5 次のを因数分解しなさい。(3点×8=24点・⑨だけ4点)▶p24 例7

①  $3ax - 6ay$

②  $x^2 - 49$

③  $x^2 - 4x + 4$

④  $x^2 - 7x + 12$

⑤  $6x^2 - 18x$

⑥  $9a^2 - 16b^2$

⑦  $x^2 - 6xy + 9y^2$

⑧  $y^2 - 1$

⑨  $3xy^2 - 6xy - 9x^2y$

## 確認問題 1-4-B

1 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p20 例3

①  $9am - 6pm$

②  $12xy + 20y^2$

③  $8xy^2 - 2xy$

④  $10a^2b + 5ab^2$

⑤  $-6x^2y - 8xy$

⑥  $9a^2b + 12ab - 6b$

2 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p22 例4

①  $x^2 - 6x + 5$

②  $x^2 + 7x - 8$

③  $x^2 - 3x - 10$

④  $x^2 + 9x + 20$

⑤  $x^2 - 4x - 12$

⑥  $x^2 - 13x + 30$

3 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p22 例5

①  $x^2 - 2x + 1$

②  $x^2 - 10x + 25$

③  $x^2 + 16x + 64$

④  $x^2 - 6xy + 9y^2$

⑤  $4x^2 + 20xy + 25y^2$

⑥  $9x^2 - 42xy + 49y^2$

4 次のを因数分解しなさい。(3点×6=18点)▶p24 例6

①  $x^2 - 1$

②  $x^2 - 25$

③  $x^2 - 64$

④  $x^2 - 49y^2$

⑤  $25x^2 - 81y^2$

⑥  $36x^2 - 49y^2$

5 次のを因数分解しなさい。(3点×8=24点・⑨だけ4点)▶p24 例7

①  $18mx - 12my$

②  $x^2 - 100$

③  $x^2 - 12x + 36$

④  $x^2 - 10x + 21$

⑤  $24xy^2 - 16xy$

⑥  $36a^2 - 25b^2$

⑦  $x^2 - 14xy + 49y^2$

⑧  $1 - a^2$

⑨  $6xy - 9xy^2 - 18x^2y$

# 複雑な因数分解

## 例1 複雑な因数分解

次の式を因数分解しなさい。

①  $2x^2 + 6x - 20$

共通因数を前にだす

$$= 2(x^2 + 3x - 10)$$

公式1で因数分解する

$$= 2(x+5)(x-2)$$

②  $4x^2 - 16y^2$

共通因数を前にだす

$$= 4(x^2 - 4y^2)$$

公式3で因数分解する

$$= 4(x+2y)(x-2y)$$

③  $(a+3)^2 - 16$

$a+3$ を1つの文字と考える

$$= (a+3+4)(a+3-4)$$

$$= (a+7)(a-1)$$

### ポイント

$4x^2 - 16y^2$ の因数分解

✕正しくない

~~$4x^2 - 16y^2$~~

~~$= 4(x^2 - 4y^2)$~~

✕正しくない

~~$4x^2 - 16y^2$~~

~~$= (2x+4y)(2x-4y)$~~

○正しい

$4x^2 - 16y^2$

$= 4(x^2 - 4y^2)$

$= 4(x+2y)(x-2y)$

因数分解の手順

1. 共通因数がないかよく見る
2. 共通因数がなければ、どの公式にあてはまるかよく見る
3. 共通因数を前にだしたら、( )の中がもう一度因数分解できないかよく見る

## 例2 因数分解のまとめ

次の式を因数分解しなさい。

①  $6x^2 - 9y^2$  … 共通因数

共通因数の3を前にだす

$$= 3(2x^2 - 3y^2)$$

② ( )の中が因数分解できないので、これで終わり

②  $x^2 + 3x - 18$  … 公式1

$$= (x+6)(x-3)$$

必ずこのようになる

$$(x \quad )(x \quad )$$

とく( )をかけたとき-18

とく( )をたすと+3

③  $4x^2 - 12xy + 9y^2$  … 公式2

$$(2x)^2 \quad 2x \times 3y \times 2 \quad (3y)^2$$

$$= (2x - 3y)^2$$

$$\begin{aligned} & \text{〇}^2 \pm 2\text{〇}\Delta + \Delta^2 \\ & = (\text{〇} \pm \Delta)^2 \text{ にあてはまる} \end{aligned}$$

④  $4x^2 - 9y^2$  … 公式3

$$(2x)^2 \quad (3y)^2$$

$$= (2x + 3y)(2x - 3y)$$

$$\begin{aligned} & \text{〇}^2 - \Delta^2 \\ & = (\text{〇} + \Delta)(\text{〇} - \Delta) \text{ にあてはまる} \end{aligned}$$

⑤  $ax^2 - 4ax - 12a$  … 共通因数

共通因数を前にだす

$$= a(x^2 - 4x - 12)$$

公式1で因数分解する

$$= a(x+2)(x-6)$$

⑥  $8x^2 - 8xy + 2y^2$  … 共通因数

共通因数を前にだす

$$= 2(4x^2 - 4xy + y^2)$$

公式2で因数分解する

$$= 2(2x - y)^2$$

⑦  $5x^2 - 45$  … 共通因数

共通因数を前にだす

$$= 5(x^2 - 9)$$

公式3で因数分解する

$$= 5(x+3)(x-3)$$

⑧  $(x+y)^2 - 9$  … 1つの文字と考える

$x+y$ を1つの文字と考える

$$= (x+y+3)(x+y-3)$$

練習1 次の式を因数分解しなさい。

①  $3x^2 - 18x + 27$

②  $ax^2 - 2ax - 15a$

③  $4x^2 - 36$

④  $4x^2 - 48x + 80$

⑤  $3a^2 - 12b^2$

⑥  $xy^2 + 8xy + 16x$

⑦  $ax^2 - a$

⑧  $x^3 - 8x^2 + 16x$

⑨  $3y^2 - 27y - 30$

⑩  $(x+y)^2 - 1$

⑪  $a(x+3) + x + 3$

⑫  $am - m - a + 1$

練習2 次の式を因数分解しなさい。

①  $a^2x + ax^2$

②  $ab^2 - ac^2$

③  $x^2 - 6x - 40$

④  $(x+5)^2 - 4$

⑤  $9x^2 - 25y^2$

⑥  $4a^2 + 12ab + 9b^2$

⑦  $xy - ax + bx$

⑧  $x^3 - 9x^2 + 20x$

⑨  $x^4 - 25x^2$

⑩  $x^2 + 2xy + y^2$

⑪  $m(x-1) + x - 1$

⑫  $x^2 - 10x - 24$

⑬  $25xy^2 - 9x$

⑭  $2x^2 - 20x + 50$

⑮  $3a + 9 - ax - 3x$

1 次の式を因数分解しなさい。(2点×11=22点・⑫だけ3点)▶p28 例1

①  $ax^2 - 8ax + 16a$

②  $3x^2 - 9x - 30$

③  $2x^2 - 32$

④  $4x^2 - 100y^2$

⑤  $5x^2 + 10x + 5$

⑥  $ax^2 - 9ax + 8a$

⑦  $x^3 - 6x^2 + 9x$

⑧  $ax^2 - a$

⑨  $4x^2 + 8x - 60$

⑩  $(x+1)^2 - 16$

⑪  $(x+2)^2 + (x+2) - 6$

⑫  $mx + my + 2x + 2y$

2 次の式を因数分解しなさい。(5点×15=75点)▶p28 例2

①  $9x^2 - 49y^2$

②  $x^2 - 12xy + 36y^2$

③  $4x^2 - 12x + 9$

④  $(x+y)^2 + 2(x+y) + 1$

⑤  $2x^2 - 14x - 36$

⑥  $9mn - 18m^2$

⑦  $2x^2y + 4xy^2$

⑧  $64x^2 - 49$

⑨  $2x^2 - 12x - 32$

⑩  $ax^2 + 8axy + 16ay^2$

⑪  $(x+3)^2 - 9$

⑫  $4x^2 + 36x - 40$

⑬  $6mx - 9nx$

⑭  $x^3 - 2x^2 - 15x$

⑮  $x(a+3) - y(a+3)$

## 確認問題 1-5-B

1 次の式を因数分解しなさい。(2点×11=22点・⑫だけ3点)▶p28例1

①  $9ax^2 - 16a^3$       ②  $3a^3 - 27a$       ③  $3a^2 - 27a - 30$

④  $xy^2 - 8xy + 16x$       ⑤  $4x^2 - 48x + 80$       ⑥  $2x^2 - 50$

⑦  $ax^2 + 3ax - 10a$       ⑧  $16x^2y - 49y$       ⑨  $x^3 + 8x^2 + 16x$

⑩  $(x-4)^2 - 9$       ⑪  $(x+y)^2 - 2(x+y) - 3$       ⑫  $ax - 2x + ay - 2y$

2 次の式を因数分解しなさい。(5点×15=75点)▶p28例2

①  $x^2 - 25y^2$       ②  $ax^2 + 6axy + 9ay^2$       ③  $3x^2y - 9xy^2$

④  $(x-y)^2 - 4(x-y) + 4$       ⑤  $2x^2 - 10x - 28$       ⑥  $x^2 - 81$

⑦  $8ab^2 + 12ab^3$       ⑧  $6mn - 24m^2$       ⑨  $ax^2 - 6ax - 40a$

⑩  $3x^2 - 12y^2$       ⑪  $(x-2)^2 - 16$       ⑫  $4x^2 + 12x - 40$

⑬  $mx^2 - 9my^2$       ⑭  $x^2 - 10xy + 25y^2$       ⑮  $xy - y - 6x + 6$

## 例1 因数分解の利用(1)

因数分解を利用して次の計算をせよ。

①  $379^2 - 379 \times 369$

③ 共通因数の379を前に出す

$$\begin{aligned} &= 379 \times (379 - 369) \\ &= 379 \times 10 \\ &= 3790 \end{aligned}$$

②  $76^2 - 24^2$

公式3

$$\begin{aligned} &O^2 - \Delta^2 \\ &= (O + \Delta)(O - \Delta) \\ &\text{にあてはまる} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (76 + 24) \times (76 - 24) \\ &= 100 \times 52 \\ &= 5200 \end{aligned}$$

## ポイント

因数分解の利用

1. 共通因数がないかよく見る
2. 共通因数がなければ、どの公式にあてはまるかよく見る

## 例2 因数分解の利用(2)

次の各問いに答えなさい。

①  $x + y = 10$ ,  $x - y = 7$  のとき  $x^2 - y^2$  の値を求めなさい。

②  $x = 1.6$ ,  $y = 8.4$  のとき  $x^2 + 2xy + y^2$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} &x^2 - y^2 \quad \text{③ 公式3で因数分解する} \\ &= (x + y)(x - y) \\ &= 10 \times 7 \quad \text{④ } x + y = 10 \quad x - y = 7 \text{ を代入する} \\ &= 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x^2 + 2xy + y^2 \quad \text{③ 公式2で因数分解する} \\ &= (x + y)^2 \quad \text{④ } x = 1.6 \quad y = 8.4 \text{ を代入する} \\ &= (1.6 + 8.4)^2 \\ &= 10^2 = 100 \end{aligned}$$

## ポイント

因数分解してから代入する

## 例3 因数分解の利用(3)

次の各問いに答えなさい。

①  $x^2 + mx + 12$  が因数分解できるような整数  $m$  の値をすべて求めなさい。

②  $x^2 + mx - 16$  が因数分解できるような整数  $m$  の値をすべて求めなさい。

$$\begin{aligned} &x^2 + 13x + 12 = (x + 1)(x + 12) \\ &x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6) \\ &x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4) \\ &x^2 - 13x + 12 = (x - 1)(x - 12) \\ &x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6) \\ &x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4) \end{aligned}$$

④  $m$  かけると12になる

$$\begin{aligned} &x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4) \\ &x^2 + 15x - 16 = (x + 16)(x - 1) \\ &x^2 + 6x - 16 = (x + 8)(x - 2) \\ &x^2 - 15x - 16 = (x + 1)(x - 16) \\ &x^2 - 6x - 16 = (x + 2)(x - 8) \end{aligned}$$

④  $m$  かけると-16になる

答  $m = 13, 8, 7, -13, -8, -7$

答  $m = 0, 15, 6, -15, -6$

練習1 因数分解を利用して次の計算をしなさい。

- ①  $69 \times 59 - 69 \times 49$       ②  $86^2 - 86 \times 76$       ③  $153 \times 163 - 143 \times 163$
- ④  $105 \times 95 - 95^2$       ⑤  $69^2 - 31^2$       ⑥  $87^2 - 13^2$

練習2 次の各問いに答えなさい。

- ①  $x+y=12$ ,  $x-y=4$ のとき  
 $x^2-y^2$ の値を求めなさい。
- ②  $x=48$ ,  $y=52$ のとき  
 $x^2+2xy+y^2$ の値を求めなさい。
- ③  $x+y=-9$ ,  $x-y=3$ のとき  
 $x^2-y^2$ の値を求めなさい。
- ④  $x=9.2$ ,  $y=4.2$ のとき  
 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。

練習3 次の各問いに答えなさい。

- ①  $x^2+mx+15$ が因数分解できるような整数 $m$ の値をすべて求めなさい。
- ②  $x^2+mx-9$ が因数分解できるような整数 $m$ の値をすべて求めなさい。

**1** 因数分解を利用して次の計算をしなさい。(8点×6=48点)▶p32 例1

①  $78 \times 37 - 78 \times 27$       ②  $95^2 + 95 \times 5$       ③  $328 \times 24 + 328 \times 76$

④  $91 \times 81 - 81^2$

⑤  $51^2 - 49^2$

⑥  $108^2 - 8^2$

**2** 次の各問いに答えなさい。(9点×4=36点)▶p32 例2

①  $x + y = 14$ ,  $x - y = 2$  のとき

②  $x = 3.6$ ,  $y = 6.4$  のとき

$x^2 - y^2$  の値を求めなさい。

$x^2 + 2xy + y^2$  の値を求めなさい。

③  $x + y = -4$ ,  $x - y = 16$  のとき

④  $x = 58$ ,  $y = 8$  のとき

$x^2 - y^2$  の値を求めなさい。

$x^2 - 2xy + y^2$  の値を求めなさい。

**3** 次の各問いに答えなさい。(8点×2=16点)▶p32 例3

①  $x^2 + mx + 18$  が因数分解できるような整数  $m$  の値をすべて求めなさい。

②  $x^2 + mx - 4$  が因数分解できるような整数  $m$  の値をすべて求めなさい。

な整数  $m$  の値をすべて求めなさい。

な整数  $m$  の値をすべて求めなさい。

## 確認問題 1-6-B

**1** 因数分解を利用して次の計算をなさい。(8点×6=48点) ▶p32 例1

- ①  $92 \times 59 + 8 \times 59$       ②  $81^2 - 81 \times 71$       ③  $219 \times 68 - 209 \times 68$

④  $43 \times 57 + 57^2$

⑤  $73^2 - 27^2$

⑥  $98^2 - 97^2$

**2** 次の各問いに答えなさい。(9点×4=36点) ▶p32 例2

- ①  $x+y=-8$ ,  $x-y=-4$ のとき  $x^2-y^2$ の値を求めなさい。      ②  $x=29$ ,  $y=71$ のとき  $x^2+2xy+y^2$ の値を求めなさい。

- ③  $x+y=18$ ,  $x-y=2$ のとき  $x^2-y^2$ の値を求めなさい。      ④  $x=6.9$ ,  $y=0.9$ のとき  $x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。

**3** 次の各問いに答えなさい。(8点×2=16点) ▶p32 例3

- ①  $x^2+mx+9$ が因数分解できるような整数 $m$ の値をすべて求めなさい。      ②  $x^2+mx-12$ が因数分解できるような整数 $m$ の値をすべて求めなさい。

## 例1 証明

次の各問いに答えなさい。

- ① 差が4である2つの整数がある。大きいほうの整数の2乗から小さいほうの整数の2乗をひいた数は8の倍数となることを、小さいほうの整数を $n$ として証明しなさい。

小さいほうの整数が $n$ で差が4だから大きいほうの整数は $n+4$

大きいほうの整数の2乗から小さいほうの整数の2乗をひいた数は…を文字式で表す

$$(n+4)^2$$

$$n^2$$

$$\begin{aligned} & (n+4)^2 - n^2 \leftarrow \\ & = n^2 + 8n + 16 - n^2 \\ & = 8n + 16 \\ & = 8(n+2) \end{aligned}$$

$n$ は整数だから $n+2$ も整数

よって $8(n+2)$ は8の倍数となる

- ② 連続する2つの整数がある。それぞれの2乗の和から1をひくと、もとの2つの数の積の2倍となることを証明しなさい。

連続する2つの整数を $n$ ,  $n+1$ とする。

それぞれの2乗の和から1をひくと…を文字式で表す

$$n^2, (n+1)^2$$

$$\begin{aligned} & n^2 + (n+1)^2 - 1 \leftarrow \\ & = n^2 + n^2 + 2n + 1 - 1 \\ & = 2n^2 + 2n \\ & = 2n(n+1) \end{aligned}$$

よってもとの2つの数の積の2倍となる

## ポイント

$n$ を整数とすると

連続する2つの整数… $n, n+1$

連続する3つの整数… $n-1, n, n+1$

偶数… $2n$

奇数… $2n+1, 2n-1$

4の倍数… $4n$

8の倍数… $8n$

〰️すると 〰️となることを証明しなさい

⑧ ここを文字式で表す

**練習1** 次の各問いに答えなさい。

- ① 差が2である2つの整数がある。大きいほうの整数の2乗から小さいほうの整数の2乗をひいた数は4の倍数となることを、小さいほうの整数を $n$ として証明しなさい。
- ② 連続する2つの整数がある。大きい数の2乗から小さい数の2乗をひくと、もとの2つの数の和となることを証明しなさい。
- ③ 連続する3つの整数がある。いちばん小さい数といちばん大きい数の積に1を加えると、真ん中の数の2乗となることを証明しなさい。

1 差が3である2つの整数がある。大きいほうの整数の2乗から小さいほうの整数の2乗をひいた数は3の倍数となることを、小さいほうの整数を $n$ として証明しなさい。(30点×1=30点)▶p36 例1

2 連続する2つの整数がある。大きい数の2乗から小さい数の2乗をひくと、奇数となることを証明しなさい。(30点×1=30点)▶p36 例1

3 連続する3つの整数がある。いちばん大きい数の2乗からいちばん小さい数の2乗をひくと、真ん中の数の4倍となることを証明しなさい。

(40点×1=40点)▶p36 例1

## 確認問題 1-7-B

1 差が6である2つの整数がある。大きいほうの整数の2乗から小さいほうの整数の2乗をひいた数は12の倍数となることを、小さいほうの整数を $n$ として証明しなさい。(30点 × 1 = 30点) ▶ p36 例1

2 連続する2つの整数がある。大きい数の2乗から小さい数の2乗をひいて1を加えると、大きい数の2倍となることを証明しなさい。

(30点 × 1 = 30点) ▶ p36 例1

3 連続する3つの整数がある。真ん中の数の2乗から1をひくと、いちばん小さい数といちばん大きい数の積に等しくなることを証明しなさい。

(40点 × 1 = 40点) ▶ p36 例1

## 平方根

## 例1 平方根

次の数の平方根を求めなさい。

① 1

$$\begin{cases} 1^2 = 1, & (-1)^2 = 1 \\ 1 \text{の平方根は} & \frac{1}{\pm 1} \end{cases}$$

② 64

$$\begin{cases} 8^2 = 64, & (-8)^2 = 64 \\ 64 \text{の平方根は} & \frac{8}{\pm 8} \end{cases}$$

③  $\frac{16}{25}$ 

$$\begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}, & \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \\ \frac{16}{25} \text{の平方根は} & \frac{4}{5} \text{と} -\frac{4}{5} \\ & \pm \frac{4}{5} \end{cases}$$

④ 0.04

$$\begin{cases} 0.2^2 = 0.04, & (-0.2)^2 = 0.04 \\ 0.04 \text{の平方根は} & \frac{0.2}{\pm 0.2} \end{cases}$$

⑤ 0

$$\begin{cases} 0 \text{の平方根は} & 0 \\ 0 \text{の平方根は} & 0 \end{cases}$$

⑥ -36

$$\begin{cases} -36 \text{の平方根はない} \\ \text{負の数に平方根はない} \end{cases}$$

## ポイント

- ◆ 2乗すると $a$ になる数を $a$ の平方根という。
- ◆ 正の数の平方根は2つある。例えば25の平方根は5と-5で $\pm 5$ と表してもよい。
- ◆ 0の平方根は0だけで負の数の平方根はない。
- ◆  $11^2 = 121$ ,  $12^2 = 144$ ,  $13^2 = 169$ ,  $14^2 = 196$ ,  $15^2 = 225$ ,  $16^2 = 256$ は覚えよう

例2 根号… $\sqrt{\quad}$ (ルート)次の数の平方根を根号( $\sqrt{\quad}$ )を用いて求めなさい。

① 2

$$\begin{cases} 2 \text{乗して} 2 \text{になる数を} \\ \text{整数} \cdot \text{小数} \cdot \text{分数では} \\ \text{表せない} \\ \downarrow \\ 2 \text{の平方根は} \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

② 0.9

$$\begin{cases} 2 \text{乗して} 0.9 \text{になる数を} \\ \text{整数} \cdot \text{小数} \cdot \text{分数では} \\ \text{表せない} \\ \downarrow \\ 0.9 \text{の平方根は} \pm \sqrt{0.9} \end{cases}$$

③  $\frac{3}{10}$ 

$$\begin{cases} 2 \text{乗して} \frac{3}{10} \text{になる数を} \\ \text{整数} \cdot \text{小数} \cdot \text{分数では} \\ \text{表せない} \\ \downarrow \\ \frac{3}{10} \text{の平方根は} \pm \sqrt{\frac{3}{10}} \end{cases}$$

## ポイント

根号( $\sqrt{\quad}$ )を使わないで表す平方根の例

- ◆ 1の平方根は $\pm \sqrt{1} = \pm 1$
- ◆ 9の平方根は $\pm \sqrt{9} = \pm 3$
- ◆ 100の平方根は $\pm \sqrt{100} = \pm 10$
- ◆ 0.25の平方根は $\pm \sqrt{0.25} = \pm 0.5$
- ◆  $\frac{1}{36}$ の平方根は $\pm \sqrt{\frac{1}{36}} = \pm \frac{1}{6}$

根号( $\sqrt{\quad}$ )を使って表す平方根の例

- ◆ 2の平方根は $\pm \sqrt{2}$
- ◆ 5の平方根は $\pm \sqrt{5}$
- ◆ 30の平方根は $\pm \sqrt{30}$
- ◆ 0.9の平方根は $\pm \sqrt{0.9}$
- ◆  $\frac{3}{5}$ の平方根は $\pm \sqrt{\frac{3}{5}}$

練習1 次の数の平方根を求めなさい。

① 1

② 9

③ 25

④ 49

⑤ 4

⑥ 16

⑦ 36

⑧ 81

⑨ 100

⑩ 900

⑪ 121

⑫ 169

⑬ 0

⑭ -9

⑮ 0.81

⑯ 0.04

⑰  $\frac{9}{16}$

⑱  $\frac{25}{4}$

⑲  $\frac{49}{100}$

⑳  $\frac{1}{81}$

練習2 次の数の平方根を根号( $\sqrt{\quad}$ )を用いて求めなさい。

① 2

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 18

⑥ 24

⑦ 30

⑧ 50

⑨ 63

⑩ 75

⑪ 200

⑫ 1000

⑬ 0.4

⑭ 1.6

⑮ 2.5

⑯ 6.4

⑰  $\frac{1}{2}$

⑱  $\frac{5}{18}$

⑲  $\frac{7}{10}$

⑳  $\frac{3}{40}$

## 例3 平方根を求める

次の数の平方根を求めなさい。(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと)

- ① 36                      ② 30                      ③ 0.09                      ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{9}{16}$
- 平方根  $\pm 6$                       平方根  $\pm \sqrt{30}$                       平方根  $\pm 0.3$                       平方根  $\pm \sqrt{\frac{1}{3}}$                       平方根  $\pm \frac{3}{4}$

## ポイント

根号( $\sqrt{\quad}$ )を使わないで表す平方根の例

◆ 1の平方根は  $\pm \sqrt{1} = \pm 1$

◆ 9の平方根は  $\pm \sqrt{9} = \pm 3$

◆ 100の平方根は  $\pm \sqrt{100} = \pm 10$

◆ 0.25の平方根は  $\pm \sqrt{0.25} = \pm 0.5$

◆  $\frac{1}{36}$ の平方根は  $\pm \sqrt{\frac{1}{36}} = \pm \frac{1}{6}$

 $a$ が正の数のとき  $\sqrt{a^2} = a$ ,  $-\sqrt{a^2} = -a$ 根号( $\sqrt{\quad}$ )を使って表す平方根の例

◆ 2の平方根は  $\pm \sqrt{2}$

◆ 5の平方根は  $\pm \sqrt{5}$

◆ 30の平方根は  $\pm \sqrt{30}$

◆ 0.9の平方根は  $\pm \sqrt{0.9}$

◆  $\frac{3}{5}$ の平方根は  $\pm \sqrt{\frac{3}{5}}$

## 例4 数を根号を用いて表す

次の数を根号を用いて表しなさい。

- ① 1                      ② 5                      ③ 0.7                      ④  $\frac{3}{5}$
- 2乗して $\sqrt{\quad}$ の中に入れる      2乗して $\sqrt{\quad}$ の中に入れる      2乗して $\sqrt{\quad}$ の中に入れる      2乗して $\sqrt{\quad}$ の中に入れる
- $1 = \sqrt{1^2} = \sqrt{1}$        $5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25}$        $0.7 = \sqrt{0.7^2} = \sqrt{0.49}$        $\frac{3}{5} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}}$

## ポイント

 $a$ が正の数のとき  $a = \sqrt{a^2}$ ,  $-a = -\sqrt{a^2}$        $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$        $-3 = -\sqrt{3^2} = -\sqrt{9}$ 

## 例5 根号のついて数の大小

次の数の大小を不等号を用いて表しなさい。

- ①  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{10}$                       ② 3,  $\sqrt{7}$                       ③  $-\sqrt{13}$ ,  $-4$                       ④  $\sqrt{18}$ , 4,  $\sqrt{15}$
- $\sqrt{9}$   $\sqrt{7}$                        $-\sqrt{13}$   $-\sqrt{16}$                        $\sqrt{18}$   $\sqrt{16}$   $\sqrt{15}$
- $\sqrt{6} < \sqrt{10}$                        $3 > \sqrt{7}$                        $-\sqrt{13} > -4$                        $\sqrt{15} < 4 < \sqrt{18}$
- 小さいもの順に並べかえる

## ポイント

 $a$ ,  $b$ が正の数のとき  $a < b$ ならば  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ ,  $-\sqrt{a} > -\sqrt{b}$ 

$$\sqrt{5} < \sqrt{7}, \quad -\sqrt{5} > -\sqrt{7}$$

練習3 次の数の平方根を求めなさい。

(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと)

- ① 9                      ② 5                      ③ 3                      ④ 16
- ⑤ -4                      ⑥ 1                      ⑦ 49                      ⑧ 15
- ⑨ 64                      ⑩ 100                      ⑪ 200                      ⑫ 121
- ⑬ -25                      ⑭ 0.1                      ⑮ 0.01                      ⑯ 3.6
- ⑰  $\frac{25}{36}$                       ⑱  $\frac{2}{5}$                       ⑲  $\frac{9}{49}$                       ⑳  $\frac{7}{40}$

練習4 次の数を根号を用いて表しなさい。

- ① 5                      ② 10                      ③ -3                      ④ -8
- ⑤ 0.9                      ⑥ -0.4                      ⑦  $\frac{4}{7}$                       ⑧  $-\frac{1}{5}$

練習5 次の数の大小を不等号を用いて表しなさい。

- ①  $-\sqrt{5}$ ,  $-\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{3}$ , 2                      ③ 4,  $\sqrt{18}$                       ④  $-\sqrt{5}$ , -3
- ⑤  $\sqrt{3}$ , 4,  $\sqrt{6}$                       ⑥ 6,  $\sqrt{30}$ , 5                      ⑦ -2,  $-\sqrt{5}$ ,  $-\sqrt{3}$

1 次の数の平方根を求めなさい。(2点×20=40点)▶p42 例3▶

(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと)

- ① 4                      ② 2                      ③ 25                      ④ -81
- ⑤ 36                      ⑥ 8                      ⑦ 81                      ⑧ 30
- ⑨ -9                      ⑩ 90                      ⑪ 144                      ⑫ 400
- ⑬ 2.5                      ⑭ 0.09                      ⑮ 0.36                      ⑯ 4.9
- ⑰  $\frac{1}{4}$                       ⑱  $-\frac{9}{16}$                       ⑲  $\frac{9}{100}$                       ⑳  $\frac{3}{50}$

2 次の数を根号を用いて表しなさい。(4点×8=32点)▶p42 例4▶

- ① -10                      ② 7                      ③ -5                      ④ 2
- ⑤ -0.1                      ⑥ 0.9                      ⑦  $-\frac{1}{3}$                       ⑧  $\frac{6}{7}$

3 次の数の大小を不等号を用いて表しなさい。(4点×7=28点)▶p42 例5▶

- ① 5,  $\sqrt{21}$                       ②  $-\sqrt{8}$ , -3                      ③  $\sqrt{30}$ , 7                      ④ -7,  $-\sqrt{45}$

- ⑤  $\sqrt{3}$ , 2,  $\sqrt{5}$                       ⑥ 4,  $\sqrt{18}$ , 3                      ⑦ -3,  $-\sqrt{10}$ ,  $-\sqrt{6}$

## 確認問題 2-1-B

1 次の数の平方根を求めなさい。(2点×20=40点)▶p42例3  
(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと)

- ① 7                      ② 16                      ③ -49                      ④ 12
- ⑤ 45                      ⑥ 9                      ⑦ 25                      ⑧ 100
- ⑨ -4                      ⑩ 1                      ⑪ 169                      ⑫ 900
- ⑬ 0.01                      ⑭ 8.1                      ⑮ 0.4                      ⑯ 0.04
- ⑰  $\frac{3}{8}$                       ⑱  $\frac{1}{100}$                       ⑲  $-\frac{25}{4}$                       ⑳  $\frac{16}{49}$

2 次の数を根号を用いて表しなさい。(4点×8=32点)▶p42例4

- ① -2                      ② 6                      ③ -7                      ④ 1
- ⑤ 0.5                      ⑥ -0.8                      ⑦  $-\frac{5}{3}$                       ⑧  $\frac{3}{10}$

3 次の数の大小を不等号を用いて表しなさい。(4点×7=28点)▶p42例5

- ① 6,  $\sqrt{40}$                       ②  $-\sqrt{5}$ , -2                      ③  $\sqrt{20}$ , 5                      ④ -3,  $-\sqrt{50}$

- ⑤  $\sqrt{35}$ , 5,  $\sqrt{24}$                       ⑥ 2,  $\sqrt{15}$ , 4                      ⑦  $-\sqrt{12}$ , -4,  $-\sqrt{24}$

# 根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の乗法の基礎

## 例1 根号のついた数の乗法の基礎

次の計算をしなさい。

①  $\sqrt{5} \times \sqrt{2}$

②  $3 \times \sqrt{5}$

③  $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{3}$

④  $-3\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

$$\begin{array}{l} \text{かける} \\ \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ = \sqrt{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \times \sqrt{5} \\ = 3\sqrt{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{かける} \quad \text{かける} \\ 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{3} \\ = 8\sqrt{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{かける} \\ -3\sqrt{2} \times \sqrt{7} \\ = -3\sqrt{14} \end{array}$$

ポイント

根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の乗法

$$\begin{array}{l} \text{かける} \\ a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd} \\ \text{かける} \end{array}$$

## 例2 根号の外のある数を根号の中に入れる

根号の外にある数を根号の中に入れなさい。

①  $3\sqrt{5}$

②  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

③  $2\sqrt{\frac{1}{6}}$

$$\begin{array}{l} \text{2乗して}\sqrt{\quad}\text{の中に入れる} \\ 3\sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\ = \sqrt{45} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{2乗して}\sqrt{\quad}\text{の中に入れる} \\ \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{9}} \\ = \sqrt{\frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{2乗して}\sqrt{\quad}\text{の中に入れる} \\ 2\sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{4} \times \sqrt{\frac{1}{6}} \\ = \sqrt{\frac{4}{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \end{array}$$

ポイント

根号の外にある数を根号の中に入れる

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$$

## 例3 素因数分解

次の数を素因数分解しなさい。

① 30

② 360

③ 32

$$\begin{array}{l} \text{素数でわる} \\ 2 \overline{) 30} \rightarrow 30 \div 2 = 15 \\ 3 \overline{) 15} \rightarrow 15 \div 3 = 5 \\ 5 \overline{) 5} \rightarrow 5 \div 5 = 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{素数でわる} \\ 2 \overline{) 360} \rightarrow 360 \div 2 = 180 \\ 2 \overline{) 180} \rightarrow 180 \div 2 = 90 \\ 2 \overline{) 90} \rightarrow 90 \div 2 = 45 \\ 3 \overline{) 45} \rightarrow 45 \div 3 = 15 \\ 3 \overline{) 15} \rightarrow 15 \div 3 = 5 \\ 5 \overline{) 5} \rightarrow 5 \div 5 = 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{素数でわる} \\ 2 \overline{) 32} \rightarrow 32 \div 2 = 16 \\ 2 \overline{) 16} \rightarrow 16 \div 2 = 8 \\ 2 \overline{) 8} \rightarrow 8 \div 2 = 4 \\ 2 \overline{) 4} \rightarrow 4 \div 2 = 2 \\ 2 \overline{) 2} \rightarrow 2 \div 2 = 1 \\ 1 \end{array}$$

答  $30 = 2 \times 3 \times 5$

答  $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

答  $32 = 2^5$

②  $30 = 5 \times 6$  や  $30 = 3 \times 10$   
などはまちがいの

ポイント

素数…1より大きく、1とその数以外に約数のない整数(1は素数ではない)

1 ② ③ 4 ⑤ 6 ⑦ 8 9 10 ⑪ 12 ⑬ 14 15 16 ⑰ 18 ⑱ 20 21 22  
⑳ 24 25 26 27 28 ㉑ 30 ㉒ 32 33 34 35 36 ㉔ 38 39 40 ㉖ 42

練習1 次の計算をなさい。

①  $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

②  $4 \times \sqrt{2}$

③  $-\sqrt{2} \times 5\sqrt{7}$

④  $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{3}$

⑤  $6 \times 3\sqrt{2}$

⑥  $-4 \times (-2\sqrt{5})$

⑦  $2\sqrt{2} \times (-4\sqrt{5})$

⑧  $5\sqrt{2} \times 6\sqrt{3}$

練習2 根号の外にある数を根号の中に入れなさい。

①  $4\sqrt{2}$

②  $2\sqrt{5}$

③  $2\sqrt{3}$

④  $3\sqrt{7}$

⑤  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

⑥  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

⑦  $4\sqrt{\frac{1}{8}}$

⑧  $2\sqrt{\frac{1}{10}}$

練習3 次の数を素因数分解しなさい。

① 6

② 12

③ 18

④ 8

⑤ 20

⑥ 24

⑦ 42

⑧ 48

⑨ 50

⑩ 80

⑪ 100

⑫ 120

## 例4 根号の中の数をできるだけ小さくする

根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。

①  $\sqrt{18}$

②  $\sqrt{24}$

③  $\sqrt{180}$

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

2つある数は√の外  
素因数分解する  
残った数は√の中

2	18	18 ÷ 2 = 9
3	9	9 ÷ 3 = 3
3	3	3 ÷ 3 = 1
	1	

$$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

2つある数は√の外  
素因数分解する  
残った数は√の中  
かける

2	24	24 ÷ 2 = 12
2	12	12 ÷ 2 = 6
2	6	6 ÷ 2 = 3
3	3	3 ÷ 3 = 1
	1	

$$\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

2つある数は√の外  
2と3をかける  
素因数分解する  
残った数は√の中

2	180	180 ÷ 2 = 90
2	90	90 ÷ 2 = 45
3	45	45 ÷ 3 = 15
3	15	15 ÷ 3 = 5
5	5	5 ÷ 5 = 1
	1	

ポイント

 正しくない 正しい

$\sqrt{48} = 2\sqrt{12}$

$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

練習4-1 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。

①  $\sqrt{8}$

②  $\sqrt{44}$

③  $\sqrt{28}$

④  $\sqrt{20}$

⑤  $\sqrt{12}$

⑥  $\sqrt{24}$

⑦  $\sqrt{40}$

⑧  $\sqrt{60}$

練習4-2 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。

①  $\sqrt{18}$

②  $\sqrt{45}$

③  $\sqrt{63}$

④  $\sqrt{99}$

⑤  $\sqrt{27}$

⑥  $\sqrt{54}$

⑦  $\sqrt{90}$

⑧  $\sqrt{135}$

練習4-3 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。

①  $\sqrt{32}$

②  $\sqrt{48}$

③  $\sqrt{80}$

④  $\sqrt{96}$

練習4-4 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。

①  $\sqrt{50}$

②  $\sqrt{75}$

③  $\sqrt{125}$

④  $\sqrt{150}$

練習4-5 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。

①  $\sqrt{72}$

②  $\sqrt{108}$

③  $\sqrt{180}$

④  $\sqrt{252}$

練習4-6 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。

①  $\sqrt{200}$

②  $\sqrt{300}$

③  $\sqrt{500}$

④  $\sqrt{600}$

1 次の計算をなさい。(5点×4=20点)▶p46 例1

- ①  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$       ②  $-6 \times \sqrt{5}$       ③  $-\sqrt{3} \times 2\sqrt{5}$       ④  $4\sqrt{7} \times 5\sqrt{2}$

2 根号の外にある数を根号の中に入れなさい。(5点×4=20点)▶p46 例2

- ①  $3\sqrt{5}$       ②  $4\sqrt{3}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       ④  $2\sqrt{\frac{1}{6}}$

3 次の数を素因数分解しなさい。(5点×4=20点)▶p46 例3

- ① 42      ② 64      ③ 48      ④ 120

4 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$  の形に変形しなさい。  
(5点×8=40点)▶p46 例4

- ①  $\sqrt{20}$       ②  $\sqrt{75}$       ③  $\sqrt{27}$       ④  $\sqrt{200}$

- ⑤  $\sqrt{32}$       ⑥  $\sqrt{60}$       ⑦  $\sqrt{24}$       ⑧  $\sqrt{45}$

## 確認問題 2-2-B

1 次の計算をなさい。(5点×4=20点)▶p46例1

①  $\sqrt{5} \times \sqrt{11}$

②  $-\sqrt{2} \times 4$

③  $\sqrt{10} \times 4\sqrt{3}$

④  $-6\sqrt{5} \times 2\sqrt{3}$

2 根号の外にある数を根号の中に入れなさい。(5点×4=20点)▶p46例2

①  $4\sqrt{2}$

②  $5\sqrt{6}$

③  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

④  $3\sqrt{\frac{1}{15}}$

3 次の数を素因数分解しなさい。(5点×4=20点)▶p46例3

① 24

② 60

③ 30

④ 108

4 根号の中の数をしてできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形しなさい。

(5点×8=40点)▶p46例4

①  $\sqrt{8}$

②  $\sqrt{12}$

③  $\sqrt{18}$

④  $\sqrt{48}$

⑤  $\sqrt{50}$

⑥  $\sqrt{72}$

⑦  $\sqrt{90}$

⑧  $\sqrt{300}$

根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の乗法

## 例1 根号のついた数の乗法(1)

次の計算をしなさい。

①  $\sqrt{5} \times \sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} \text{かける} \\ \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ = \sqrt{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \\ \underline{5} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

②  $\sqrt{10} \times \sqrt{5}$

$$\begin{array}{r} \text{かける} \\ \sqrt{10} \times \sqrt{5} \\ = \sqrt{50} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 50} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \\ \underline{5} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

③  $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$

$$\begin{array}{r} \text{かける} \\ \sqrt{3} \times \sqrt{12} \\ = \sqrt{36} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 6 \phantom{0} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 6 \phantom{0} \\ \underline{6} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

## ポイント

根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数

- ◆  $\sqrt{30}$  …このまま
  - ◆  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$  … $\sqrt{\quad}$ の外に数が出る
  - ◆  $\sqrt{9} = 3$  … $\sqrt{\quad}$ がとれる
- この3種類がある

## 例2 根号のついた数の乗法(2)

次の計算をしなさい。

①  $3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} \text{かける} \quad \text{かける} \\ 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2} \\ = 12\sqrt{10} \end{array}$$

②  $2\sqrt{6} \times 3\sqrt{10}$

$$\begin{array}{r} \text{かける} \quad \text{かける} \\ 2\sqrt{6} \times 3\sqrt{10} \\ = 6\sqrt{60} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{3} \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \\ \underline{15} \\ 5 \phantom{0} \\ \underline{5} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

③  $2\sqrt{8} \times 5\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} \text{かける} \quad \text{かける} \\ 2\sqrt{8} \times 5\sqrt{2} \\ = 10\sqrt{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{8} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

## 例3 根号のついた数の乗法(3)

次の計算をしなさい。

①  $(\sqrt{5})^2$

$$\begin{array}{r} (\sqrt{5})^2 \\ = \sqrt{5} \times \sqrt{5} \\ = 5 \end{array}$$

②  $(3\sqrt{2})^2$

$$\begin{array}{r} (3\sqrt{2})^2 \\ = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{かけて9} \quad \text{かけて2} \\ = 18 \end{array}$$

③  $(-\sqrt{3})^2$

$$\begin{array}{r} (-\sqrt{3})^2 \\ = (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) \\ = 3 \end{array}$$

## ポイント

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (\sqrt{5})^2 = 5, (\sqrt{10})^2 = 10, (\sqrt{33})^2 = 33 \text{ など}$$

練習1 次の計算をなさい。

①  $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$

②  $\sqrt{8} \times \sqrt{2}$

③  $\sqrt{6} \times \sqrt{3}$

④  $\sqrt{27} \times \sqrt{3}$

⑤  $\sqrt{6} \times \sqrt{8}$

⑥  $-\sqrt{15} \times \sqrt{3}$

練習2 次の計算をなさい。

①  $3\sqrt{8} \times 2\sqrt{5}$

②  $-2\sqrt{3} \times 4\sqrt{12}$

③  $4\sqrt{7} \times 5\sqrt{10}$

④  $-3\sqrt{6} \times 5\sqrt{12}$

⑤  $2\sqrt{10} \times 3\sqrt{5}$

⑥  $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{50}$

練習3 次の計算をなさい。

①  $(\sqrt{6})^2$

②  $(4\sqrt{2})^2$

③  $(-\sqrt{7})^2$

④  $(\sqrt{15})^2$

⑤  $(-3\sqrt{5})^2$

⑥  $(2\sqrt{10})^2$

1 次の計算をなさい。(6点×6=36点)▶p52 例1

①  $\sqrt{3} \times \sqrt{10}$

②  $-\sqrt{18} \times \sqrt{2}$

③  $\sqrt{6} \times \sqrt{2}$

④  $\sqrt{2} \times \sqrt{32}$

⑤  $\sqrt{10} \times \sqrt{8}$

⑥  $-\sqrt{2} \times \sqrt{12}$

2 次の計算をなさい。(6点×6=36点)▶p52 例2

①  $3\sqrt{20} \times 2\sqrt{5}$

②  $-4\sqrt{15} \times 2\sqrt{3}$

③  $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{6}$

④  $-5\sqrt{8} \times 2\sqrt{6}$

⑤  $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{14}$

⑥  $-2\sqrt{11} \times (-5\sqrt{3})$

3 次の計算をなさい。(4点×7=28点)▶p52 例3

①  $(\sqrt{15})^2$

②  $(3\sqrt{2})^2$

③  $(-\sqrt{6})^2$

④  $(\sqrt{3})^2$

⑤  $(-\sqrt{30})^2$

⑥  $(-2\sqrt{7})^2$

⑦  $(4\sqrt{3})^2$

## 確認問題 2-3-B

1 次の計算をなさい。(6点×6=36点)▶p52 例1

①  $\sqrt{20} \times \sqrt{5}$

②  $\sqrt{8} \times \sqrt{6}$

③  $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$

④  $\sqrt{15} \times \sqrt{3}$

⑤  $\sqrt{10} \times \sqrt{2}$

⑥  $-\sqrt{3} \times \sqrt{27}$

2 次の計算をなさい。(6点×6=36点)▶p52 例2

①  $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{6}$

②  $-2\sqrt{6} \times 4\sqrt{12}$

③  $2\sqrt{7} \times 5\sqrt{3}$

④  $-3\sqrt{3} \times 2\sqrt{12}$

⑤  $2\sqrt{12} \times 2\sqrt{5}$

⑥  $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{6}$

3 次の計算をなさい。(4点×7=28点)▶p52 例3

①  $(\sqrt{13})^2$

②  $(2\sqrt{5})^2$

③  $(-\sqrt{7})^2$

④  $(\sqrt{11})^2$

⑤  $(\sqrt{15})^2$

⑥  $(-3\sqrt{5})^2$

⑦  $(2\sqrt{10})^2$

## 例1 根号のついた数の除法の基礎

次の計算をしなさい。

$$\textcircled{1} \sqrt{15} \div \sqrt{3} \quad \textcircled{2} 6\sqrt{2} \div 3 \quad \textcircled{3} \sqrt{15} \div 3\sqrt{5} \quad \textcircled{4} 2\sqrt{12} \div 8\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \sqrt{15} \div \sqrt{3} \quad \begin{array}{l} \text{わる} \\ \sqrt{15} \div \sqrt{3} \\ \text{√の中どうして} \\ \text{わる} \end{array} = \sqrt{5} \\ \textcircled{2} & 6\sqrt{2} \div 3 \quad \begin{array}{l} \text{わる} \\ 6\sqrt{2} \div 3 \\ \text{√の外どうして} \\ \text{わる} \end{array} = 2\sqrt{2} \\ \textcircled{3} & \sqrt{15} \div 3\sqrt{5} \quad \begin{array}{l} \sqrt{15} \div 3\sqrt{5} \\ \text{√の中どうして} \\ \text{約分する} \end{array} = \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{5}} \\ \textcircled{4} & 2\sqrt{12} \div 8\sqrt{6} \quad \begin{array}{l} 2\sqrt{12} \div 8\sqrt{6} \\ \text{√の中どうして} \\ \text{約分する} \end{array} = \frac{2\sqrt{12}}{8\sqrt{6}} \\ & \begin{array}{l} \text{√の外どうして} \\ \text{約分する} \end{array} = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

ポイント

根号(√)のついた数の除法

$$a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} \quad \begin{array}{l} \text{わる} \\ a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} \\ \text{わる} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{わりきれないとき} \\ a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} = \frac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{d}} \\ \text{√の外どうし} \\ \text{約分する} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{√の中どうし} \\ \text{約分する} \end{array}$$

## 例2 分母の有理化(1)

次の分数の分母を有理化しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad \begin{array}{l} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \\ \text{分母・分子に} \\ \sqrt{5}をかける \end{array} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ & = \frac{\sqrt{10}}{5} \\ \textcircled{2} & \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \begin{array}{l} \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \text{分母・分子に} \\ \sqrt{3}をかける \end{array} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ & = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \textcircled{3} & \frac{4}{\sqrt{6}} \quad \begin{array}{l} \frac{4}{\sqrt{6}} \\ \text{分母・分子に} \\ \sqrt{6}をかける \end{array} = \frac{4 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \\ & = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

ポイント

分母の有理化…分母を根号(√)のない形になおすこと

$$\frac{0}{\sqrt{a}} = \frac{0 \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{0 \times \sqrt{a}}{a} \quad \blacklozenge \text{ 分母・分子に分母の } \sqrt{a} \text{ をかける}$$

## 例3 分母の有理化(2)

次の分数の分母を有理化しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} \quad \begin{array}{l} \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} \\ \text{分母・分子に} \\ \sqrt{2}をかける \\ 3\sqrt{2}はかけない \end{array} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ & = \frac{\sqrt{10}}{6} \\ \textcircled{2} & \frac{5}{4\sqrt{5}} \quad \begin{array}{l} \frac{5}{4\sqrt{5}} \\ \text{分母・分子に} \\ \sqrt{5}をかける \\ 4\sqrt{5}はかけない \end{array} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{4\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ & \begin{array}{l} \text{約分} \\ \frac{5\sqrt{5}}{4 \cdot 5} \\ \frac{\sqrt{5}}{4} \end{array} \\ \textcircled{3} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \quad \begin{array}{l} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \\ \text{√の中を簡単にする} \end{array} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ & \begin{array}{l} \text{分母・分子に} \\ \sqrt{2}をかける \\ 2\sqrt{2}はかけない \end{array} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ & = \frac{\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

練習1 次の計算をなさい。

①  $\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

②  $8\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

③  $18\sqrt{15} \div 6$

④  $12\sqrt{6} \div 4\sqrt{3}$

⑤  $3\sqrt{6} \div 24$

⑥  $2\sqrt{14} \div 10\sqrt{7}$

練習2 次の分数の分母を有理化しなさい。

①  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

②  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

③  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

④  $\frac{3}{\sqrt{10}}$

⑤  $\frac{3}{\sqrt{15}}$

⑥  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}}$

練習3 次の分数の分母を有理化しなさい。

①  $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$

②  $\frac{3}{4\sqrt{5}}$

③  $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$

④  $\frac{6}{5\sqrt{6}}$

⑤  $\frac{1}{\sqrt{12}}$

⑥  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{18}}$

1 次の計算をなさい。(4点×7=28点)▶p56 例1

①  $\sqrt{30} \div \sqrt{6}$       ②  $\sqrt{28} \div \sqrt{2}$       ③  $4\sqrt{6} \div \sqrt{3}$       ④  $24\sqrt{3} \div 8$

⑤  $18\sqrt{10} \div 6\sqrt{2}$       ⑥  $2\sqrt{5} \div 8$       ⑦  $4\sqrt{6} \div 20\sqrt{3}$

2 次の分数の分母を有理化しなさい。(6点×6=36点)▶p56 例2

①  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$       ②  $\frac{1}{\sqrt{6}}$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

④  $\frac{4}{\sqrt{5}}$       ⑤  $\frac{2}{\sqrt{6}}$       ⑥  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

3 次の分数の分母を有理化しなさい。(6点×6=36点)▶p56 例3

①  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$       ②  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$

④  $\frac{3}{2\sqrt{6}}$       ⑤  $\frac{2}{\sqrt{8}}$       ⑥  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$

## 確認問題 2-4-B

1 次の計算をなさい。(4点×7=28点)▶p56例1

①  $\sqrt{42} \div \sqrt{7}$       ②  $\sqrt{18} \div \sqrt{6}$       ③  $5\sqrt{10} \div \sqrt{5}$       ④  $10\sqrt{5} \div 2$

⑤  $20\sqrt{6} \div 4\sqrt{3}$       ⑥  $3\sqrt{7} \div 12$       ⑦  $3\sqrt{20} \div 6\sqrt{10}$

2 次の分数の分母を有理化しなさい。(6点×6=36点)▶p56例2

①  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$       ②  $\frac{5}{\sqrt{3}}$       ③  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$

④  $\frac{1}{\sqrt{30}}$       ⑤  $\frac{7}{\sqrt{42}}$       ⑥  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

3 次の分数の分母を有理化しなさい。(6点×6=36点)▶p56例3

①  $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$       ②  $\frac{2}{5\sqrt{3}}$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$

④  $\frac{5}{3\sqrt{10}}$       ⑤  $\frac{3}{\sqrt{24}}$       ⑥  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}}$

# 根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の乗除

## 例1 根号のついた数の除法

次の計算をしなさい。

①  $\sqrt{3} \div \sqrt{15}$

②  $6 \div 3\sqrt{2}$

③  $2\sqrt{15} \div 6\sqrt{10}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \div \sqrt{15} \\ &= \frac{\sqrt{3}^1}{\sqrt{15}^5} \end{aligned}$$

$\sqrt{\quad}$ の中どうして  
約分する

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{5}$$

分母に $\sqrt{\quad}$ が残っている  
ので分母・分子に $\sqrt{\quad}$   
をかけて有理化する

$$\begin{aligned} & 6 \div 3\sqrt{2} \\ &= \frac{2\cancel{6}}{3\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$\sqrt{\quad}$ の外どうして  
約分する

分母に $\sqrt{\quad}$ が残っている  
ので分母・分子に $\sqrt{2}$   
をかけて有理化する

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{15} \div 6\sqrt{10} \\ &= \frac{2\sqrt{15}}{36\sqrt{10}^2} \end{aligned}$$

$$2\sqrt{15} \div 6\sqrt{10}$$

$$= \frac{2\sqrt{15}^3}{36\sqrt{10}^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$\sqrt{\quad}$ の外どうして  
約分する

分母に $\sqrt{\quad}$ が残っている  
ので分母・分子に $\sqrt{2}$   
をかけて有理化する

### ポイント

#### 根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の除法

わりきれないとき

$$a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} = \frac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{d}}$$

$\sqrt{\quad}$ の中どうし  
約分する

$\sqrt{\quad}$ の外どうし  
約分する

◆ 必ず約分を先にする

◆ 分母に $\sqrt{\quad}$ が残ったら有理化する

## 例2 根号のついた数の乗除

次の計算をしなさい。

①  $\sqrt{10} \div 3\sqrt{15} \times \sqrt{2}$

②  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{5} \div \frac{\sqrt{10}}{5}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{10} \div 3\sqrt{15} \times \sqrt{2} \\ &= \frac{2\sqrt{10} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{15}^3} \end{aligned}$$

わり算は分母へ

先に約分する

$$= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 \times \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

分母に $\sqrt{\quad}$ が残っているの  
で有理化する

$$= \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{5} \div \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{4\sqrt{5}}{1} \times \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} \times 5}{2 \times 1 \times \sqrt{10}^2}$$

先に約分する

$$= \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{10\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

分母に $\sqrt{\quad}$ が残っているの  
で有理化する

$$\begin{aligned} & \text{約分する} \\ &= \frac{10\sqrt{6}}{2} = 5\sqrt{6} \end{aligned}$$

分数のわり算は  
逆数のかけ算にする

練習1 次の計算をなさい。

①  $\sqrt{10} \div \sqrt{20}$

②  $\sqrt{8} \div \sqrt{12}$

③  $4 \div 8\sqrt{5}$

④  $6 \div 9\sqrt{2}$

⑤  $10\sqrt{2} \div 5\sqrt{6}$

⑥  $12\sqrt{5} \div 8\sqrt{15}$

練習2 次の計算をなさい。

①  $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{18} \times \sqrt{5}$

②  $5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} \div 6\sqrt{20}$

③  $\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{2}{\sqrt{6}} \div \frac{\sqrt{5}}{5}$

④  $\frac{6}{\sqrt{10}} \div \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{15}}{2}$

1 次の計算をなさい。(10点×6=60点)▶p60 例1

①  $\sqrt{10} \div \sqrt{15}$

②  $\sqrt{12} \div \sqrt{20}$

③  $4 \div 8\sqrt{2}$

④  $21 \div 7\sqrt{3}$

⑤  $4\sqrt{15} \div 6\sqrt{10}$

⑥  $8\sqrt{3} \div 4\sqrt{6}$

2 次の計算をなさい。(10点×4=40点)▶p60 例2

①  $6\sqrt{30} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

②  $4\sqrt{35} \times \sqrt{3} \div 8\sqrt{15}$

③  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times 3\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$

④  $2\sqrt{21} \div \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

## 確認問題 2-5-B

1 次の計算をなさい。(10点×6=60点)▶p60 例1

①  $\sqrt{24} \div \sqrt{10}$

②  $\sqrt{6} \div \sqrt{30}$

③  $6 \div 8\sqrt{7}$

④  $20 \div 2\sqrt{5}$

⑤  $12\sqrt{10} \div 10\sqrt{15}$

⑥  $9\sqrt{8} \div 6\sqrt{12}$

2 次の計算をなさい。(10点×4=40点)▶p60 例2

①  $\sqrt{8} \div 4\sqrt{30} \times \sqrt{10}$

②  $8\sqrt{5} \times \sqrt{5} \div 6\sqrt{15}$

③  $\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6}}{4} \div \frac{\sqrt{3}}{6}$

④  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} \div 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$



練習1 次の計算をなさい。

①  $\sqrt{10} + 4\sqrt{10}$

②  $8\sqrt{6} - 7\sqrt{6}$

③  $-4\sqrt{3} + \sqrt{3}$

④  $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$

⑤  $3\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{5}$

⑥  $\sqrt{7} + \sqrt{2} - 4\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$

⑦  $2\sqrt{2} - 5\sqrt{6} - \sqrt{6} + 3\sqrt{2}$

⑧  $-\sqrt{5} + 4\sqrt{10} - 2\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$

⑨  $5\sqrt{7} - 4 - 8\sqrt{7} + 6$

⑩  $1 - 2\sqrt{30} - 4\sqrt{30} + 9$

練習2 次の計算をなさい。

①  $\frac{\sqrt{10}}{3} + \frac{\sqrt{10}}{2}$

②  $-\frac{5\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

③  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8}$

④  $\frac{3\sqrt{6}}{8} - \frac{5\sqrt{6}}{12}$

⑤  $2\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$

⑥  $-\sqrt{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}$

⑦  $3\sqrt{7} - \frac{5\sqrt{7}}{2} - \frac{2\sqrt{7}}{3}$

⑧  $\frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{8}$

1 次の計算をしなさい。(6点×10=60点)▶p64 例1

①  $3\sqrt{2} - \sqrt{2}$

②  $2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

③  $-\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

④  $\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{5}$

⑤  $\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$

⑥  $\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 4\sqrt{5}$

⑦  $5\sqrt{10} - 2\sqrt{6} - \sqrt{10} + 4\sqrt{6}$

⑧  $-2\sqrt{3} + \sqrt{5} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3}$

⑨  $2\sqrt{15} - 3 - 3\sqrt{15} + 4$

⑩  $6 - 6\sqrt{6} - 4\sqrt{6} + 4$

2 次の計算をしなさい。(5点×8=40点)▶p64 例2

①  $\frac{2\sqrt{6}}{5} + \frac{\sqrt{6}}{3}$

②  $\frac{3\sqrt{2}}{8} - \frac{\sqrt{2}}{6}$

③  $-\frac{\sqrt{7}}{5} + \frac{8\sqrt{7}}{15}$

④  $\frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$

⑤  $\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{5}$

⑥  $-3\sqrt{5} + \frac{3\sqrt{5}}{4}$

⑦  $2\sqrt{7} - \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{6\sqrt{7}}{5}$

⑧  $\frac{5\sqrt{2}}{6} + \sqrt{2} - \frac{7\sqrt{2}}{3}$

## 確認問題 2-6-B

1 次の計算をしなさい。(6点×10=60点)▶p64 例1

①  $2\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

②  $5\sqrt{6} - \sqrt{6}$

③  $-\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

④  $\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + \sqrt{7}$

⑤  $2\sqrt{3} + 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$

⑥  $\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{2}$

⑦  $3\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{3} + 6\sqrt{5}$

⑧  $-\sqrt{15} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} - 3\sqrt{15}$

⑨  $4\sqrt{21} - 5 - 3\sqrt{21} + 4$

⑩  $8 - 3\sqrt{10} - \sqrt{10} + 1$

2 次の計算をしなさい。(5点×8=40点)▶p64 例2

①  $\frac{3\sqrt{5}}{4} - \frac{\sqrt{5}}{2}$

②  $\frac{3\sqrt{2}}{10} + \frac{2\sqrt{2}}{5}$

③  $-\frac{\sqrt{6}}{10} + \frac{2\sqrt{6}}{15}$

④  $-\frac{3\sqrt{6}}{8} - \frac{5\sqrt{6}}{12}$

⑤  $\sqrt{7} - \frac{\sqrt{7}}{2}$

⑥  $-2\sqrt{5} + \frac{9\sqrt{5}}{4}$

⑦  $\sqrt{7} - \frac{2\sqrt{7}}{5} + \frac{\sqrt{7}}{15}$

⑧  $\frac{7\sqrt{3}}{6} - 2\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{9}$

# 根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の加減

## 例1 根号のついた数の加減(3)

次の計算をしなさい。

$$\textcircled{1} \sqrt{12} + \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} + \sqrt{3} \\ & \text{√の中の数を簡単にする} \\ & = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ & \quad \quad \quad 2+1=3 \\ & = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{32} - \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{32} - \sqrt{5} \\ & \text{√の中の数を簡単にする} \\ & = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \\ & \quad \quad \quad \swarrow \quad \quad \quad \swarrow \quad \quad \quad \swarrow \quad \quad \quad \swarrow \\ & \quad \quad \quad 2-4=-2 \quad \quad \quad 2-1=1 \\ & = -2\sqrt{2} + \sqrt{5} \end{aligned}$$

### ポイント

根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の加減

- ◆  $\sqrt{\quad}$ の中の数が簡単にならないかよく見る
- ◆  $\sqrt{\quad}$ の中の数が同じとき、たしたり、ひいたりできる

正しくない

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} + \sqrt{3} \\ & = \sqrt{15} \end{aligned}$$

正しくない

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} + \sqrt{3} \\ & \text{√の中の数が異なるので} \\ & \text{このままにしておく} \end{aligned}$$

正しい

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} + \sqrt{3} \\ & = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ & = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

## 例2 根号のついた数の加減(4)

次の計算をしなさい。

$$\textcircled{1} 2\sqrt{3} + \frac{12}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{3} + \frac{12}{\sqrt{3}} \\ & \text{有理化する} \\ & = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \\ & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ & \quad \quad \quad 2+4=6 \\ & = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{24} - \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{24} - \sqrt{\frac{2}{3}} \\ & \text{√の中を簡単にする} \quad \quad \quad \text{有理化する} \\ & = 2\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} \\ & \quad \quad \quad \swarrow \quad \quad \quad \swarrow \\ & \quad \quad \quad 6-1=5 \\ & = \frac{6\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} \\ & = \frac{5\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

### ポイント

根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の加減

- ◆  $\sqrt{\quad}$ の中の数が簡単にならないかよく見る
- ◆ 分母に $\sqrt{\quad}$ があれば有理化する
- ◆  $\sqrt{\quad}$ の中の数が同じとき、たしたり、ひいたりできる

練習1 次の計算をなさい。

①  $\sqrt{10} + \sqrt{40}$

②  $2\sqrt{6} - \sqrt{54}$

③  $\sqrt{20} - \sqrt{45}$

④  $\sqrt{27} + \sqrt{12}$

⑤  $2\sqrt{50} - \sqrt{32}$

⑥  $\sqrt{63} + 3\sqrt{28}$

⑦  $\sqrt{18} - \sqrt{48} - \sqrt{8} + 3\sqrt{3}$

⑧  $-\sqrt{75} + \sqrt{24} - 2\sqrt{12} - \sqrt{96}$

練習2 次の計算をなさい。

①  $\sqrt{45} + \frac{10}{\sqrt{5}}$

②  $\sqrt{27} - \frac{15}{\sqrt{3}}$

③  $\frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{18}$

④  $\sqrt{54} + \sqrt{\frac{2}{3}}$

⑤  $\frac{15}{\sqrt{6}} + \sqrt{24}$

⑥  $\sqrt{72} - \sqrt{\frac{1}{2}}$

**1** 次の計算をしなさい。(5点×8=40点)▶p68 例1

①  $3\sqrt{7} + \sqrt{28}$

②  $4\sqrt{5} - \sqrt{20}$

③  $\sqrt{27} - \sqrt{48}$

④  $\sqrt{50} + \sqrt{32}$

⑤  $2\sqrt{8} - \sqrt{18}$

⑥  $\sqrt{96} - 2\sqrt{24}$

⑦  $\sqrt{75} - \sqrt{24} - \sqrt{12} + \sqrt{54}$

⑧  $2\sqrt{10} - \sqrt{27} + \sqrt{90} - 2\sqrt{12}$

**2** 次の計算をしなさい。(10点×6=60点)▶p68 例2

①  $\sqrt{27} + \frac{21}{\sqrt{3}}$

②  $\sqrt{18} - \frac{10}{\sqrt{2}}$

③  $\frac{1}{\sqrt{5}} - \sqrt{20}$

④  $\sqrt{24} + \sqrt{\frac{2}{3}}$

⑤  $\frac{4}{\sqrt{5}} - \sqrt{20}$

⑥  $\sqrt{54} - \sqrt{\frac{1}{6}}$



## 例1 根号のついた数の四則混合(1)

次の計算をしなさい。

①  $\sqrt{2}(3\sqrt{5} + \sqrt{6})$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(3\sqrt{5} + \sqrt{6}) \\ &= 3\sqrt{10} + \sqrt{12} \\ &= 3\sqrt{10} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

かける かける  
√の中を簡単にする

②  $2\sqrt{3} - \sqrt{5} \times \sqrt{15}$

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{3} - \sqrt{5} \times \sqrt{15} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{75} \\ &= 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= -3\sqrt{3} \end{aligned}$$

かけ算が先  
√の中を簡単にする

## 例2 根号のついた数の四則混合(2)

次の計算をしなさい。

①  $(2\sqrt{15} + \sqrt{2}) \div \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} & (2\sqrt{15} + \sqrt{2}) \div \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \\ &= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{10}}{5} \end{aligned}$$

わる  
√の中を簡単にする  
有理化する

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

②  $\sqrt{18} - \sqrt{6} \div \sqrt{3}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{18} - \sqrt{6} \div \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

わり算が先  
√の中を簡単にする

## 例3 根号のついた数の四則混合(3)

次の計算をしなさい。

①  $(\sqrt{5} + 3)(\sqrt{10} - 4)$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{5} + 3)(\sqrt{10} - 4) \\ &= \sqrt{50} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{10} - 12 \\ &= 5\sqrt{2} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{10} - 12 \end{aligned}$$

かける かける  
√の中を簡単にする

②  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 4\sqrt{2}) \\ &= 3 - 4\sqrt{6} + \sqrt{6} - 8 \\ &= -5 - 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

かける かける  
この2と4をかけて8

## 例4 根号のついた数の四則混合(4)

次の計算をしなさい。

①  $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 \\ &= 3 - 2\sqrt{15} + 5 \\ &= 8 - 2\sqrt{15} \end{aligned}$$

2乗 2乗  
√×√×2

p10の乗法公式2

$$(O \pm \Delta)^2 = O^2 \pm 2O\Delta + \Delta^2$$

O×Δ×2

②  $(\sqrt{10} + 5)(\sqrt{10} - 5)$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{10} + 5)(\sqrt{10} - 5) \\ &= 10 - 25 \\ &= -15 \end{aligned}$$

かける かける  
必ず -(マイナス)

p12の乗法公式3

$$(O + \Delta)(O - \Delta) = O^2 - \Delta^2$$

練習1 次の計算をなさい。

- ①  $\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{5})$       ②  $\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{10})$       ③  $\sqrt{5}(\sqrt{15} + 2\sqrt{5})$
- ④  $4\sqrt{2} - \sqrt{3} \times \sqrt{7}$       ⑤  $5\sqrt{3} + \sqrt{6} \times \sqrt{2}$       ⑥  $2\sqrt{2} - \sqrt{3} \times \sqrt{6}$

練習2 次の計算をなさい。

- ①  $(4\sqrt{30} + \sqrt{10}) \div \sqrt{2}$       ②  $\sqrt{32} - \sqrt{24} \div \sqrt{3}$       ③  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{6}$

練習3 次の計算をなさい。

- ①  $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{6} + 4)$       ②  $(\sqrt{5} + 6)(\sqrt{5} - 3)$
- ③  $(\sqrt{2} - 7)(\sqrt{2} - 3)$       ④  $(\sqrt{6} + 2\sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})$
- ⑤  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2})$       ⑥  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{10} - 3)$

練習4 次の計算をなさい。

- ①  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$       ②  $(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2$       ③  $(\sqrt{3} - 4)^2$
- ④  $(\sqrt{2} + 4)(\sqrt{2} - 4)$       ⑤  $(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})$       ⑥  $(3\sqrt{2} + 2)(3\sqrt{2} - 2)$

1 次の計算をなさい。(5点×6=30点)▶p72 例1▶

①  $\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{6})$       ②  $\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{15})$       ③  $\sqrt{2}(3\sqrt{2}+\sqrt{5})$

④  $3\sqrt{7}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}$       ⑤  $2\sqrt{5}+\sqrt{10}\times\sqrt{2}$       ⑥  $\sqrt{6}+\sqrt{3}\times\sqrt{8}$

2 次の計算をなさい。(5点×2=10点)▶p72 例2▶

①  $(2\sqrt{15}+\sqrt{5})\div\sqrt{5}$       ②  $\sqrt{24}+\sqrt{12}\div\sqrt{2}$

3 次の計算をなさい。(5点×6=30点)▶p72 例3▶

①  $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{10}-3)$       ②  $(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}+4)$

③  $(\sqrt{3}+6)(\sqrt{3}-5)$       ④  $(\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

⑤  $(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$       ⑥  $(\sqrt{3}-\sqrt{6})(\sqrt{6}+1)$

4 次の計算をなさい。(5点×6=30点)▶p72 例4▶

①  $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2$       ②  $(\sqrt{2}-\sqrt{10})^2$       ③  $(\sqrt{2}+8)^2$

④  $(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)$       ⑤  $(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})$       ⑥  $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)$

## 確認問題 2-8-B

1 次の計算をなさい。(5点×6=30点)▶p72 例1

①  $\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$       ②  $\sqrt{5}(\sqrt{10} - \sqrt{30})$       ③  $\sqrt{3}(\sqrt{10} - 2\sqrt{15})$

④  $\sqrt{10} - \sqrt{3} \times \sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{3} + \sqrt{6} \times \sqrt{8}$       ⑥  $3\sqrt{2} - \sqrt{10} \times \sqrt{5}$

2 次の計算をなさい。(5点×2=10点)▶p72 例2

①  $(\sqrt{20} + \sqrt{6}) \div \sqrt{2}$       ②  $\sqrt{75} - \sqrt{15} \div \sqrt{5}$

3 次の計算をなさい。(5点×6=30点)▶p72 例3

①  $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{15} + 1)$       ②  $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 3)$

③  $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 8)$       ④  $(\sqrt{5} + \sqrt{6})(\sqrt{5} - 2\sqrt{6})$

⑤  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{10})$       ⑥  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{10} - 5)$

4 次の計算をなさい。(5点×6=30点)▶p72 例4

①  $(\sqrt{2} - \sqrt{7})^2$       ②  $(\sqrt{7} + \sqrt{15})^2$       ③  $(\sqrt{5} - 3)^2$

④  $(\sqrt{6} + 5)(\sqrt{6} - 5)$       ⑤  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$       ⑥  $(4\sqrt{2} + 3)(4\sqrt{2} - 3)$

# 根号( $\sqrt{\quad}$ )のついた数の応用問題

## 例1 不等式を満たす整数

次の不等式を満たす整数 $x$ を求めなさい。

$$\textcircled{1} \quad 3 < \sqrt{x} < 4$$

$$\begin{array}{c} \textcircled{2\text{乗}} \quad \textcircled{2\text{乗}} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 9 < x < 16 \end{array}$$

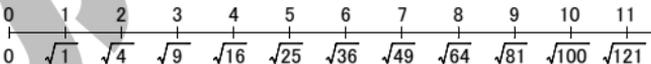
答  $x = 10, 11, 12, 13, 14, 15$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{21} < x < \sqrt{50}$$

$$\begin{array}{c} \left. \begin{array}{l} \sqrt{16}=4 \\ \sqrt{25}=5 \end{array} \right\} \text{より } \sqrt{21}=4\dots \\ \left. \begin{array}{l} \sqrt{49}=7 \\ \sqrt{64}=8 \end{array} \right\} \text{より } \sqrt{50}=7\dots \\ 4\dots < x < 7\dots \end{array}$$

答  $x = 5, 6, 7$

ポイント



## 例2 $\sqrt{\quad}$ のついた数を整数にする

次の各問いに答えなさい。

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{20n} \text{の値が、0でないできるだけ} \quad \textcircled{2} \quad \sqrt{\frac{24}{n}} \text{の値が整数となるときの}$$

小さい整数となるときの正の整数 $n$ の値を求めなさい。

できるだけ小さい正の整数 $n$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} \sqrt{20n} &= \sqrt{20} \times \sqrt{n} \\ &= 2\sqrt{5} \times \sqrt{n} \end{aligned}$$

(  $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にする )

$\sqrt{5} \times \sqrt{n}$ を整数にしたいので $n=5$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{24}{n}} &= \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{n}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

(  $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にする )

$\sqrt{6}$ と $\sqrt{n}$ を約分したいので $n=6$

ポイント

◆  $a$ が正の数のとき  $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

## 例3 因数分解して式の値を求める

次の各問いに答えなさい。

$$\textcircled{1} \quad x=3+\sqrt{2}, y=3-\sqrt{2} \text{のとき} \quad x^2-y^2 \text{の値を求めなさい。}$$

$$\textcircled{2} \quad x=2+\sqrt{3}, y=2-\sqrt{3} \text{のとき} \quad x^2+2xy+y^2 \text{の値を求めなさい。}$$

$$\begin{aligned} x^2-y^2 & \quad \text{(因数分解する)} \\ &= (x+y)(x-y) \\ &= 6 \times 2\sqrt{2} \\ &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

(  $x+y$ と $x-y$ の値を求める )

$$\begin{array}{ll} x=3+\sqrt{2} & x=3+\sqrt{2} \\ +)y=3-\sqrt{2} & -)y=3-\sqrt{2} \\ \hline x+y=6 & x-y=2\sqrt{2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2+2xy+y^2 & \quad \text{(因数分解する)} \\ &= (x+y)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

(  $x+y$ の値を求める )

$$\begin{array}{l} x=2+\sqrt{3} \\ +)y=2-\sqrt{3} \\ \hline x+y=4 \end{array}$$

ポイント

- ◆ 先に因数分解する
- ◆  $x+y$ や $x-y$ の値を求めて代入する

練習1 次の不等式を満たす整数 $x$ を求めなさい。

①  $2 < \sqrt{x} < 3$

②  $4 < \sqrt{x} < 4.5$

③  $\sqrt{14} < x < \sqrt{40}$

④  $\sqrt{60} < x < \sqrt{105}$

練習2 次の各問いに答えなさい。

①  $\sqrt{28n}$ の値が、0でないできるだけ小さい整数となるときの正の整数 $n$ の値を求めなさい。

②  $\sqrt{\frac{50}{n}}$ の値が整数となるときできるだけ小さい正の整数 $n$ の値を求めなさい。

③  $\sqrt{18n}$ の値が、0でないできるだけ小さい整数となるときの正の整数 $n$ の値を求めなさい。

④  $\sqrt{\frac{27}{n}}$ の値が整数となるときできるだけ小さい正の整数 $n$ の値を求めなさい。

練習3 次の各問いに答えなさい。

①  $x=2+\sqrt{5}$ ,  $y=2-\sqrt{5}$ のとき  $x^2-y^2$ の値を求めなさい。

②  $x=6+\sqrt{2}$ ,  $y=6-\sqrt{2}$ のとき  $x^2+2xy+y^2$ の値を求めなさい。

③  $x=5+\sqrt{3}$ ,  $y=5-\sqrt{3}$ のとき  $x^2-y^2$ の値を求めなさい。

④  $x=3+\sqrt{6}$ ,  $y=3-\sqrt{6}$ のとき  $x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。

## 例4 測定値

次の測定値を有効数字3けたと考えて、整数部分が1けたの小数と10の累乗の形で表しなさい。

① 23.6kg

$2.36 \times 10$

答  $2.36 \times 10 \text{ kg}$

② 2460m

$$2.46 \times 1000$$

$$= 2.46 \times 10^3$$

答  $2.46 \times 10^3 \text{ m}$

③ 10000cm

$$1.00 \times 10000$$

$$= 1.00 \times 10^4$$

答  $1.00 \times 10^4 \text{ cm}$

## 例5 近似値(1)

次の近似値は四捨五入して得られた数値である。真の値を $a$ とするととき $a$ の範囲を不等号を用いて表しなさい。

① 23

小数第一位を四捨五入して23になるのだから

$22.5 \leq a < 23.5$

答  $22.5 \leq a < 23.5$

② 4.7

小数第二位を四捨五入して4.7になるのだから

$4.65 \leq a < 4.75$

答  $4.65 \leq a < 4.75$

③ 5.0

小数第二位を四捨五入して5.0になるのだから

$4.95 \leq a < 5.05$

答  $4.95 \leq a < 5.05$

## 例6 近似値(2)

$\sqrt{3} = 1.732$ として次の値を求めなさい。

①  $5\sqrt{3}$

$5\sqrt{3}$

$= 5 \times \sqrt{3}$

$= 5 \times 1.732$

$= 8.66$

②  $\sqrt{48}$

$\sqrt{48}$

√の中を簡単にする

$= 4\sqrt{3}$

$= 4 \times 1.732$

$= 6.928$

③  $\frac{6}{\sqrt{3}}$

$\frac{6}{\sqrt{3}}$

$\frac{6}{\sqrt{3}}$

$= \frac{6\sqrt{3}}{3}$

$= 2\sqrt{3}$

$= 2 \times 1.732 = 3.464$

有理化する

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

## 例7 近似値(3)

$\sqrt{3} = 1.732$ ,  $\sqrt{30} = 5.477$ として次の値を求めなさい。

①  $\sqrt{3000}$

$\sqrt{3000}$

$$= \sqrt{30} \times \sqrt{100} = \sqrt{3} \times \sqrt{10000}$$

$\sqrt{100}$ や $\sqrt{10000}$ とのかけ算になるようにする

$= \sqrt{30} \times 10$

$= 5.477 \times 10$

$= 54.77$

②  $\sqrt{30000}$

$\sqrt{30000}$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{10000}$$

$= \sqrt{3} \times 100$

$= 1.732 \times 100$

$= 173.2$

③  $\sqrt{0.3}$

$\sqrt{0.3}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$$

$\frac{\sqrt{100}}{10}$ や $\frac{\sqrt{10000}}{100}$ が分母になるようにする

$= \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{100}}$

$= \frac{\sqrt{30}}{10}$

$= 5.477 \div 10$

$= 0.5477$

④  $\sqrt{0.03}$

$\sqrt{0.03}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}}$$

$= \frac{\sqrt{3}}{10}$

$= 1.732 \div 10$

$= 0.1732$

ポイント

◆  $\sqrt{100} = 10$ ,  $\sqrt{10000} = 100$

練習4 次の測定値を有効数字3けたと考えて、整数部分が1けたの小数と10の累乗の形で表しなさい。

- ① 64.5km                      ② 215 g                      ③ 40000m

練習5 次の近似値は四捨五入して得られた数値である。真の値を  $a$  とするとき  $a$  の範囲を不等号を用いて表しなさい。

- ① 54                      ② 120                      ③ 7.3

練習6  $\sqrt{2} = 1.414$  として次の値を求めなさい。

- ①  $3\sqrt{2}$                       ②  $\sqrt{50}$                       ③  $\frac{8}{\sqrt{2}}$

練習7  $\sqrt{5} = 2.236$ ,  $\sqrt{50} = 7.071$  として次の値を求めなさい。

- ①  $\sqrt{500}$                       ②  $\sqrt{5000}$                       ③  $\sqrt{50000}$

- ④  $\sqrt{0.5}$                       ⑤  $\sqrt{0.05}$

1 次の不等式を満たす整数 $x$ を求めなさい。(7点×2=14点)▶p76 例1

①  $4 < \sqrt{x} < 5$

②  $\sqrt{8} < x < \sqrt{20}$

2 次の各問いに答えなさい。(7点×2=14点)▶p76 例2

- ①  $\sqrt{12n}$ の値が、0でないできるだけ  
小さい整数となるときの正の整数 $n$   
の値を求めなさい。
- ②  $\sqrt{\frac{8}{n}}$ の値が整数となるときの  
できるだけ小さい正の整数 $n$ の値  
を求めなさい。

3 次の各問いに答えなさい。(8点×2=16点)▶p76 例3

- ①  $x=5+\sqrt{2}$ ,  $y=5-\sqrt{2}$ のとき  
 $x^2-y^2$ の値を求めなさい。
- ②  $x=4+\sqrt{2}$ ,  $y=4-\sqrt{2}$ のとき  
 $x^2+2xy+y^2$ の値を求めなさい。

4 次の測定値を有効数字3けたと考えて、整数部分が1けたの小数と10の累乗の形で表しなさい。(7点×3=21点)▶p78 例4

① 15.4cm

② 5000g

③ 280km

5 次の近似値は四捨五入して得られた数値である。真の値を $a$ とするととき $a$ の範囲を不等号を用いて表しなさい。(7点×3=21点)▶p78 例5

① 15

② 32.8

③ 26.0

6  $\sqrt{6} = 2.449$ として次の値を求めなさい。(7点×3=21点)▶p78 例6

①  $2\sqrt{6}$

②  $\sqrt{54}$

③  $\frac{24}{\sqrt{6}}$

7  $\sqrt{2} = 1.414$ ,  $\sqrt{20} = 4.472$ として次の値を求めなさい。(7点×3=21点)▶p78 例7

①  $\sqrt{2000}$

②  $\sqrt{20000}$

③  $\sqrt{0.2}$

## 確認問題 2-9-B

1 次の不等式を満たす整数 $x$ を求めなさい。(7点×2=14点)▶p76 例1

①  $2.5 < \sqrt{x} < 4$

②  $\sqrt{30} < x < \sqrt{52}$

2 次の各問いに答えなさい。(7点×2=14点)▶p76 例2

- ①  $\sqrt{40n}$ の値が、0でないできるだけ  
小さい整数となるときの正の整数 $n$   
の値を求めなさい。
- ②  $\sqrt{\frac{32}{n}}$ の値が整数となるときの  
できるだけ小さい正の整数 $n$ の値  
を求めなさい。

3 次の各問いに答えなさい。(8点×2=16点)▶p76 例3

- ①  $x=1+\sqrt{6}$ ,  $y=1-\sqrt{6}$ のとき  
 $x^2-y^2$ の値を求めなさい。
- ②  $x=6+\sqrt{10}$ ,  $y=6-\sqrt{10}$ のとき  
 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。

4 次の測定値を有効数字3けたと考えると、整数部分が1けたの小数と10の累乗の形で表しなさい。(7点×3=21点)▶p78 例4

① 32.8km

② 600kg

③ 1600m

5 次の近似値は四捨五入して得られた数値である。真の値を $a$ とするとき $a$ の範囲を不等号を用いて表しなさい。(7点×3=21点)▶p78 例5

① 43

② 17.6

③ 15.0

6  $\sqrt{2} = 1.414$ として次の値を求めなさい。(7点×3=21点)▶p78 例6

①  $5\sqrt{2}$

②  $\sqrt{18}$

③  $\frac{18}{\sqrt{2}}$

7  $\sqrt{7} = 2.646$ ,  $\sqrt{70} = 8.367$ として次の値を求めなさい。(7点×3=21点)▶p78 例7

①  $\sqrt{700}$

②  $\sqrt{7000}$

③  $\sqrt{0.07}$

## 例1 循環小数(1)

次の分数を循環小数の書き方で表しなさい。

①  $\frac{2}{3}$

②  $\frac{3}{11}$

③  $\frac{2}{7}$

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} &= 2 \div 3 \\ &= 0.666666\cdots \\ &= 0.\dot{6} \quad \text{6がくり返す}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{3}{11} &= 3 \div 11 \\ &= 0.27272727\cdots \\ &= 0.\dot{2}7 \quad \text{27がくり返す}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{7} &= 2 \div 7 \\ &= 0.285714285714\cdots \\ &= 0.\dot{2}85714 \quad \text{285714がくり返す}\end{aligned}$$

ポイント

循環小数の書き方

◆  $0.444444444444\cdots = 0.\dot{4}$

◆  $3.444444444444\cdots = 3.\dot{4}$

◆  $0.131313131313\cdots = 0.\dot{1}3$

◆  $0.513131313131\cdots = 0.5\dot{1}3$

◆  $0.258258258258\cdots = 0.\dot{2}58$

## 例2 循環小数(2)

次の循環小数を分数で表しなさい。

①  $0.\dot{4}$

②  $0.\dot{1}5$

③  $0.\dot{3}69$

④  $2.\dot{3}$

$$\begin{aligned}0.\dot{4} \\ &= 0.\dot{1} \times 4 \\ &= \frac{1}{9} \times 4 \\ &= \frac{4}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0.\dot{1}5 \\ &= 0.\dot{0}1 \times 15 \\ &= \frac{1}{99} \times 15 \\ &= \frac{15}{99} \\ &= \frac{5}{33}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0.\dot{3}69 \\ &= 0.\dot{0}01 \times 369 \\ &= \frac{1}{999} \times 369 \\ &= \frac{369}{999} \\ &= \frac{41}{111}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2.\dot{3} \\ &= 2 + 0.\dot{1} \times 3 \\ &= 2 + \frac{1}{9} \times 3 \\ &= 2 + \frac{3}{9} \\ &= 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}\end{aligned}$$

ポイント

循環小数と分数

◆  $0.\dot{1} = \frac{1}{9}$      $0.\dot{0}1 = \frac{1}{99}$      $0.\dot{0}01 = \frac{1}{999}$  を利用する

## 例3 有理数と無理数

次の数は有理数と無理数のどちらですか。

① 4

②  $\sqrt{2}$

③  $\sqrt{36}$

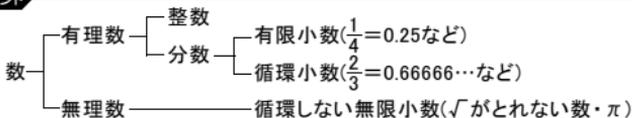
④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{3}{5}$

⑥  $\pi$

整数  
↓  
有理数√がとれない  
↓  
無理数6は整数  
↓  
有理数分数  
↓  
有理数分数  
↓  
有理数分数にならない  
↓  
無理数

ポイント



練習1 次の分数を循環小数の書き方で表しなさい。

①  $\frac{1}{9}$

②  $\frac{2}{9}$

③  $\frac{4}{11}$

④  $\frac{5}{7}$

練習2 次の循環小数を分数で表しなさい。

①  $0.\dot{7}$

②  $0.\dot{0}\dot{3}$

③  $0.9\dot{0}\dot{9}$

④  $3.\dot{5}$

練習3 次の数は有理数と無理数のどちらですか。

①  $\pi$

②  $\frac{1}{4}$

③  $\sqrt{25}$

④  $\frac{1}{9}$

⑤  $\sqrt{12}$

⑥ 9

1 次の分数を循環小数の書き方で表しなさい。(11点×4=44点)▶p82 例1

①  $\frac{4}{9}$

②  $\frac{5}{9}$

③  $\frac{2}{11}$

④  $\frac{3}{7}$

2 次の循環小数を分数で表しなさい。(11点×4=44点)▶p82 例2

①  $0.\dot{8}$

②  $0.\dot{1}\dot{2}$

③  $0.\dot{1}8\dot{9}$

④  $1.\dot{8}$

▶p82 例3

3 次の数は有理数と無理数のどちらですか。(2点×6=12点)

①  $\sqrt{18}$

②  $\frac{1}{12}$

③  $\pi$

④  $\frac{1}{36}$

⑤  $\sqrt{16}$

⑥  $-8$

# 確認問題 2-10-B

1 次の分数を循環小数の書き方で表しなさい。(11点×4=44点)▶p82 例1

①  $\frac{7}{9}$

②  $\frac{8}{9}$

③  $\frac{5}{11}$

④  $\frac{4}{7}$

2 次の循環小数を分数で表しなさい。(11点×4=44点)▶p82 例2

①  $0.\dot{6}$

②  $0.\dot{5}\dot{4}$

③  $0.\dot{4}5\dot{9}$

④  $4.\dot{2}$

3 次の数は有理数と無理数のどちらですか。(2点×6=12点)

① 1

②  $\sqrt{100}$

③  $\frac{1}{25}$

④  $\pi$

⑤  $\frac{4}{7}$

⑥  $\sqrt{24}$

## 2次方程式の解き方

例1  $x^2+bx+c=0$ で **$b=0$** の場合… $x^2+c=0$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2=16$

16の平方根

$x = \pm 4$

②  $x^2=20$

20の平方根

$x = \pm \sqrt{20}$

√の中を簡単にする

$x = \pm 2\sqrt{5}$

③  $x^2 = \frac{9}{25}$

 $\frac{9}{25}$ の平方根

$x = \pm \frac{3}{5}$

④  $x^2 = \frac{2}{3}$

 $\frac{2}{3}$ の平方根

$x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$

有理化

$x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤  $x^2-5=0$

-5を移項

$x^2=5$

5の平方根

$x = \pm \sqrt{5}$

## ポイント

 $x^2=16$ や $x^2-5=0$ のように **$x$ の項がない**2次方程式◆  $x^2=\Delta$ の形にして **$\Delta$ の平方根**を求める。例2  $x^2+bx+c=0$ で **$c=0$** の場合… $x^2+bx=0$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2-4x=0$

因数分解する

$x(x-4)=0$

符号を反対にする

$x=0, x=4$

②  $x^2+5x=0$

因数分解する

$x(x+5)=0$

符号を反対にする

$x=0, x=-5$

③  $x^2=3x$

右辺を0にする

$x^2-3x=0$

因数分解する

$x(x-3)=0$

符号を反対にする

$x=0, x=3$

## ポイント

 $x^2-4x=0$ や $x^2+5x=0$ のように**定数の項がない**2次方程式◆  $x(x-4)=0$ や $x(x+5)=0$ のような形に**左辺を因数分解**する。**右辺は0**にする。◆ 解は必ず片方が **$x=0$** となる。◆ もう一方の解は**かっこの中の数の符号を変えたもの**となる。例3  $x^2+bx+c=0$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2-4x-12=0$

因数分解する

$(x-6)(x+2)=0$

符号を反対にする

$x=6, x=-2$

②  $x^2+5x+6=0$

因数分解する

$(x+3)(x+2)=0$

符号を反対にする

$x=-3, x=-2$

③  $x^2-6x+9=0$

因数分解する

$(x-3)^2=0$

符号を反対にする

$x=3$

⊙この場合解は1つ

## ポイント

 $x^2-4x-12=0$ のように、**すべての項があり**、**左辺が因数分解できる**2次方程式◆  $(x-6)(x+2)=0$ のように**左辺を因数分解**する。**右辺は0**にする。◆ 解は**かっこの中の数の符号を変えたもの**となる。

練習1 次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2 = 25$

②  $x^2 = 1$

③  $x^2 = 12$

④  $x^2 = 6$

⑤  $x^2 - 49 = 0$

⑥  $x^2 - 8 = 0$

⑦  $x^2 = \frac{9}{16}$

⑧  $x^2 = \frac{1}{5}$

練習2 次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2 - 2x = 0$

②  $x^2 + 8x = 0$

③  $x^2 - x = 0$

④  $x^2 + 6x = 0$

⑤  $x^2 = 9x$

⑥  $x^2 = -10x$

練習3 次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2 - 4x - 21 = 0$

②  $x^2 + 6x + 8 = 0$

③  $x^2 - 8x + 16 = 0$

④  $x^2 + 2x - 8 = 0$

⑤  $x^2 - 3x - 10 = 0$

⑥  $x^2 + 8x + 16 = 0$

⑦  $x^2 - 6x + 5 = 0$

⑧  $x^2 + 7x + 12 = 0$

⑨  $x^2 - 4x + 4 = 0$

**1** 次の2次方程式を解きなさい。(5点×8=40点)▶p86 例1

①  $x^2=9$

②  $x^2=100$

③  $x^2=27$

④  $x^2=15$

⑤  $x^2-64=0$

⑥  $x^2-18=0$

⑦  $x^2=\frac{1}{9}$

⑧  $x^2=\frac{1}{3}$

**2** 次の2次方程式を解きなさい。(4点×6=24点)▶p86 例2

①  $x^2-6x=0$

②  $x^2+2x=0$

③  $x^2-3x=0$

④  $x^2+9x=0$

⑤  $x^2=-2x$

⑥  $x^2=12x$

**3** 次の2次方程式を解きなさい。(4点×9=36点)▶p86 例3

①  $x^2-2x-8=0$

②  $x^2-8x+15=0$

③  $x^2-4x+4=0$

④  $x^2+4x-12=0$

⑤  $x^2+9x+18=0$

⑥  $x^2+8x+16=0$

⑦  $x^2-3x-18=0$

⑧  $x^2-9x+8=0$

⑨  $x^2-10x+25=0$

# 確認問題 3-1-B

**1** 次の2次方程式を解きなさい。(5点×8=40点) ▶p86 例1

①  $x^2=4$       ②  $x^2=81$       ③  $x^2=28$       ④  $x^2=30$

⑤  $x^2-36=0$       ⑥  $x^2-24=0$       ⑦  $x^2=\frac{4}{25}$       ⑧  $x^2=\frac{5}{6}$

**2** 次の2次方程式を解きなさい。(4点×6=24点) ▶p86 例2

①  $x^2+10x=0$       ②  $x^2-8x=0$       ③  $x^2+7x=0$

④  $x^2-12x=0$       ⑤  $x^2=11x$       ⑥  $x^2=-6x$

**3** 次の2次方程式を解きなさい。(4点×9=36点) ▶p86 例3

①  $x^2+5x-6=0$       ②  $x^2+7x+10=0$       ③  $x^2+6x+9=0$

④  $x^2-2x-24=0$       ⑤  $x^2-7x+12=0$       ⑥  $x^2-2x+1=0$

⑦  $x^2-6x-16=0$       ⑧  $x^2+x-30=0$       ⑨  $x^2+12x+36=0$

# 複雑な2次方程式の解き方

## 例1 $x^2 + bx + c = 0$ で $b = 0$ の場合 $\cdots x^2 + c = 0$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

<p>① <math>4x^2 = 36</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために4でわる</p> $x^2 = 9$ <p>9の平方根</p> $x = \pm 3$	<p>② <math>3x^2 = 16</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために3でわる</p> $x^2 = \frac{16}{3}$ <p><math>\frac{16}{3}</math>の平方根</p> <p>有理化</p> $x = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$	<p>③ <math>2x^2 - 12 = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために2でわる</p> $x^2 - 6 = 0$ <p>移項する</p> $x^2 = 6$ <p>6の平方根</p> $x = \pm \sqrt{6}$	<p>④ <math>\frac{2}{3}x^2 = 10</math></p> <p>両辺に3をかける</p> $2x^2 = 30$ <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために2でわる</p> $x^2 = 15$ <p>15の平方根</p> $x = \pm \sqrt{15}$
--	--	---	--

## 例2 $x^2 + bx + c = 0$ で $c = 0$ の場合 $\cdots x^2 + bx = 0$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

<p>① <math>3x^2 - 12x = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために3でわる</p> $x^2 - 4x = 0$ <p>p86の例2と同じ</p> $x(x - 4) = 0$ $x = 0, x = 4$	<p>② <math>2x^2 + 3x = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために2でわる</p> $x^2 + \frac{3}{2}x = 0$ <p>p86の例2と同じ</p> $x(x + \frac{3}{2}) = 0$ $x = 0, x = -\frac{3}{2}$	<p>③ <math>-x^2 + 5x = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために(-1)をかける</p> $x^2 - 5x = 0$ <p>p86の例2と同じ</p> $x(x - 5) = 0$ $x = 0, x = 5$	<p>④ <math>\frac{1}{3}x^2 + 2x = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために3をかける</p> $x^2 + 6x = 0$ <p>p86の例2と同じ</p> $x(x + 6) = 0$ $x = 0, x = -6$
--	--	---	---

## 例3 $x^2 + bx + c = 0$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

<p>① <math>-x^2 + 4x + 12 = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために(-1)をかける</p> $x^2 - 4x - 12 = 0$ <p>p86の例3と同じ</p> $(x - 6)(x + 2) = 0$ $x = 6, x = -2$	<p>② <math>2x^2 + 10x + 12 = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために2でわる</p> $x^2 + 5x + 6 = 0$ <p>p86の例3と同じ</p> $(x + 2)(x + 3) = 0$ $x = -2, x = -3$	<p>③ <math>\frac{1}{3}x^2 + x - 6 = 0</math></p> <p><math>x^2</math>の係数を1にする ために3をかける</p> $x^2 + 3x - 18 = 0$ <p>p86の例3と同じ</p> $(x + 6)(x - 3) = 0$ $x = -6, x = 3$
--	---	---

## 例4 $x^2 + bx + c = 0$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

<p>① <math>(x + 3)(x - 3) = 7</math></p> <p>左辺を展開する</p> $x^2 - 9 = 7$ <p><math>x</math>の項がないので <math>x^2 = \sim</math> の形にする</p> $x^2 = 7 + 9$ $x^2 = 16$ $x = \pm 4$	<p>② <math>(x - 4)(x + 5) = -8</math></p> <p>左辺を展開する</p> $x^2 + x - 20 = -8$ <p><math>x</math>の項があるので右辺を0にする</p> $x^2 + x - 20 + 8 = 0$ <p><math>ax^2 + bx + c = 0</math> の形にする</p> $x^2 + x - 12 = 0$ $(x + 4)(x - 3) = 0$ $x = -4, x = 3$	<p>③ <math>3x^2 - 2x + 15 = 4x^2</math></p> <p><math>x</math>の項があるので右辺を0にする</p> $3x^2 - 2x + 15 - 4x^2 = 0$ <p><math>ax^2 + bx + c = 0</math> の形にする</p> $-x^2 - 2x + 15 = 0$ <p>-1をかける</p> $x^2 + 2x - 15 = 0$ $(x + 5)(x - 3) = 0$ $x = -5, x = 3$
---	---	---

練習1 次の2次方程式を解きなさい。

①  $2x^2 = 50$

②  $2x^2 = 9$

③  $4x^2 - 20 = 0$

④  $\frac{1}{4}x^2 = 1$

練習2 次の2次方程式を解きなさい。

①  $2x^2 + 10x = 0$

②  $3x^2 - 2x = 0$

③  $-x^2 - 6x = 0$

④  $\frac{1}{2}x^2 - 4x = 0$

⑤  $3x^2 - 6x = 0$

⑥  $3x^2 + 5x = 0$

⑦  $-2x^2 - 4x = 0$

⑧  $\frac{1}{4}x^2 - 3x = 0$

練習3 次の2次方程式を解きなさい。

①  $-x^2 - 4x - 3 = 0$

②  $2x^2 - 10x - 12 = 0$

③  $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$

④  $-x^2 + 8x - 7 = 0$

⑤  $2x^2 - 14x + 20 = 0$

⑥  $\frac{1}{2}x^2 + 4x - 10 = 0$

練習4 次の2次方程式を解きなさい。

①  $(x+2)(x-2) = 5$

②  $(x+2)(x-4) = 7$

③  $2x^2 + 5 = 3x^2 + 3x - 13$

④  $(x+4)(x-4) = 6x$

⑤  $(x-2)(x-5) = 4x$

⑥  $2x^2 - 10x + 2 = x^2 - 7$

1 次の2次方程式を解きなさい。(5点×4=20点)▶p90例1

①  $3x^2 = 12$       ②  $6x^2 = 25$       ③  $3x^2 - 18 = 0$       ④  $\frac{1}{3}x^2 = 6$

2 次の2次方程式を解きなさい。(4点×8=32点)▶p90例2

①  $5x^2 - 15x = 0$       ②  $4x^2 + 5x = 0$       ③  $-x^2 + 3x = 0$       ④  $\frac{1}{3}x^2 + 5x = 0$

⑤  $2x^2 + 8x = 0$       ⑥  $2x^2 - 7x = 0$       ⑦  $-3x^2 + 9x = 0$       ⑧  $\frac{1}{3}x^2 - 2x = 0$

3 次の2次方程式を解きなさい。(4点×6=24点)▶p90例3

①  $-x^2 + x + 6 = 0$       ②  $3x^2 - 3x - 6 = 0$       ③  $\frac{1}{2}x^2 + x - 4 = 0$

④  $-x^2 - x + 12 = 0$       ⑤  $3x^2 - 6x - 9 = 0$       ⑥  $\frac{1}{3}x^2 - x - 6 = 0$

4 次の2次方程式を解きなさい。(4点×6=24点)▶p90例4

①  $(x+3)(x-3) = 16$       ②  $(x-2)(x-3) = 12$       ③  $x^2 - 6x = 2x^2 - 5x$

④  $(x+3)(x-3) = 8x$       ⑤  $(x+4)(x+1) = x$       ⑥  $2x+2 = x^2 - 2x - 3$

## 確認問題 3-2-B

1 次の2次方程式を解きなさい。(5点×4=20点) ▶p90 例1

①  $2x^2 = 32$

②  $2x^2 = 49$

③  $2x^2 - 16 = 0$

④  $\frac{2}{5}x^2 = 4$

2 次の2次方程式を解きなさい。(4点×8=32点) ▶p90 例2

①  $4x^2 + 24x = 0$

②  $3x^2 - 8x = 0$

③  $-x^2 - 7x = 0$

④  $\frac{1}{4}x^2 - 2x = 0$

⑤  $5x^2 - 10x = 0$

⑥  $5x^2 + 2x = 0$

⑦  $-4x^2 - 16x = 0$

⑧  $\frac{1}{5}x^2 + x = 0$

3 次の2次方程式を解きなさい。(4点×6=24点) ▶p90 例3

①  $-x^2 - 2x + 8 = 0$

②  $4x^2 - 4x - 24 = 0$

③  $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$

④  $-x^2 - 7x - 10 = 0$

⑤  $4x^2 + 4x - 48 = 0$

⑥  $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 5 = 0$

4 次の2次方程式を解きなさい。(4点×6=24点) ▶p90 例4

①  $(x+4)(x-4) = -7$

②  $(x+5)(x-1) = -9$

③  $x^2 + x = 2x^2 - 30$

④  $(x+2)(x-2) = 3x$

⑤  $(x-3)(x+6) = -4x$

⑥  $3x^2 + x = 2x^2 - 4x$

## 2次方程式の解の公式

例1  $(x+a)^2=m$ の解き方

次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad (x-5)^2 &= 3 \\ \text{2乗をとる} \quad & \downarrow \quad \downarrow \quad \text{3の平方根} \\ x-5 &= \pm \sqrt{3} \\ \text{移項} & \\ x &= 5 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad (x+3)^2 &= 25 \\ \text{2乗をとる} \quad & \downarrow \quad \downarrow \quad \text{25の平方根} \\ x+3 &= \pm 5 \\ \text{移項} & \\ x &= -3 \pm 5 \rightarrow x = -3+5 \quad x = -3-5 \\ & \qquad \qquad \qquad = 2 \qquad \qquad \qquad = -8 \end{aligned}$$

例2  $ax^2+bx+c=0$ の解の公式… $x$ の係数が奇数

次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x^2+5x-2 &= 0 & \text{解の公式} \\ a=1 \quad b=5 \quad c=-2 & & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{に} \\ & & a=1, b=5, c=-2 \text{を代入} \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{25+8}}{2} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 3x^2-x-5 &= 0 & \text{解の公式} \\ a=3 \quad b=-1 \quad c=-5 & & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{に} \\ & & a=3, b=-1, c=-5 \text{を代入} \\ x &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1+60}}{6} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{61}}{6} \end{aligned}$$

例3  $ax^2+2bx+c=0$ の解の公式… $x$ の係数が偶数

次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x^2+6x+3 &= 0 & \text{解の公式} \\ a=1 \quad b=3 \quad c=3 & & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{a} \text{に} \\ \textcircled{6} \text{の半分} & & a=1, b=3, c=3 \text{を代入} \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-1 \times 3}}{1} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9-3}}{1} \\ &= -3 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 3x^2+4x-1 &= 0 & \text{解の公式} \\ a=3 \quad b=2 \quad c=-1 & & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{a} \text{に} \\ \textcircled{4} \text{の半分} & & a=3, b=2, c=-1 \text{を代入} \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-3 \times (-1)}}{3} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{4+3}}{3} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3} \end{aligned}$$

例4  $ax^2+bx+c=0$ の解の公式…解の $\sqrt{\quad}$ がとれる

次の2次方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 2x^2-x-6 &= 0 & \text{解の公式} \\ a=2 \quad b=-1 \quad c=-6 & & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{に} \\ & & a=2, b=-1, c=-6 \text{を代入} \\ x &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{4} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{49}}{4} \quad \textcircled{\text{√がとれる}} \\ &= \frac{1+7}{4} \rightarrow x = \frac{8}{4} = 2, \quad x = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 3x^2+8x-16 &= 0 & \text{解の公式} \\ a=3 \quad b=4 \quad c=-16 & & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{a} \text{に} \\ \textcircled{8} \text{の半分} & & a=3, b=4, c=-16 \text{を代入} \\ x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-3 \times (-16)}}{3} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{16+48}}{3} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{3} \quad \textcircled{\text{√がとれる}} \\ &= \frac{-4+8}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}, \quad x = \frac{-12}{3} = -4 \end{aligned}$$

**練習1** 次の2次方程式を解きなさい。

①  $(x-4)^2=6$

②  $(x+2)^2=12$

③  $(x-6)^2=16$

**練習2** 次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2+5x+2=0$

②  $x^2-3x+1=0$

③  $2x^2+3x-3=0$

④  $3x^2-7x-1=0$

**練習3** 次の2次方程式を解きなさい。

①  $x^2+2x-5=0$

②  $x^2+4x+1=0$

③  $3x^2-4x-3=0$

④  $2x^2-6x+1=0$

**練習4** 次の2次方程式を解きなさい。

①  $2x^2+x-1=0$

②  $2x^2+5x+2=0$

③  $3x^2-4x+1=0$

④  $4x^2+4x-15=0$

**1** 次の2次方程式を解きなさい。(8点×3=24点)▶p94 例1

①  $(x+5)^2=10$

②  $(x-4)^2=20$

③  $(x-1)^2=9$

**2** 次の2次方程式を解きなさい。(6点×4=24点)▶p94 例2

①  $x^2-x-5=0$

②  $x^2+5x-1=0$

③  $2x^2+5x+1=0$

④  $4x^2+x-2=0$

**3** 次の2次方程式を解きなさい。(6点×4=24点)▶p94 例3

①  $x^2-4x-3=0$

②  $x^2-2x-2=0$

③  $2x^2+4x-1=0$

④  $3x^2-2x-2=0$

**4** 次の2次方程式を解きなさい。(7点×4=28点)▶p94 例4

①  $2x^2+x-3=0$

②  $2x^2+7x-4=0$

③  $3x^2-4x-4=0$

④  $3x^2-2x-1=0$

# 確認問題 3-3-B

1 次の2次方程式を解きなさい。(8点×3=24点)▶p94例1

①  $(x-2)^2=7$

②  $(x+3)^2=18$

③  $(x+2)^2=36$

2 次の2次方程式を解きなさい。(6点×4=24点)▶p94例2

①  $x^2+7x+2=0$

②  $x^2-3x-3=0$

③  $3x^2+7x+1=0$

④  $2x^2+3x-4=0$

3 次の2次方程式を解きなさい。(6点×4=24点)▶p94例3

①  $x^2+6x+4=0$

②  $x^2-4x-2=0$

③  $2x^2+6x+1=0$

④  $5x^2+8x+2=0$

4 次の2次方程式を解きなさい。(7点×4=28点)▶p94例4

①  $3x^2-5x-2=0$

②  $4x^2+x-3=0$

③  $5x^2-6x+1=0$

④  $5x^2+4x-1=0$

## 例1 2次方程式の解に関する問題

次の各問いに答えなさい。

- ① 2次方程式  $x^2 + ax - 18 = 0$  の1つの解が  $x = 3$  であるとき、 $a$  の値と他の解を求めなさい。

$$\begin{array}{l} x^2 + ax - 18 = 0 \text{ に } x = 3 \text{ を代入} \\ 3^2 + 3a - 18 = 0 \quad \text{解は代入できる} \\ 9 + 3a - 18 = 0 \\ 3a = -9 + 18 \\ 3a = 9 \quad \text{よって } a = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} a = 3 \text{ をもとの } x^2 + ax - 18 = 0 \text{ に代入} \\ x^2 + 3x - 18 = 0 \\ (x + 6)(x - 3) = 0 \\ x = -6, x = 3 \\ x = 3 \text{ は問題にあるので他の解は } x = -6 \end{array}$$

- ② 2次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の2つの解が  $x = 4$  と  $x = -6$  であるとき、 $a$  と  $b$  の値を求めなさい。

$$\left. \begin{array}{l} \text{解が } x = 4 \text{ と } x = -6 \text{ となる2次方程式は} \\ \text{符号を反対に} \quad \text{符号を反対に} \\ (x - 4)(x + 6) = 0 \quad \xrightarrow{\text{左辺を展開する}} \quad x^2 + 2x - 24 = 0 \\ x^2 + ax + b = 0 \end{array} \right\} \text{この2つより } a = 2, b = -24$$

- ③ 2次方程式  $x^2 + ax + 16 = 0$  の解が1つになるときの  $a$  の値をすべて求めなさい。

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + ax + 16 = 0 \text{ の解が1つ} \\ 16 \text{ は } 4^2 \end{array} \right\} \text{このことより方程式は } (x + 4)^2 = 0 \text{ か } (x - 4)^2 = 0$$

$$\begin{array}{l} (x + 4)^2 = 0 \\ \downarrow \text{左辺を展開する} \\ x^2 + 8x + 16 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} (x - 4)^2 = 0 \\ \downarrow \text{左辺を展開する} \\ x^2 - 8x + 16 = 0 \end{array} \quad \text{よって } a = 8, a = -8$$

## 例2 数に関する2次方程式の利用

次の各問いに答えなさい。

- ① ある数を2乗すると、もとの数の3倍より4大きくなる。この数を求めなさい。

$$\begin{array}{l} \text{ある数を } x \text{ とする} \\ \text{ある数の2乗} \quad \text{もとの数の3倍} \quad 4 \text{ 大きい} \\ x^2 = 3x + 4 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \\ (x - 4)(x + 1) = 0 \\ x = 4, x = -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ある数はどんな数でもよいので} \\ x = 4, x = -1 \text{ ともに適している} \end{array}$$

**答** 4または-1

- ② 連続する2つの正の数がある。大きい数の2乗から小さい数の5倍をひくと1になる。この連続する2つの正の数を求めなさい。

$$\begin{array}{l} \text{連続する2つの数を } x, x + 1 \text{ とする} \\ \text{大きい数の2乗} \quad \text{小さい数の5倍} \\ (x + 1)^2 - 5x = 11 \\ x^2 + 2x + 1 - 5x - 11 = 0 \\ x^2 - 3x - 10 = 0 \\ (x - 5)(x + 2) = 0 \\ x = 5, x = -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{連続する2つの数は正の数だから} \\ x = -2 \text{ は適さない} \\ \text{よって } x = 5 \end{array}$$

**答** 5, 6

**練習1** 次の各問いに答えなさい。

① 2次方程式 $x^2+ax+12=0$ の1つの解が $x=-6$ であるとき、 $a$ の値と他の解を求めなさい。

② 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解が $x=-5$ と $x=3$ であるとき、 $a$ と $b$ の値を求めなさい。

③ 2次方程式 $x^2+ax+25=0$ の解が1つになるときの $a$ の値をすべて求めなさい。

**練習2** 次の各問いに答えなさい。

① ある数を2乗すると、もとの数の6倍より7大きくなる。この数を求めなさい。

② 連続する2つの正の数がある。大きい数の2乗に小さい数の4倍をたすと17になる。この連続する2つの正の数を求めなさい。

**1** 次の各問いに答えなさい。(20点×3=60点)▶p98 **例1**

- ① 2次方程式 $x^2+ax-20=0$ の1つの解が $x=-5$ であるとき、 $a$ の値と他の解を求めなさい。
- ② 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解が $x=2$ と $x=10$ であるとき、 $a$ と $b$ の値を求めなさい。
- ③ 2次方程式 $x^2+ax+4=0$ の解が1つになるときの $a$ の値をすべて求めなさい。

**2** 次の各問いに答えなさい。(20点×2=40点)▶p98 **例2**

- ① ある数を2乗すると、もとの数に20を加えた数に等しくなる。この数を求めなさい。
- ② 連続する2つの正の数がある。小さい数の2乗から大きい数の2倍をひくと6になる。この連続する2つの正の数を求めなさい。

## 確認問題 3-4-B

**1** 次の各問いに答えなさい。(20点×3=60点)▶p98 例1

- ① 2次方程式 $x^2+ax+24=0$ の1つの解が $x=8$ であるとき、 $a$ の値と他の解を求めなさい。

- ② 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解が $x=6$ と $x=-1$ であるとき、 $a$ と $b$ の値を求めなさい。

- ③ 2次方程式 $x^2+ax+9=0$ の解が1つになるときの $a$ の値をすべて求めなさい。

**2** 次の各問いに答えなさい。(20点×2=40点)▶p98 例2

- ① ある正の数を2乗すると、もとの数の5倍より6大きくなる。この数を求めなさい。

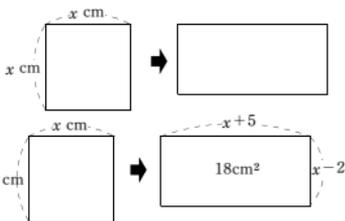
- ② 連続する2つの正の数がある。大きい数の2乗に2を加えると小さい数の6倍になる。この連続する2つの正の数を求めなさい。

## 2次方程式の利用(2)

## 例1 図形に関する2次方程式の利用(1)

次の各問いに答えなさい。

- ① 1辺の長さが  $x$  cm の正方形がある。この正方形のたてを2cm短くし、横を5cm長くして長方形にすると面積が  $18\text{cm}^2$  になった。もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。

もとの正方形の1辺の長さを  $x$  cm とする

$$(x-2)(x+5) = 18 \quad \text{長方形の面積} = 18$$

$$x^2 + 3x - 10 - 18 = 0$$

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

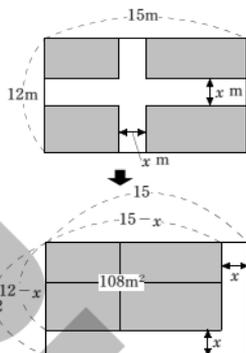
$$(x+7)(x-4) = 0$$

$$x = -7, x = 4$$

$x$  は正の数だから  $x = -7$  は適さない  
よって  $x = 4$

答 4cm

- ② 右の図のように、たてが12m、横が15mの長方形の畑がある。この畑に一定の幅で作ったら残りの畑の面積が  $108\text{m}^2$  になった。この道の幅を求めなさい。

道の幅を  $x$  m とする

$$(12-x)(15-x) = 108 \quad \text{長方形の面積} = 108$$

$$x^2 - 27x + 180 - 108 = 0$$

$$x^2 - 27x + 72 = 0$$

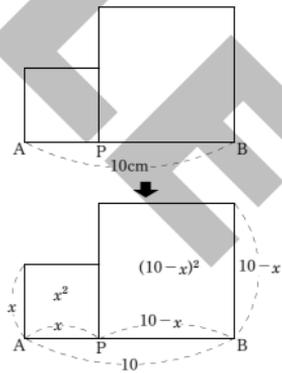
$$(x-24)(x-3) = 0$$

$$x = 24, x = 3$$

$0 < x < 12$  より  $x = 24$  は適さない  
よって  $x = 3$

答 3m

- ③ 右の図のように、長さ10cmの線分ABがある。線分AB上に点Pをとり、AP、BPをそれぞれ1辺とする正方形を作る。この2つの正方形の面積の和が  $52\text{cm}^2$  になるときのAPの長さを求めなさい。ただし  $AP < BP$  とする。

APの長さを  $x$  cm とするAB = 10cm だから PB は  $10 - x$  cm とする

$$x^2 + (10-x)^2 = 52 \quad \text{左の正方形} + \text{右の正方形} = 52$$

$$x^2 + 100 - 20x + x^2 - 52 = 0$$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x-4)(x-6) = 0$$

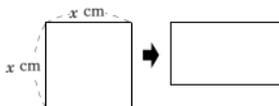
$$x = 4, x = 6$$

AP < BP より  $x = 6$  は適さない  
よって  $x = 4$

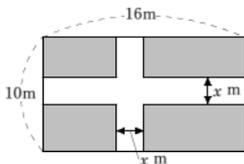
答 4cm

**練習1** 次の各問いに答えなさい。

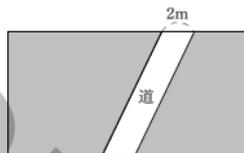
- ① 1辺の長さが  $x$  cm の正方形がある。この正方形のたてを  $3$  cm 短くし、横を  $4$  cm 長くして長方形にすると面積が  $30$   $\text{cm}^2$  になった。もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。



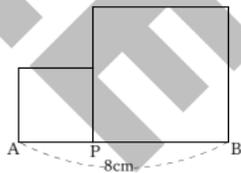
- ② 右の図のように、たてが  $10$  m、横が  $16$  m の長方形の畑がある。この畑に一定の幅で道を作ったら残りの畑の面積が  $112$   $\text{m}^2$  になった。この道の幅を求めなさい。



- ③ 右の図のように、横の長さがたての長さの  $2$  倍である長方形の土地がある。この土地に幅  $2$  m の道を作ったら残りの土地の面積が  $60$   $\text{m}^2$  になった。この土地のたての長さを求めなさい。



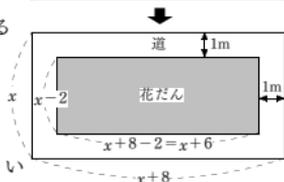
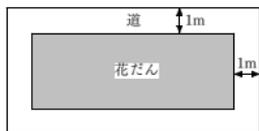
- ④ 右の図のように、長さ  $8$  cm の線分  $AB$  がある。線分  $AB$  上に点  $P$  をとり、 $AP$ 、 $BP$  をそれぞれ1辺とする正方形を作る。この2つの正方形の面積の和が  $40$   $\text{cm}^2$  になるときの  $AP$  の長さを求めなさい。ただし  $AP < BP$  とする。



## 例2 図形に関する2次方程式の利用(2)

次の各問いに答えなさい。

- ① 右の図のように、横がたてより8m長い土地がある。この土地に幅1mの道を作り、その内側を花だんにした。花だんの面積が $48\text{m}^2$ のときこの土地のたての長さを求めなさい。



もとの土地のたてを $x\text{m}$ とすると横は $x+8\text{m}$ となる

花だんのたては $x\text{m}$ から $2\text{m}$ をひいて $x-2\text{m}$

花だんの横は $x+8\text{m}$ から $2\text{m}$ をひいて $x+6\text{m}$

$$(x-2)(x+6) = 48 \quad \text{花だんの面積} = 48$$

$$x^2 + 4x - 12 - 48 = 0$$

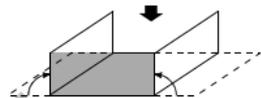
$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$(x-6)(x+10) = 0 \quad \begin{array}{l} x > 2 \text{より } x = -10 \text{は適さない} \\ \text{よって } x = 6 \end{array}$$

$$x = 6, \quad x = -10$$

答 6m

- ② 右の図のように、幅18cmの長方形の紙の両端を同じ長さだけ折り曲げると、切り口の長方形の面積が $36\text{cm}^2$ になった。端から何cmのところまで折り曲げたか求めなさい。



端から $x\text{cm}$ のところまで折り曲げたとする

切り口の長方形の横は $18-2x\text{cm}$

$$x(18-2x) = 36 \quad \text{切り口の面積} = 36$$

$$18x - 2x^2 - 36 = 0$$

$$-2x^2 + 18x - 36 = 0$$

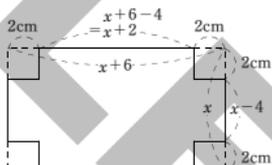
$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0 \quad \begin{array}{l} 0 < x < 9 \text{より} \\ x = 3, \quad x = 6 \text{とも適する} \end{array}$$

$$x = 3, \quad x = 6$$

答 3cm, 6cm

- ③ 右の図のように、横がたてより6cm長い長方形の紙がある。この紙の4すみから1辺が2cmの正方形を切り取って箱を作ると、その容積が $80\text{cm}^3$ になった。この紙のたての長さを求めなさい。



もとの長方形のたてを $x\text{cm}$ とすると横は $x+6\text{cm}$ となる

箱のたては $x\text{cm}$ から $4\text{cm}$ をひいて $x-4\text{cm}$

箱の横は $x+6\text{cm}$ から $4\text{cm}$ をひいて $x+2\text{cm}$

箱の高さは $2\text{cm}$

$$2(x-4)(x+2) = 80 \quad \text{箱の容積} = 80$$

$$(x-4)(x+2) = 40$$

$$x^2 - 2x - 8 - 40 = 0$$

$$x^2 - 2x - 48 = 0 \quad \begin{array}{l} x > 4 \text{より } x = -6 \text{は適さない} \\ \text{よって } x = 8 \end{array}$$

$$(x+6)(x-8) = 0$$

$$x = -6, \quad x = 8$$

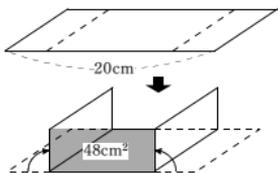
答 8cm

練習2 次の各問いに答えなさい。

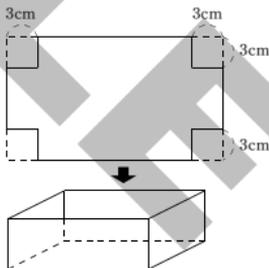
- ① 右の図のように、横がたてより10m長い土地がある。この土地に幅2mの道を作り、その内側を花だんにした。花だんの面積が $56\text{m}^2$ のときこの土地のたての長さを求めなさい。



- ② 右の図のように、幅20cmの長方形の紙の両端を同じ長さだけ折り曲げると、切り口の長方形の面積が $48\text{cm}^2$ になった。端から何cmのところまで折り曲げたか求めなさい。

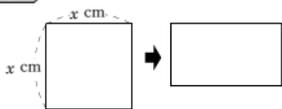


- ③ 右の図のように、横の長さがたての2倍である長方形の紙がある。この紙の4すみから1辺が3cmの正方形を切り取って箱を作ると、その容積が $168\text{cm}^3$ になった。この紙のたての長さを求めなさい。

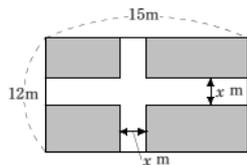


1 次の各問いに答えなさい。(20点×2=40点)▶p102 例1

- ① 1辺の長さが  $x$  cm の正方形がある。この正方形のたてを2cm短くし、横を5cm長くして長方形にすると面積が  $30\text{cm}^2$  になった。もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。



- ② 右の図のように、たてが12m、横が15mの長方形の畑がある。この畑に一定の幅で道を作ったら残りの畑の面積が  $108\text{m}^2$  になった。この道の幅を求めなさい。

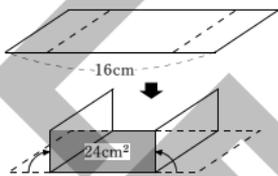


2 次の各問いに答えなさい。(20点×3=60点)▶p104 例2

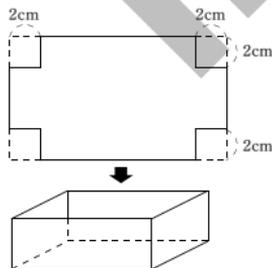
- ① 右の図のように、横がたてより6m長い土地がある。この土地に幅1mの道を作り、その内側を花だんにした。花だんの面積が  $40\text{m}^2$  のときこの土地のたての長さを求めなさい。



- ② 右の図のように、幅16cmの長方形の紙の両端を同じ長さだけ折り曲げると、切り口の長方形の面積が  $24\text{cm}^2$  になった。端から何cmのところまで折り曲げたか求めなさい。



- ③ 右の図のように、横の長さがたての2倍である長方形の紙がある。この紙の4すみから1辺が2cmの正方形を切り取って箱を作ると、その容積が  $96\text{cm}^3$  になった。この紙のたての長さを求めなさい。





## 2次方程式の利用(3)

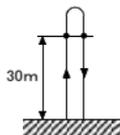
## 例1 式が与えられた2次方程式の利用

次の各問いに答えなさい。

- ① 地上からボールを秒速25mの速さで真上に投げ上げるとき、投げ上げてから $x$ 秒後のボールの高さは $25x - 5x^2$ mになるという。ボールの高さが30mになるのは投げ上げてから何秒後ですか。

投げ上げてから $x$ 秒後に30mになるとする  
 投げ上げてから $x$ 秒後のボールの高さは $25x - 5x^2$ mだから  
 $25x - 5x^2 = 30$   
 $-5x^2 + 25x - 30 = 0$   
 $x^2 - 5x + 6 = 0$   
 $(x-2)(x-3) = 0$   
 $x = 2, x = 3$

$x > 0$ より  
 $x = 2, x = 3$ とも適する

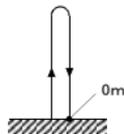


答 2秒後と3秒後

- ② ①の問題でボールが地上に戻ってくるのは投げ上げてから何秒後ですか。

投げ上げてから $x$ 秒後に地上に戻ってくるとする → 高さが0m  
 投げ上げてから $x$ 秒後のボールの高さは $25x - 5x^2$ mだから  
 $25x - 5x^2 = 0$   
 $-5x^2 + 25x = 0$   
 $x^2 - 5x = 0$   
 $x(x-5) = 0$   
 $x = 0, x = 5$

$x > 0$ より  
 $x = 0$ は適さない  
 よって $x = 5$



答 5秒後

## 例2 動点に関する2次方程式の利用

次の問いに答えなさい。

- ① たてが8cm横が16cmの長方形がある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Cから点Bまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qがそれぞれ点B、Cを同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が $12\text{cm}^2$ になるか求めなさい。

$x$ 秒後に $\triangle PBQ$ の面積が $12\text{cm}^2$ になるとする  
 $PB = x, BQ = 16 - 2x$ だから

$$\frac{1}{2}x(16 - 2x) = 12 \quad (\triangle PBQ \text{の面積} = 12)$$

$$x(16 - 2x) = 24$$

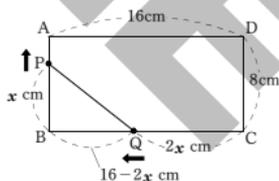
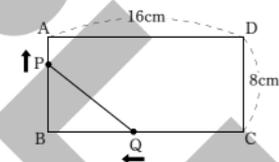
$$-2x^2 + 16x - 24 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0$$

$$x = 2, x = 6$$

$0 \leq x \leq 8$ より  
 $x = 2, x = 6$ とも適する



答 2秒後と6秒後

**練習1** 次の各問いに答えなさい。

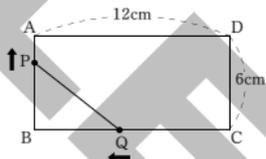
- ① 地上からボールを秒速30mの速さで真上に投げ上げるとき、投げ上げてから $x$ 秒後のボールの高さは $30x - 5x^2$ mになるといふ。ボールの高さが25mになるのは投げ上げてから何秒後ですか。

- ② ①の問題でボールが地上に戻ってくるのは投げ上げてから何秒後ですか。

- ③  $n$ 角形の対角線の数は $\frac{n(n-3)}{2}$ で表される。対角線の数が20本の多角形は何角形ですか。

**練習2** 次の問いに答えなさい。

- ① たてが6cm横が12cmの長方形がある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Cから点Bまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qがそれぞれ点B、Cを同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が $5\text{cm}^2$ になるか求めなさい。



1 次の各問いに答えなさい。(25点×3=75点)▶p108 例1

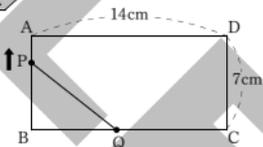
- ① 地上からボールを秒速40mの速さで真上に投げ上げるとき、投げ上げてから $x$ 秒後のボールの高さは $40x - 5x^2$ mになるといふ。ボールの高さが60mになるのは投げ上げてから何秒後ですか。

- ② ①の問題でボールが地上に戻ってくるのは投げ上げてから何秒後ですか。

- ③  $n$ 角形の対角線の数は $\frac{n(n-3)}{2}$ で表される。対角線の数が35本の多角形は何角形ですか。

2 次の問いに答えなさい。(25点×1=25点)▶p108 例2

- ① たてが7cm横が14cmの長方形がある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Cから点Bまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qがそれぞれ点B、Cを同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が $10\text{cm}^2$ になるか求めなさい。



## 確認問題 3-6-B

1 次の各問いに答えなさい。(25点×3=75点)▶p108例1

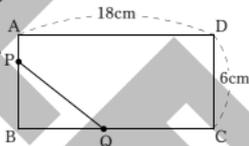
- ① 地上からボールを秒速20mの速さで真上に投げ上げるとき、投げ上げてから $x$ 秒後のボールの高さは $20x - 5x^2$ mになるという。ボールの高さが20mになるのは投げ上げてから何秒後ですか。

- ② ①の問題でボールが地上に戻ってくるのは投げ上げてから何秒後ですか。

- ③  $n$ 角形の対角線の数は $\frac{n(n-3)}{2}$ で表される。対角線の数が9本の多角形は何角形ですか。

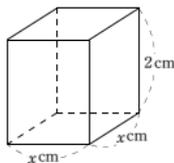
2 次の問いに答えなさい。(25点×1=25点)▶p108例2

- ① たてが6cm横が18cmの長方形がある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Cから点Bまで秒速3cmの速さで進む。点P、Qがそれぞれ点B、Cを同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が $12\text{cm}^2$ になるか求めなさい。



## 例1 2乗に比例する関数

右の図のように、底面の1辺が $x$  cmで高さが2cmの正四角柱がある。この正四角柱の体積を $y$  cm<sup>3</sup>とすると、次の各問に答えなさい。



① 次の表を完成させなさい。

x cm	0	1	2	3	4	5	6
y cm <sup>3</sup>							

$0 \times 0 \times 2$      $1 \times 1 \times 2$      $2 \times 2 \times 2$      $3 \times 3 \times 2$      $4 \times 4 \times 2$      $5 \times 5 \times 2$      $6 \times 6 \times 2$

②  $x$ の値が2倍、3倍…となると $y$ の値はどうなりますか。

4倍、9倍…となる

③  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

$$y = x \times x \times 2 \text{ より } y = 2x^2$$

x cm	0	1	2	3	4	5	6
y cm <sup>3</sup>	0	2	8	18	32	50	72

2倍 → 3倍 → 4倍  
 4倍 → 9倍 → 16倍

## ポイント

- ◆  $y$ が $x$ の関数で、 $y = ax^2$ の形( $a$ は0でない定数)で表されるとき  
 $y$ は $x$ の2乗に比例するという。 $\rightarrow y = 2x^2, y = -4x^2, y = \frac{1}{2}x^2$ など
- ◆  $y$ が $x$ の2乗に比例するとき  
 $x$ が2倍・3倍…になるとき  $y$ は4( $2^2$ )倍・9( $3^2$ )倍…となる。

比例定数

例2 2乗に比例する関数で $x, y$ の値を求める

次の各問に答えなさい。

①  $y = 2x^2$ で $x = -3$ のときの $y$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} y &= 2 \times (-3)^2 \quad \text{【}x = -3\text{を代入} \text{】} \\ &= 2 \times 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

②  $y = 2x^2$ で $y = 12$ のときの $x$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} 12 &= 2x^2 \quad \text{【}y = 12\text{を代入} \text{】} \\ x^2 &= 6 \\ x &= \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

## 例3 2乗に比例する関数を求める

次の各問に答えなさい。

①  $y$ が $x$ の2乗に比例し、 $x = 4$ のとき  $y = 32$ となる。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

$$\begin{aligned} y &= ax^2 \quad \text{【}y\text{が}x\text{の2乗に比例} \text{】} \\ 32 &= a \times 4^2 \quad \text{【}x = 4, y = 32\text{を代入} \text{】} \\ 32 &= 16a \\ a &= 2 \\ \text{よって } y &= 2x^2 \end{aligned}$$

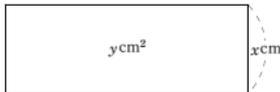
②  $y$ が $x$ の2乗に比例し、 $x = -2$ のとき  $y = -1$ となる。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

$$\begin{aligned} y &= ax^2 \quad \text{【}y\text{が}x\text{の2乗に比例} \text{】} \\ -1 &= a \times (-2)^2 \quad \text{【}x = -2, y = -1\text{を代入} \text{】} \\ -1 &= 4a \\ a &= -\frac{1}{4} \\ \text{よって } y &= -\frac{1}{4}x^2 \end{aligned}$$

## ポイント

- ◆  $y$ が $x$ の2乗に比例する  $\rightarrow y = ax^2$ とする

**練習1** 右の図のように、横の長さがたての長さの3倍である長方形がある。たての長さを $x$  cm、面積を $y$  cm<sup>2</sup>とすると、次の各問いに答えなさい。



- ① 次の表を完成させなさい。

$x$ cm	0	1	2	3	4	5	6
$y$ cm <sup>2</sup>							

- ②  $x$  の値が2倍、3倍…となると  $y$  の値はどうなりますか。
- ③  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

**練習2** 次の各問いに答えなさい。

- ①  $y = 3x^2$  で  $x = 2$  のときの  $y$  の値を求めなさい。
- ②  $y = -x^2$  で  $x = 5$  のときの  $y$  の値を求めなさい。
- ③  $y = 2x^2$  で  $x = -4$  のときの  $y$  の値を求めなさい。
- ④  $y = -2x^2$  で  $y = -16$  のときの  $x$  の値を求めなさい。

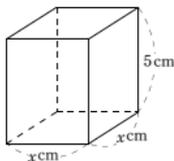
**練習3** 次の各問いに答えなさい。

- ①  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = 2$  のとき  $y = 12$  となる。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- ②  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = 3$  のとき  $y = -18$  となる。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- ③  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = 4$  のとき  $y = 8$  となる。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- ④  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = -3$  のとき  $y = -6$  となる。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

## 確認問題 4-1-A

点

1 右の図のように、底面の1辺が $x$  cmで高さが5 cmの正四角柱がある。この正四角柱の体積を $y$   $\text{cm}^3$ とすると、次の各問いに答えなさい。(10点×2=20点)▶p112 例1



①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

②  $x$ の値が2倍、3倍…となると $y$ の値はどうなりますか。

2 次の各問いに答えなさい。(10点×4=40点)▶p112 例2

①  $y=2x^2$ で $x=5$ のときの $y$ の値を求めなさい。

②  $y=-3x^2$ で $x=2$ のときの $y$ の値を求めなさい。

③  $y=4x^2$ で $x=-3$ のときの $y$ の値を求めなさい。

④  $y=3x^2$ で $y=24$ のときの $x$ の値を求めなさい。

3 次の各問いに答えなさい。(10点×4=40点)▶p112 例3

①  $y$ が $x$ の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=18$ となる。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

②  $y$ が $x$ の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=-20$ となる。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

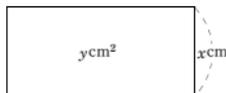
③  $y$ が $x$ の2乗に比例し、 $x=-2$ のとき $y=6$ となる。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

④  $y$ が $x$ の2乗に比例し、 $x=4$ のとき $y=-4$ となる。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

## 確認問題 4-1-B

1 右の図のように、横の長さがたての長さの2倍である長方形がある。たての長さを $x$  cm、面積を $y$  cm<sup>2</sup>とすると、次の各問いに答えなさい。

(10点×2=20点)▶p112 例1



①  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

②  $x$  の値が2倍、3倍…となると  $y$  の値はどうなりますか。

2 次の各問いに答えなさい。(10点×4=40点)▶p112 例2

①  $y = -x^2$  で  $x = 3$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

②  $y = 2x^2$  で  $x = -6$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

③  $y = \frac{1}{2}x^2$  で  $x = -4$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

④  $y = 4x^2$  で  $y = 36$  のときの  $x$  の値を求めなさい。

3 次の各問いに答えなさい。(10点×4=40点)▶p112 例3

①  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = -2$  のとき  $y = 20$  となる。  
 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

②  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = 4$  のとき  $y = -16$  となる。  
 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

③  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = 6$  のとき  $y = 12$  となる。  
 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

④  $y$  が  $x$  の2乗に比例し、 $x = -5$  のとき  $y = -15$  となる。  
 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

# 2 2乗に比例する関数のグラフ

## 例1 2乗に比例する関数のグラフの書き方

次の関数のグラフを書きなさい。

①  $y = 2x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y				0			

$2 \times 1^2 = 2$     $2 \times 2^2 = 8$     $2 \times 3^2 = 18$

同じ値になる

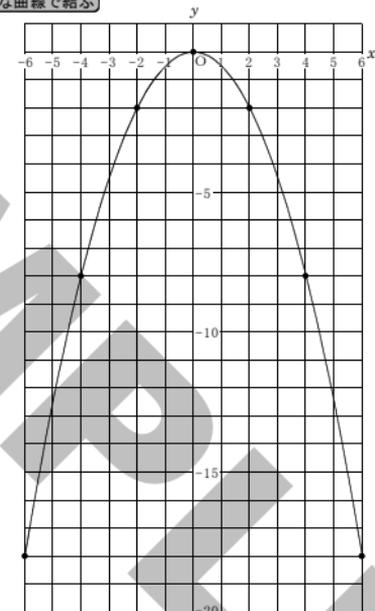
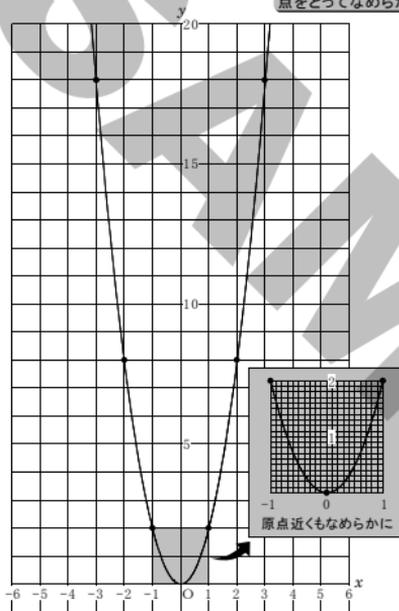
②  $y = -\frac{1}{2}x^2$

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y				0			

$-\frac{1}{2} \times 2^2 = -2$     $-\frac{1}{2} \times 4^2 = -8$     $-\frac{1}{2} \times 6^2 = -18$

同じ値になる

点をとってなめらかな曲線で結ぶ



## 例2 2乗に比例する関数のグラフの特徴

2乗に比例する関数のグラフの特徴

放物線

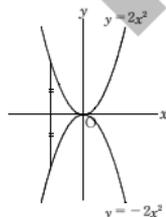
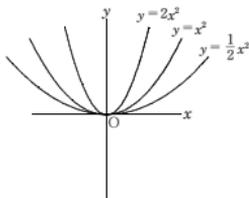
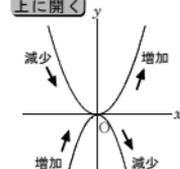
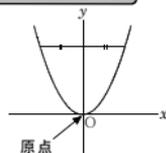
y軸について線対称

$a > 0$

上へ開く

比例定数の絶対値が大きいほど  
グラフの開き方が小さい

$y = ax^2$ と $y = -ax^2$ のグラフは  
x軸について線対称



$a < 0$

下へ開く

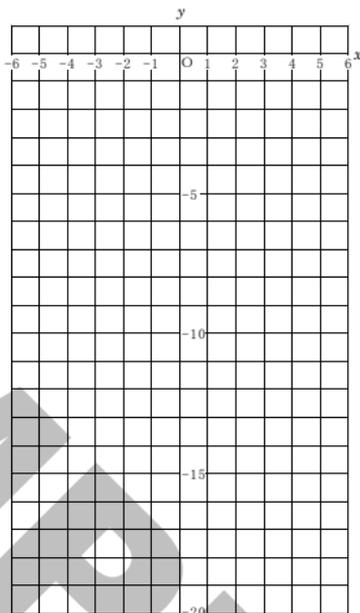
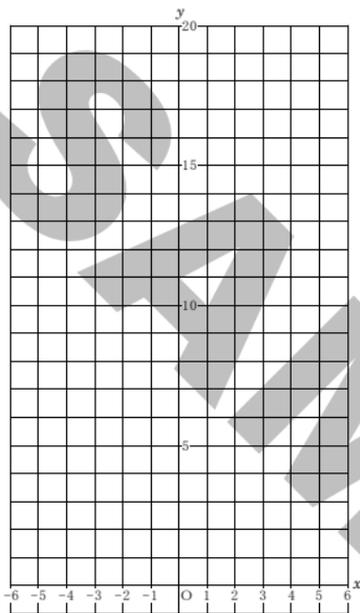
練習1 次の関数のグラフを書きなさい。

①  $y = x^2$

②  $y = \frac{1}{2}x^2$

③  $y = -x^2$

④  $y = -2x^2$



練習2 下のア～クについて次の各問いに答えなさい。

- ① ア～クの関数のグラフの曲線を何といいますか。
- ② ア～クの中でグラフが下に開いているものの記号をすべて答えなさい。
- ③ ア～クの中でグラフが $x$ 軸について対称となっているのはどれとどれですか。
- ④ ア～クの中でグラフの開き方が最も小さいのはどれですか。

ア  $y = -x^2$

イ  $y = 2x^2$

ウ  $y = -3x^2$

エ  $y = \frac{1}{2}x^2$

オ  $y = \frac{2}{3}x^2$

カ  $y = -5x^2$

キ  $y = -\frac{1}{4}x^2$

ク  $y = 3x^2$

## 確認問題 4-2-A

点

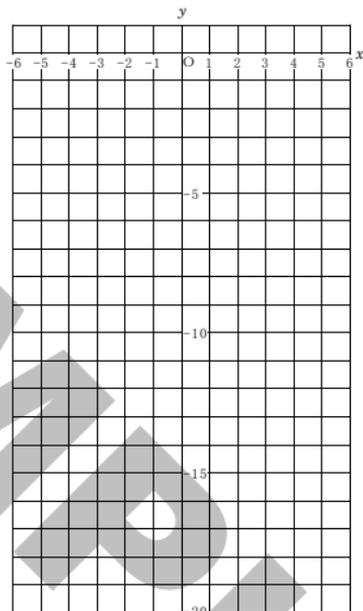
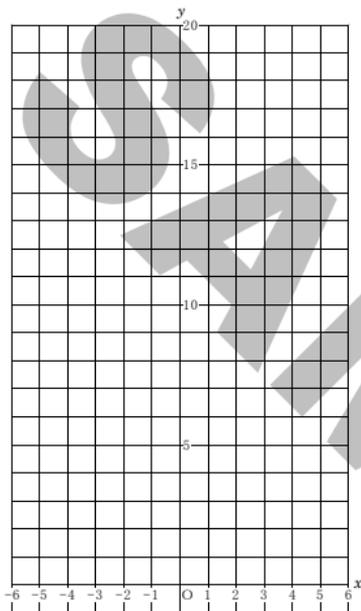
1 次の関数のグラフを書きなさい。(15点×4=60点)▶p116例1

①  $y = x^2$

②  $y = \frac{1}{4}x^2$

③  $y = -x^2$

④  $y = -\frac{1}{2}x^2$



2 下のア～クについて次の各問に答えなさい。(10点×4=40点)▶p116例2

- ① ア～クの関数のグラフの曲線を何といいますか。
- ② ア～クの中でグラフが上に開いているものの記号をすべて答えなさい。
- ③ ア～クの中でグラフがx軸について対称となっているのはどれとどれですか。
- ④ ア～クの中でグラフの開き方が最も大きいのはどれですか。

ア  $y = 4x^2$

イ  $y = -x^2$

ウ  $y = 2x^2$

エ  $y = \frac{1}{4}x^2$

オ  $y = -\frac{1}{2}x^2$

カ  $y = 3x^2$

キ  $y = -\frac{3}{4}x^2$

ク  $y = -4x^2$

## 確認問題 4-2-B

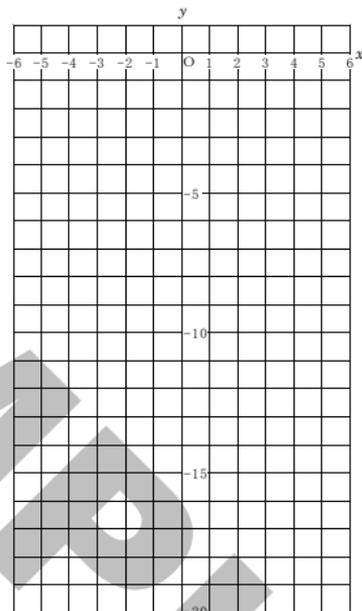
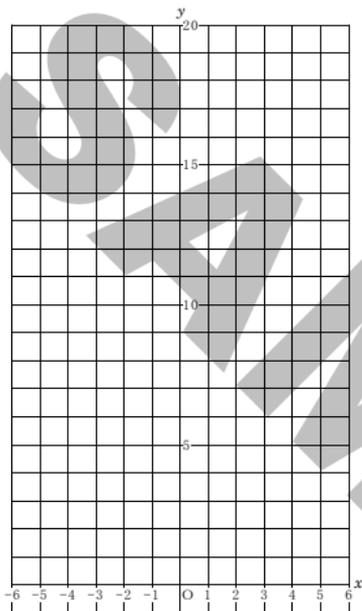
1 次の関数のグラフを書きなさい。(15点×4=60点)▶p116例1

①  $y = 2x^2$

②  $y = \frac{1}{2}x^2$

③  $y = -\frac{1}{4}x^2$

④  $y = -x^2$



2 下のア～クについて次の各問いに答えなさい。(10点×4=40点)▶p116例2

- ア～クの間数のグラフの曲線を何といいますか。
- ア～クの中でグラフが下に開いているものの記号をすべて答えなさい。
- ア～クの中でグラフがx軸について対称となっているのはどれとどれですか。
- ア～クの中でグラフの開き方が最も小さいのはどれですか。

ア  $y = -2x^2$

イ  $y = -3x^2$

ウ  $y = -x^2$

エ  $y = \frac{1}{6}x^2$

オ  $y = \frac{1}{3}x^2$

カ  $y = 3x^2$

キ  $y = \frac{1}{4}x^2$

ク  $y = -5x^2$

# 変域と変化の割合

## 例1 2乗に比例する関数の変域

次の関数で  $x$  の変域に対する  $y$  の変域を求めなさい。

①  $y = x^2$  ( $-4 \leq x \leq 2$ )      ②  $y = -2x^2$  ( $-1 \leq x \leq 3$ )      ③  $y = 2x^2$  ( $1 \leq x \leq 3$ )

変域の中に0がある

変域の中に0がある

変域の中に0がない

0と0から遠いほうを代入

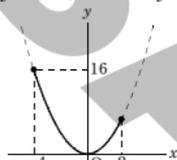
0と0から遠いほうを代入

変域の両端の値を代入

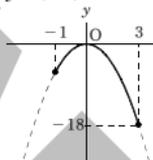
$x = 0, x = -4$  を代入  
 $x = 0 \rightarrow y = 0^2 = 0$   
 $x = -4 \rightarrow y = (-4)^2 = 16$   
 $y$  の変域は  $0 \leq y \leq 16$

$x = 0, x = 3$  を代入  
 $x = 0 \rightarrow y = -2 \times 0^2 = 0$   
 $x = 3 \rightarrow y = -2 \times 3^2 = -18$   
 $y$  の変域は  $-18 \leq y \leq 0$

$x = 1, x = 3$  を代入  
 $x = 1 \rightarrow y = 2 \times 1^2 = 2$   
 $x = 3 \rightarrow y = 2 \times 3^2 = 18$   
 $y$  の変域は  $2 \leq y \leq 18$



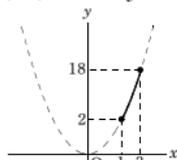
$0 \leq y \leq 16$



$-18 \leq y \leq 0$

✕正しくない

$0 \leq y \leq -18$



$2 \leq y \leq 18$

## 例2 2乗に比例する関数の変化の割合(1)

$y = 3x^2$  で  $x$  が  $-2$  から  $4$  まで増加するとき、次の各問いに答えなさい。

①  $x$  の増加量・ $y$  の増加量を求めなさい。

カッコをつける

前	→	後	
$x$	$-2$	$4$	
$y$	$12$	$48$	
	$3 \times (-2)^2$	$3 \times 4^2$	

$x$  の増加量  $= 4 - (-2) = 6$       ✕  $4 - 2 = 2$  としない!

$y$  の増加量  $= 48 - 12 = 36$

後 - 前

変化の割合  $= a(m+n)$

$y = ax^2$  で  $x$  が  $m$  から  $n$  まで増加するとき

$x$	$m$	→	$n$	$x$ の増加量 $= n - m$
$y$	$am^2$	→	$an^2$	$y$ の増加量 $= an^2 - am^2$
				$= a(n^2 - m^2)$
				$= a(n+m)(n-m)$

② 変化の割合を求めなさい。

変化の割合  $= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{36}{6} = 6$

$3 \times (-2 + 4)$

変化の割合  $= \frac{a(n+m)(n-m)}{n-m} = a(m+n)$

## 例3 2乗に比例する関数の変化の割合(2)

次の各問いに答えなさい。

①  $y = ax^2$  で  $x$  が  $-3$  から  $7$  まで増加するとき、変化の割合が  $-8$  になった。  
 $a$  の値を求めなさい。

②  $x$  が  $-2$  から  $4$  まで増加するとき  $y = ax^2$  と  $y = 3x + 1$  の変化の割合が等しくなった。  
 $a$  の値を求めなさい。

変化の割合は  
 $a \times (-3 + 7) = 4a$   
 これが  $-8$  と等しいから  
 $4a = -8$   
 $a = -2$

$y = ax^2$  の変化の割合は  $a \times (-2 + 4) = 2a$   
 $y = 3x + 1$  の変化の割合は一定で  $3$   
 この2つの変化の割合が等しいので  
 $2a = 3$  よって  $a = \frac{3}{2}$

1次関数の  
変化の割合は一定

練習1 次関数で  $x$  の変域に対する  $y$  の変域を求めなさい。

①  $y = x^2$  ( $-2 \leq x \leq 5$ )      ②  $y = -x^2$  ( $-4 \leq x \leq 3$ )      ③  $y = -2x^2$  ( $2 \leq x \leq 4$ )

④  $y = 3x^2$  ( $-3 \leq x \leq -1$ )      ⑤  $y = \frac{1}{2}x^2$  ( $-6 \leq x \leq 2$ )      ⑥  $y = -\frac{1}{4}x^2$  ( $-3 \leq x \leq 2$ )

練習2 次の各問いに答えなさい。

①  $y = x^2$  で  $x$  が  $-2$  から  $5$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。      ②  $y = -x^2$  で  $x$  が  $3$  から  $4$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

③  $y = -2x^2$  で  $x$  が  $-4$  から  $2$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。      ④  $y = 3x^2$  で  $x$  が  $-6$  から  $-1$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2$  で  $x$  が  $2$  から  $8$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。      ⑥  $y = \frac{2}{3}x^2$  で  $x$  が  $-4$  から  $1$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

練習3 次の各問いに答えなさい。

①  $y = ax^2$  で  $x$  が  $-2$  から  $5$  まで増加するとき、変化の割合が  $12$  になった。 $a$  の値を求めなさい。      ②  $x$  が  $1$  から  $5$  まで増加するとき  $y = ax^2$  と  $y = 2x - 3$  の変化の割合が等しくなった。 $a$  の値を求めなさい。

③  $y = ax^2$  で  $x$  が  $-6$  から  $2$  まで増加するとき、変化の割合が  $-2$  になった。 $a$  の値を求めなさい。      ④  $x$  が  $-3$  から  $5$  まで増加するとき  $y = ax^2$  と  $y = -6x + 3$  の変化の割合が等しくなった。 $a$  の値を求めなさい。

1  $x$ の変域に対する $y$ の変域を求めなさい。(6点×6=36点)▶p120 例1

①  $y = -x^2$  ( $-6 \leq x \leq 2$ )    ②  $y = 2x^2$  ( $-1 \leq x \leq 5$ )    ③  $y = x^2$  ( $4 \leq x \leq 8$ )

④  $y = 4x^2$  ( $-2 \leq x \leq -1$ )    ⑤  $y = -\frac{1}{3}x^2$  ( $-1 \leq x \leq 6$ )    ⑥  $y = -\frac{1}{2}x^2$  ( $-4 \leq x \leq 2$ )

2 次の各問いに答えなさい。(6点×6=36点)▶p120 例2

①  $y = 2x^2$ で $x$ が $-1$ から $3$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。    ②  $y = -x^2$ で $x$ が $2$ から $5$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

③  $y = -3x^2$ で $x$ が $-3$ から $1$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。    ④  $y = x^2$ で $x$ が $-4$ から $-2$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑤  $y = \frac{1}{2}x^2$ で $x$ が $-4$ から $6$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。    ⑥  $y = -\frac{1}{3}x^2$ で $x$ が $2$ から $4$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

3 次の各問いに答えなさい。(7点×4=28点)▶p120 例3

①  $y = ax^2$ で $x$ が $-2$ から $5$ まで増加するとき、変化の割合が $15$ になった。    ②  $x$ が $-3$ から $5$ まで増加するとき $y = ax^2$ と $y = -x + 8$ の変化の割合が等しくなった。 $a$ の値を求めなさい。

③  $y = ax^2$ で $x$ が $2$ から $4$ まで増加するとき、変化の割合が $-3$ になった。 $a$ の値を求めなさい。    ④  $x$ が $-4$ から $-2$ まで増加するとき $y = ax^2$ と $y = 6x - 4$ の変化の割合が等しくなった。 $a$ の値を求めなさい。

## 確認問題 4-3-B

1  $x$ の変域に対する $y$ の変域を求めなさい。(6点×6=36点)▶p120例1

①  $y = x^2 (-3 \leq x \leq 1)$     ②  $y = -2x^2 (-2 \leq x \leq 4)$     ③  $y = -x^2 (2 \leq x \leq 5)$

④  $y = 2x^2 (-3 \leq x \leq -2)$     ⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 (-4 \leq x \leq 2)$     ⑥  $y = \frac{1}{4}x^2 (-2 \leq x \leq 6)$

2 次の各問いに答えなさい。(6点×6=36点)▶p120例2

①  $y = 3x^2$ で $x$ が2から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。    ②  $y = -2x^2$ で $x$ が3から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

③  $y = x^2$ で $x$ が-5から-2まで増加するときの変化の割合を求めなさい。    ④  $y = -x^2$ で $x$ が-1から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑤  $y = \frac{1}{4}x^2$ で $x$ が-9から1まで増加するときの変化の割合を求めなさい。    ⑥  $y = -\frac{1}{2}x^2$ で $x$ が-5から3まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

3 次の各問いに答えなさい。(7点×4=28点)▶p120例3

①  $y = ax^2$ で $x$ が-5から-1まで増加するとき、変化の割合が-12になった。 $y = 6x - 1$ の変化の割合が等しくなった。 $a$ の値を求めなさい。    ②  $x$ が2から7まで増加するとき $y = ax^2$ と $y = 6x - 1$ の変化の割合が等しくなった。 $a$ の値を求めなさい。

③  $y = ax^2$ で $x$ が-5から1まで増加するとき、変化の割合が6になった。 $a$ の値を求めなさい。    ④  $x$ が-5から1まで増加するとき $y = ax^2$ と $y = 2x + 7$ の変化の割合が等しくなった。 $a$ の値を求めなさい。

## 例1 2乗に比例する関数の利用(1)

一定の傾きがある斜面でボールを転がすと、ボールの転がった距離は時間の2乗に比例するという。転がった時間を $x$ (秒)、転がった距離を $y$ (m)として次の各問いに答えなさい。

- ① ボールを転がしてから3秒間で18m転がった。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

$$\begin{aligned} & \text{距離は時間の2乗に比例する} \rightarrow y = ax^2 \\ & \text{3秒で18mだから} y = ax^2 \text{に} x = 3, y = 18 \text{を代入} \\ & 18 = a \times 3^2 \\ & 18 = 9a \\ & a = 2 \quad \text{よって} y = 2x^2 \quad \text{答} y = 2x^2 \end{aligned}$$

- ② このボールは5秒間で何m転がりますか。

$$\begin{aligned} & y = 2x^2 \text{に} x = 5 \text{を代入} \\ & y = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50 \quad \text{答} 50(\text{m}) \end{aligned}$$

- ③ このボールの3秒後から5秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\begin{aligned} & \text{平均の速さ} = \frac{\text{距離の増加量}}{\text{時間の増加量}} \rightarrow \text{変化の割合} \quad \text{平均の速さ} = \text{変化の割合} \\ & \text{p120の例2の変化の割合の求め方より} \quad 2 \times (3+5) = 16 \quad \text{答} 16(\text{m/秒}) \end{aligned}$$

## 例2 2乗に比例する関数の利用(2)

たてが8cm横が16cmの長方形がある。点PはAB上で点Bから点Aまで秒速2cmの速さで進み、点QはBC上で点Bから点Cまで秒速4cmの速さで進む。点P、Qが点Bを同時に出発してから $x$ 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とすると、次の各問いに答えなさい。

- ①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

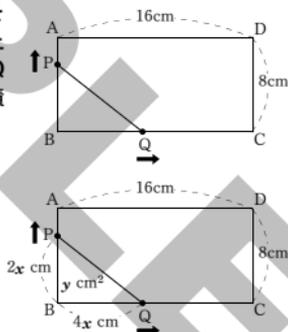
$$\begin{aligned} & y = 4x \times 2x \times \frac{1}{2} \\ & = 4x^2 \quad \text{答} y = 4x^2 \end{aligned}$$

- ② 2秒後の $\triangle PBQ$ の面積を求めなさい。

$$\begin{aligned} & y = 4x^2 \text{に} x = 2 \text{を代入} \\ & y = 4 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16 \quad \text{答} 16\text{cm}^2 \end{aligned}$$

- ③  $\triangle PBQ$ の面積が $20\text{cm}^2$ になるのは何秒後ですか。

$$\begin{aligned} & y = 4x^2 \text{に} y = 20 \text{を代入} \\ & 20 = 4x^2 \\ & x^2 = 5 \\ & x = \pm \sqrt{5} \quad 0 \leq x \leq 4 \text{より} x = \sqrt{5} \quad \text{答} \sqrt{5} \text{秒後} \end{aligned}$$



練習1 物を自然に落下させると落下距離は落下時間の2乗に比例するという。

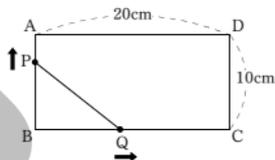
落下時間を $x$ (秒)、落下距離を $y$ (m)として次の各問いに答えなさい。

① ある物体は落下させてから2秒間に20m落下した。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

② この物体は4秒間で何m落下しますか。

③ この物体の4秒後から6秒後までの平均の速さを求めなさい。

練習2 たてが10cm横が20cmの長方形がある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Bから点Cまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qが点Bを同時に出発してから $x$ 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき、次の各問いに答えなさい。



①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。

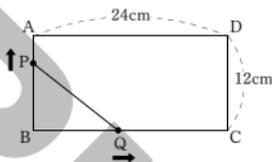
② 5秒後の $\triangle PBQ$ の面積を求めなさい。

③  $\triangle PBQ$ の面積が $12\text{cm}^2$ になるのは何秒後ですか。

1 一定の傾きがある斜面でボールを転がすと、ボールの転がった距離は時間の2乗に比例するという。転がった時間を $x$ (秒)、転がった距離を $y$ (m)として次の各問に答えなさい。(12点×4=48点)▶p124 例1

- ① ボールを転がしてから4秒間で8m転がった。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。
- ② このボールは6秒間で何m転がりますか。
- ③ このボールの2秒後から8秒後までの平均の速さを求めなさい。
- ④ このボールの3秒後から9秒後までの平均の速さを求めなさい。

2 たてが12cm横が24cmの長方形がある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速3cmの速さで進み、点QはBC上を点Bから点Cまで秒速6cmの速さで進む。点P、Qが点Bを同時に出発してから $x$ 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とすると、次の各問に答えなさい。(13点×4=52点)▶p124 例2



- ①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。
- ② 3秒後の $\triangle PBQ$ の面積を求めなさい。
- ③  $\triangle PBQ$ の面積が $36\text{cm}^2$ になるのは何秒後ですか。
- ④  $\triangle PBQ$ の面積が $72\text{cm}^2$ になるのは何秒後ですか。

# 確認問題 4-4-B 点

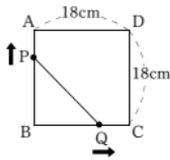
1 物を自然に落下させると落下距離は落下時間の2乗に比例するという。落下時間を $x$ (秒)、落下距離を $y$ (m)として次の各問いに答えなさい。

(12点×4=48点)▶p124 例1

- ① ある物体は落下させてから3秒間に45m落下した。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。
- ② この物体は2秒間で何m落下しますか。
- ③ この物体の2秒後から3秒後までの平均の速さを求めなさい。
- ④ この物体の3秒後から4秒後までの平均の速さを求めなさい。

2 1辺が18cmの正方形がある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速2cmの速さで進み、点QはBC上を点Bから点Cまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qが点Bを同時に出発してから $x$ 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

(13点×4=52点)▶p124 例2

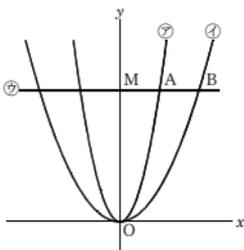


- ①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。
- ② 2秒後の $\triangle PBQ$ の面積を求めなさい。
- ③  $\triangle PBQ$ の面積が $18\text{cm}^2$ になるのは何秒後ですか。
- ④  $\triangle PBQ$ の面積が $24\text{cm}^2$ になるのは何秒後ですか。

# 5 《2乗に比例する関数のグラフの利用》

## 例1 2乗に比例する関数と座標

右の図で、⑦は $y = ax^2$ 、⑧は $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。  
 ⑨はx軸に平行な直線で、⑦との交点をA、⑧との交点をB(x座標は6)、y軸との交点をMとする。また、AはBMの中点である。このとき次の各問いに答えなさい。



- ① 点Bのy座標を求めなさい。

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ に } x = 6 \text{ を代入して}$$

グラフ上にある点の座標は代入してよい

$$y = \frac{1}{4} \times 6^2 = \frac{1}{4} \times 36 = 9$$

- ② aの値を求めなさい。

点AはBMの中点だから点Aのx座標は3

点Aと点Bのy座標は等しいので点Aのy座標は9

→ Aの座標はA(3, 9)

$y = ax^2$  に  $x = 3$ ,  $y = 9$  を代入 ← A(3, 9) を通る

$$9 = a \times 3^2$$

$$9 = 9a \text{ より } a = 1$$

グラフ上にある点の座標は代入してよい

## 例2 2乗に比例する関数と1次関数

右の図のように $y = ax^2$ のグラフ上に点A、点Bがある。  
 点Aの座標が(-2, 2)で点Bのx座標が4であるとき、次の各問いに答えなさい。

- ① aの値を求めなさい。

$y = ax^2$  に  $x = -2$ ,  $y = 2$  を代入 ← A(-2, 2) を通る

$$2 = a \times (-2)^2$$

$$2 = 4a \text{ より } a = \frac{1}{2}$$

グラフ上にある点の座標は代入してよい

- ② Bのy座標を求めなさい。

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{ に } x = 4 \text{ を代入して}$$

$$y = \frac{1}{2} \times 4^2 = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

- ③ 直線ABの式を求めなさい。

右の図から直線ABの傾きは  $\frac{6}{6} = 1$

$y = x + b$  に  $x = -2$ ,  $y = 2$  を代入(Bの座標でもよい)

$$2 = -2 + b \text{ より } b = 4 \text{ よって } y = x + 4$$

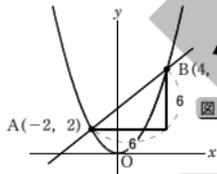
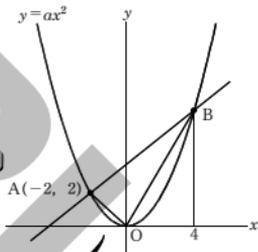
$y = ax + b$  に A, B の座標を代入して連立方程式で解いてもよい

- ④  $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

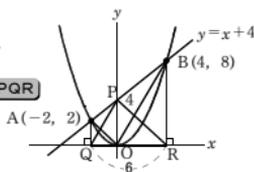
右の図のように $\triangle AOB$ と $\triangle PQR$ の面積は等しいので

$$\text{面積は } 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12 \text{ となる}$$

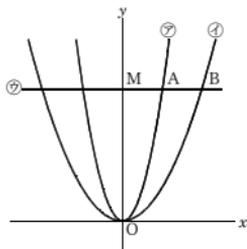
$\triangle AOB = \triangle PQR$



図から傾きを求めると計算が楽



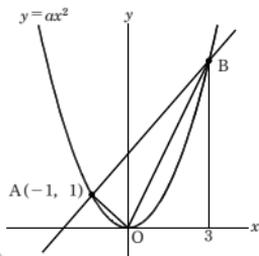
練習1 右の図で、㉗は $y = ax^2$ 、㉘は $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。㉙はx軸に平行な直線で、㉗との交点をA、㉘との交点をB(x座標は4)、y軸との交点をMとする。また、AはBMの中点である。このとき次の各問いに答えなさい。



① 点Bのy座標を求めなさい。

②  $a$ の値を求めなさい。

練習2 右の図のように $y = ax^2$ のグラフ上に点A、点Bがある。点Aの座標が $(-1, 1)$ で点Bのx座標が3であるとき、次の各問いに答えなさい。



①  $a$ の値を求めなさい。

② Bのy座標を求めなさい。

③ 直線ABの式を求めなさい。

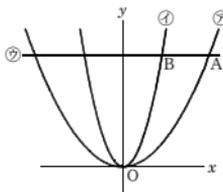
④  $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

## 確認問題 4-5-A

点

1 右の図で、㉞は $y=ax^2$ 、㉟は $y=3x^2$ のグラフである。

㉞の直線は $x$ 軸に平行で㉞と㉟の交点がA、㉟と㉞の交点がBである。点Aの座標が(6, 12)のとき、次の各問に答えなさい。(10点×2=20点)▶p128 例1

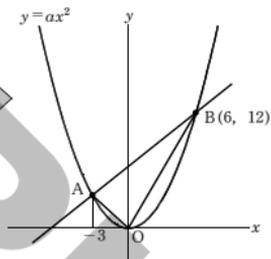


①  $a$ の値を求めなさい。

② ABの長さを求めなさい。

2 右の図のように $y=ax^2$ のグラフ上に点A、点Bがある。点Bの座標が(6, 12)で点Aの $x$ 座標が-3であるとき、次の各問に答えなさい。

(20点×4=80点)▶p128 例2



①  $a$ の値を求めなさい。

② Aの $y$ 座標を求めなさい。

③ 直線ABの式を求めなさい。

④  $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

# 確認問題 4-5-B

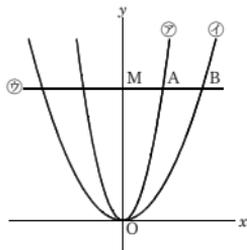
点

1 右の図で、㉞は $y = ax^2$ 、㉟は $y = \frac{3}{4}x^2$ のグラフである。

㊦は $x$ 軸に平行な直線で、㉞との交点をA、㉟との交点をB( $x$ 座標は4)、 $y$ 軸との交点をMとする。また、AはBMの中点である。このとき次の各問いに答えなさい。(10点×2=20点)▶p128 例1

① 点Bの $y$ 座標を求めなさい。

②  $a$ の値を求めなさい。



2 右の図のように $y = ax^2$ のグラフ上に点A、点Bがある。点Aの座標が $(-4, 16)$ で点Bの $x$ 座標が2であるとき、次の各問いに答えなさい。

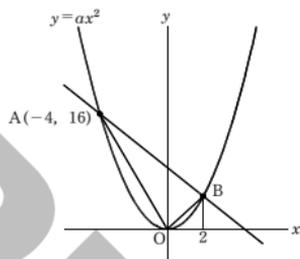
(20点×4=80点)▶p128 例2

①  $a$ の値を求めなさい。

② Bの $y$ 座標を求めなさい。

③ 直線ABの式を求めなさい。

④  $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。



# 6 2乗に比例する関数と方程式

## 例1 2乗に比例する関数と1次関数との交点

2つのグラフの交点A, Bの座標を求めなさい。

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x+3 \end{cases}$$

交点の座標は連立方程式

↓代入法で解く

$$x^2 = 2x + 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1, x = 3$$

Aのx座標は-1, Bのx座標は3

↓ $y=x^2$ に代入

Aのy座標は

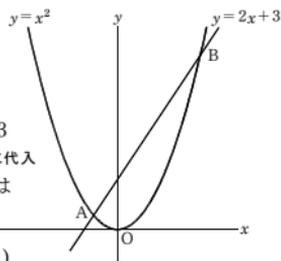
$$y = (-1)^2 = 1$$

↓ $y=x^2$ に代入

Bのy座標は

$$y = 3^2 = 9$$

答 A(-1, 1) B(3, 9)



## 例2 2乗に比例する関数と方程式(1)

右の図で、㊦は $y=ax^2$ のグラフで、グラフ上に点A, B, Cをとる。点A, B, Cのx座標がそれぞれ-2, 2, 4であるとき△ABCの面積が12となった。

aの値を求めなさい。

グラフ上にある点の座標は代入してよい

点Bのy座標は $y=ax^2$ に $x=2$ を代入して $y=a \times 2^2 = 4a$

点Cのy座標は $y=ax^2$ に $x=4$ を代入して $y=a \times 4^2 = 16a$

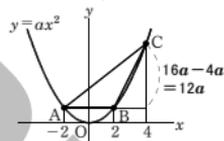
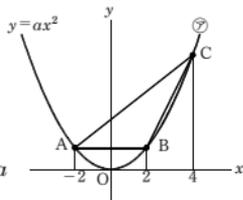
よって△ABCの高さは $16a - 4a = 12a$

△ABCの底辺は $AB=4$

△ABCの面積が12だから  $4 \times 12a \times \frac{1}{2} = 12$

$$24a = 12$$

$$a = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$



## 例3 2乗に比例する関数と方程式(2)

右の図で、㊦は $y=3x^2$ 、㊧は $y=x^2$ のグラフである。㊦のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線ともう1つの交点をBとする。また点A, Bからy軸に平行にひいた直線と㊧の交点をそれぞれC, Dとする。AC=3ABのとき、点Aの座標を求めなさい。(但し点Aのx座標は0でない)

点Aのx座標をaとする

グラフ上にある点の座標は代入してよい

点Aのy座標は $y=3x^2$ に $x=a$ を代入して $y=3 \times a^2 = 3a^2$

点Cのy座標は $y=x^2$ に $x=a$ を代入して $y=a^2$

よって $AC = 3a^2 - a^2 = 2a^2$

点Bのx座標は-aだから $AB = 2a$

AC=3ABより

$$2a^2 = 3 \times 2a$$

$$2a^2 - 6a = 0$$

$$a^2 - 3a = 0$$

$$a(a-3) = 0$$

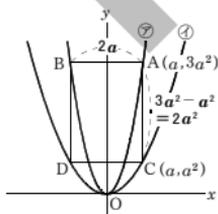
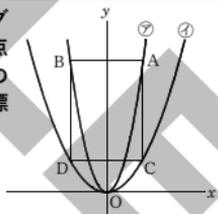
$$a = 0, a = 3$$

→ $a > 0$ より $a = 3$

Aのy座標は $3a^2$ に $a = 3$ を代入して

$$3 \times 3^2 = 27$$

答 (3, 27)

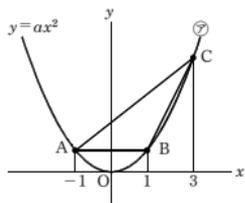


練習1 2つのグラフの交点の座標を求めなさい。

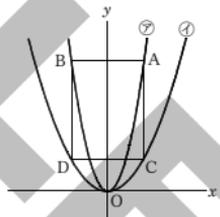
①  $y = x^2$ ,  $y = x + 20$

②  $y = -3x^2$ ,  $y = 3x - 6$

練習2 ㊦は $y = ax^2$ のグラフで、グラフ上に点A, B, Cをとる。点A, B, Cの $x$ 座標がそれぞれ-1, 1, 3であるとき $\triangle ABC$ の面積が24となった。 $a$ の値を求めなさい。



練習3 右の図で、㊦は $y = 2x^2$ 、㊧は $y = x^2$ のグラフである。㊦のグラフ上の点Aから $x$ 軸に平行にひいた直線と、もう1つの交点をBとする。また点A, Bから $y$ 軸に平行にひいた直線と㊧の交点をそれぞれC, Dとする。AC = 2ABのとき、点Aの座標を求めなさい。(但し点Aの $x$ 座標は0でない)

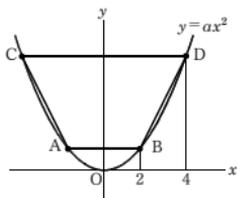


1 2つのグラフの交点の座標を求めなさい。(25点×2=50点)▶p132 例1

①  $y = x^2$ ,  $y = -2x + 8$

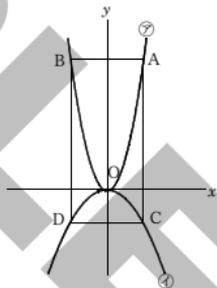
②  $y = -2x^2$ ,  $y = -2x - 12$

2  $y = ax^2$  のグラフ上に4点A, B, C, Dをとる。AB, CDはx軸に平行で、B, Dのx座標はそれぞれ2, 4である。台形ABDCの面積が36となるときaの値を求めなさい。(25点×1=25点)▶p132 例2



3 右の図で、㊷は $y = 2x^2$ 、㊸は $y = -x^2$ のグラフである。㊷のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線と、もう1つの交点をBとする。また点A, Bからy軸に平行にひいた直線と㊸の交点をそれぞれC, Dとする。AC = 3ABのとき、点Aの座標を求めなさい。(但し点Aのx座標は0でない)

(25点×1=25点)▶p132 例3



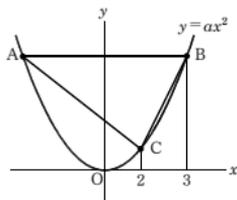
# 確認問題 4-6-B 点

1 2つのグラフの交点の座標を求めなさい。(25点×2=50点)▶p132 例1

①  $y = -x^2$ ,  $y = 3x - 10$

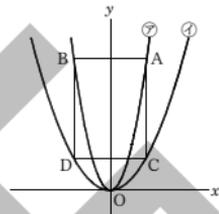
②  $y = x^2$ ,  $y = -4x + 12$

2  $y = ax^2$ のグラフ上に3点A, B, Cをとる。ABはx軸に平行で、C, Bのx座標はそれぞれ2, 3である。 $\triangle ABC$ の面積が60となるときaの値を求めなさい。(25点×1=25点)▶p132 例2



3 右の図で、㊷は $y = 3x^2$ 、㊸は $y = x^2$ のグラフである。㊷のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線と、もう1つの交点をBとする。また点A, Bからy軸に平行にひいた直線と㊸の交点をそれぞれC, Dとする。四角形ABDCが正方形のとき、点Aの座標を求めなさい。(但し点Aのx座標は0でない)

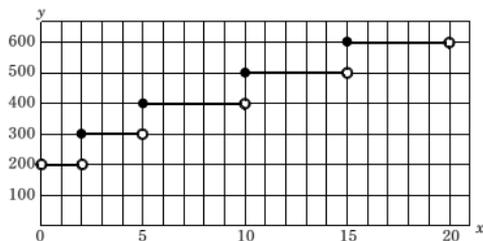
(25点×1=25点)▶p132 例3



## 例1 いろいろな関数

ある宅配便の料金は下の表のようになっている。重さを $x$ g, 料金を $y$ 円として $x$ ,  $y$ の関係を表すグラフを書け。

重さ (kg)	料金 (円)
2 <sup>未満</sup>	200
2以上 5 <sup>未満</sup>	300
5以上 10 <sup>未満</sup>	400
10以上 15 <sup>未満</sup>	500
15以上 20 <sup>未満</sup>	600



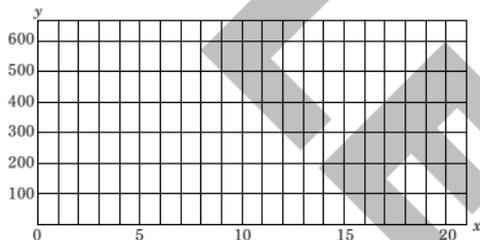
## ポイント

以上・以下・未満のちがい

- ◆  $x$ は5以上  $\cdots x \geq 5$
- ◆  $x$ は5以下  $\cdots x \leq 5$
- ◆  $x$ は5未満  $\cdots x < 5$

練習1 ある宅配便の料金は下の表のようになっている。重さを $x$ g, 料金を $y$ 円として $x$ ,  $y$ の関係を表すグラフを書け。

重さ (kg)	料金 (円)
3 <sup>未満</sup>	200
3以上 6 <sup>未満</sup>	300
6以上 10 <sup>未満</sup>	400
10以上 15 <sup>未満</sup>	500
15以上 20 <sup>未満</sup>	600



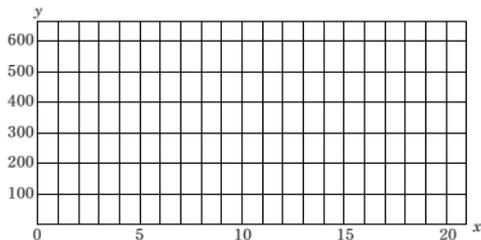
## 確認問題 4-7

点

1 次の各問いに答えなさい。(50点×2=100点)▶p226

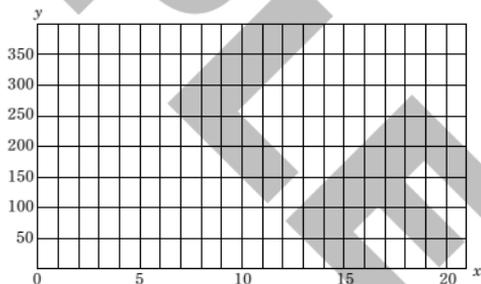
- ① ある宅配便の料金は下の表のようにになっている。重さを $x$ g, 料金を $y$ 円として $x$ ,  $y$ の関係を表すグラフを書け。

重さ (kg)	料金 (円)
2 未満	100
2 以上 8 未満	300
8 以上 12 未満	400
12 以上 16 未満	500
16 以上 20 未満	600



- ② ある鉄道会社の料金は下の表のようにになっている。距離を $x$ km, 料金を $y$ 円として $x$ ,  $y$ の関係を表すグラフを書け。

距離 (km)	料金 (円)
5 未満	150
5 以上 8 未満	200
8 以上 12 未満	250
12 以上 16 未満	300
16 以上 20 未満	350



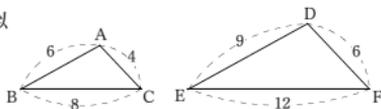
# 相似な図形

## 例1 相似な図形

右の2つの三角形は相似である。

次の各問に答えなさい。

- ①  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であることを相似の記号を用いて表しなさい。



答  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

- ② 対応する角の大きさはどうなっていますか。

答 等しい

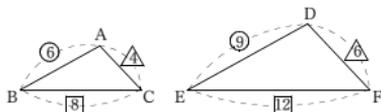
- ③ 対応する辺の比を求めなさい。

$$AB : DE = 6 : 9 = 2 : 3$$

$$BC : EF = 8 : 12 = 2 : 3$$

$$AC : DF = 4 : 6 = 2 : 3$$

より  $2 : 3$



### ポイント

◆  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であるとき、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ と表す。

◆ 相似な図形では

対応する辺の長さの比(相似比)は等しい。

対応する角の大きさは等しい。

## 例2 比例式

$x$ の値を求めなさい。

①  $x : 3 = 6 : 2$

②  $5 : 4 = x : 10$

③  $3 : (3+x) = 9 : 15$

$$\begin{cases} x \times 2 = 3 \times 6 \\ 2x = 18 \\ x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \times x = 5 \times 10 \\ 4x = 50 \\ x = \frac{50}{4} = \frac{25}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3+x) \times 9 = 3 \times 15 \\ 27 + 9x = 45 \\ 9x = 45 - 27 \\ 9x = 18 \text{ より } x = 2 \end{cases}$$

### ポイント

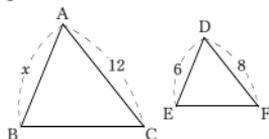
◆  $a : b = c : d \quad a \times d = b \times c$

## 例3 比例式を使って辺の長さを求める

$x$ の長さを求めなさい。

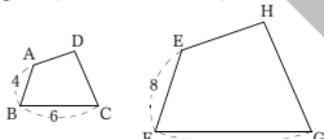
- ①  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

- ② 四角形 $ABCD \sim$ 四角形 $EFGH$



$$\begin{cases} x : 6 = 12 : 8 \\ 8x = 72 \\ x = 9 \end{cases}$$

✕ 正しくない  
 $x : 6 = 8 : 12$

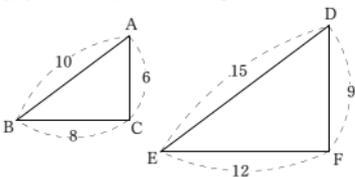


$$\begin{cases} 6 : x = 4 : 8 \\ 4x = 48 \\ x = 12 \end{cases}$$

✕ 正しくない  
 $6 : x = 8 : 4$

練習1 右の2つの三角形は相似である。次の各問いに答えなさい。

- ①  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であることを相似の記号を用いて表しなさい。



- ② 対応する角の大きさはどうなっていますか。

- ③ 対応する辺の比を求めなさい。

練習2  $x$ の値を求めなさい。

①  $x : 8 = 4 : 16$

②  $3 : 4 = x : 12$

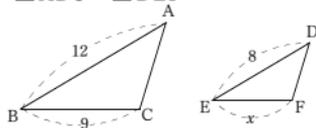
③  $6 : x = 4 : 3$

④  $2 : (3 + x) = 4 : 10$

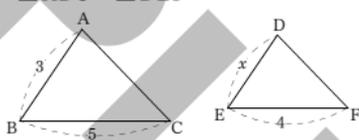
⑤  $9 : 6 = 6 : (3 + x)$

練習3  $x$ の長さを求めなさい。

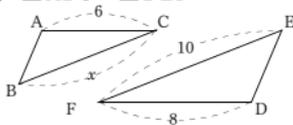
- ①  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



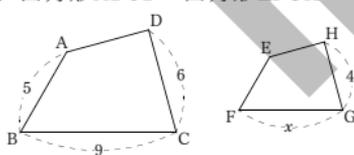
- ②  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



- ③  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

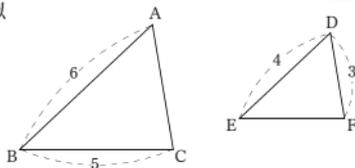


- ④ 四角形 $ABCD \sim$ 四角形 $EFGH$



1 右の三角形が相似のとき、次の各問いに答えなさい。(8点×3=24点)▶p138 例1

- ①  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であることを相似の記号を用いて表しなさい。



- ②  $\angle B$ に対応する角はどれですか。

- ③ 対応する辺の比を求めなさい。

2  $x$ の値を求めなさい。(8点×5=40点)▶p138 例2

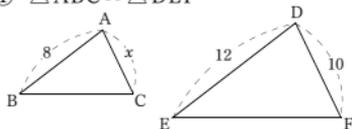
- ①  $x : 6 = 15 : 18$       ②  $5 : 2 = x : 8$       ③  $4 : x = 15 : 5$

④  $4 : (2 + x) = 8 : 10$

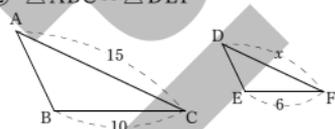
⑤  $4 : 3 = 5 : (2 + x)$

3  $x$ の長さを求めなさい。(9点×4=36点)▶p138 例3

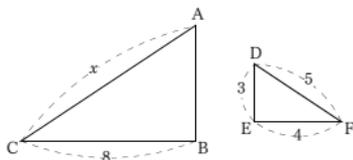
- ①  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



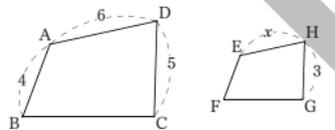
- ②  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



- ③  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



- ④ 四角形 $ABCD \sim$ 四角形 $EFGH$



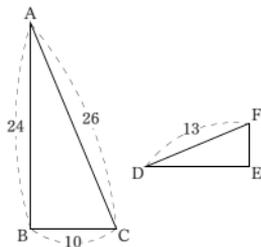
## 確認問題 5-1-B

1 右の三角形が相似のとき、次の各問いに答えなさい。(8点×3=24点)▶p138 例1

- ①  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であることを相似の記号を用いて表しなさい。

- ②  $\angle C$ に対応する角はどれですか。

- ③ 対応する辺の比を求めなさい。



2  $x$ の値を求めなさい。(8点×5=40点)▶p138 例2

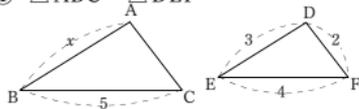
- ①  $4 : x = 12 : 21$       ②  $3 : 8 = 9 : x$       ③  $6 : 4 = x : 3$

- ④  $2 : (5 + x) = 8 : 32$

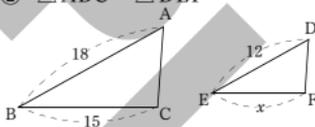
- ⑤  $3 : 1 = 9 : (2 + x)$

3  $x$ の長さを求めなさい。(9点×4=36点)▶p138 例3

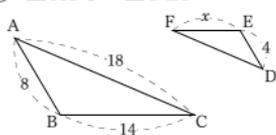
- ①  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



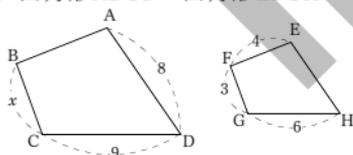
- ②  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



- ③  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



- ④ 四角形ABCD $\sim$ 四角形EFGH



# 2 三角形の相似条件

## 例1 三角形の相似条件

2つの三角形は次の場合に相似である

- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。

$$AB:DE=BC:EF=CA:FD$$



- ◆ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

$$AB:DE=CA:FD \quad \angle A = \angle D$$



- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

$$\angle A = \angle D \quad \angle B = \angle E$$

教科書によって多少表現が違っているので、学校で習ったとおりに覚えましょう



## 例2 相似な三角形を見つける

次の各問いに答えなさい。

- ①  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答え、相似条件も書きなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$

$\triangle ABC$ と $\triangle GHI$

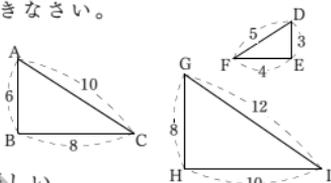
$$AB:DE=6:3=2:1 \quad AB:GH=6:8=3:4$$

$$BC:EF=8:4=2:1 \quad BC:HI=8:10=4:5$$

$$AC:DF=10:5=2:1 \quad AC:GI=10:12=5:6$$

$\triangle DEF$ は相似

相似でない



**答**  $\triangle DEF$  3組の辺の比がすべて等しい

- ②  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答え、相似条件も書きなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$

$\triangle ABC$ と $\triangle GHI$

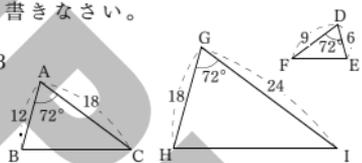
$$AB:DE=12:6=2:1 \quad AB:GH=12:18=2:3$$

$$AC:DF=18:9=2:1 \quad AC:GI=18:24=3:4$$

$$\angle A = \angle D$$

$\triangle DEF$ は相似

相似でない



**答**  $\triangle DEF$  2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

- ③  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答え、相似条件も書きなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$

$\triangle ABC$ と $\triangle GHI$

$$\angle B = \angle E$$

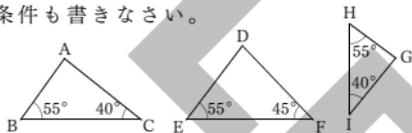
$$\angle C \neq \angle F$$

相似でない

$$\angle B = \angle H$$

$$\angle C = \angle I$$

$\triangle GHI$ は相似



**答**  $\triangle GHI$  2組の角がそれぞれ等しい

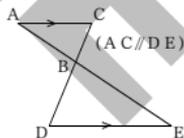
- ④  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答え、相似条件も書きなさい。

$AC \parallel DE$ より錯角が等しい

よって $\angle A = \angle E, \angle C = \angle D$

よって $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

**答**  $\triangle EBD$  2組の角がそれぞれ等しい



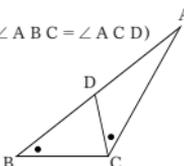
- ⑤  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答え、相似条件も書きなさい。 ( $\angle ABC = \angle ACD$ )

$$\angle ABC = \angle ACD$$

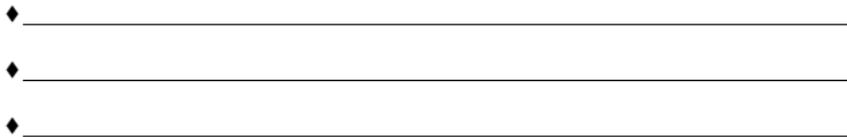
$$\angle A = \angle A$$

よって $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

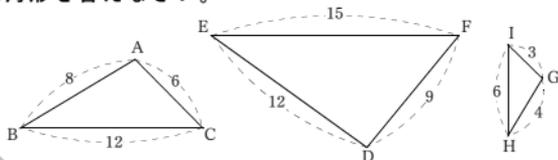
**答**  $\triangle ACD$  2組の角がそれぞれ等しい



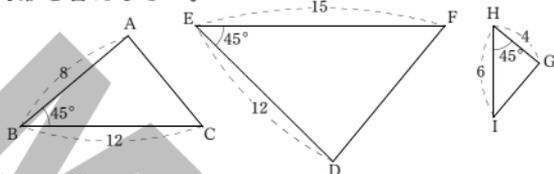
練習1 三角形の相似条件を書きなさい。



練習2  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。



練習3  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。

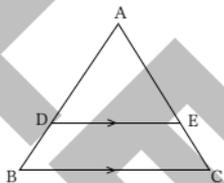


練習4  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。



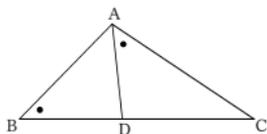
練習5 右の図で $DE \parallel BC$ のとき次の各問いに答えなさい。

- ①  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。
- ② ①のときに使った相似条件を書きなさい。



練習6 右の図で $\angle ABD = \angle DAC$ のとき次の各問いに答えなさい。

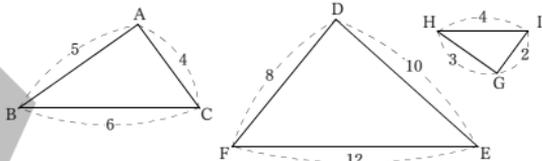
- ①  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。
- ② ①のときに使った相似条件を書きなさい。



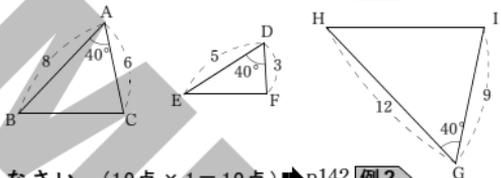
- 1 三角形の相似条件を書きなさい。(10点×3=30点) ▶p142 例1



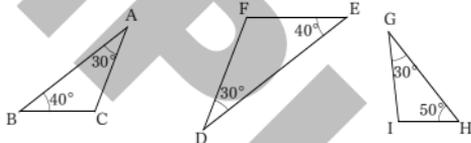
- 2  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。(10点×1=10点) ▶p142 例2



- 3  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。(10点×1=10点) ▶p142 例2



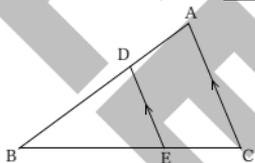
- 4  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。(10点×1=10点) ▶p142 例2



- 5 右の図で $AC \parallel DE$ のとき次の各問いに答えなさい。(10点×2=20点) ▶p142 例2

- ①  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。

- ② ①のときに使った相似条件を書きなさい。

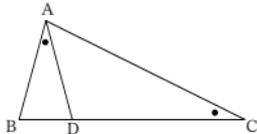


- 6 右の図で $\angle ACB = \angle DAB$ のとき次の各問いに答えなさい。

(10点×2=20点) ▶p142 例2

- ①  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。

- ② ①のときに使った相似条件を書きなさい。

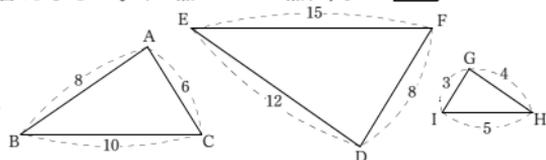


# 確認問題 5-2-B

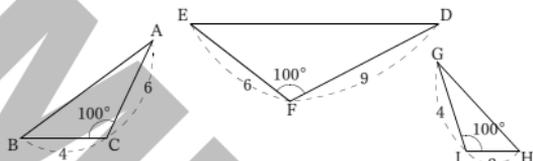
1 三角形の相似条件を書きなさい。(10点×3=30点)▶p142 例1



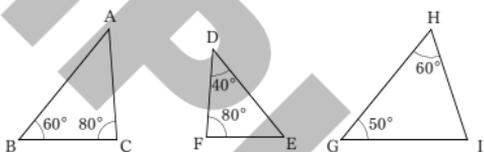
2  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。(10点×1=10点)▶p142 例2



3  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。(10点×1=10点)▶p142 例2



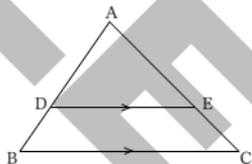
4  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。(10点×1=10点)▶p142 例2



5 右の図で $DE \parallel BC$ のとき次の各問に答えなさい。(10点×2=20点)▶p142 例2

①  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。

② ①のときに使った相似条件を書きなさい。

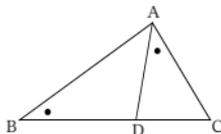


6 右の図で $\angle ABC = \angle DAC$ のとき次の各問に答えなさい。

(10点×2=20点)▶p142 例2

①  $\triangle ABC$ と相似な三角形を答えなさい。

② ①のときに使った相似条件を書きなさい。



# 相似の証明

## 例1 相似の証明(1)

右の図で $AB=16\text{cm}$ ,  $AC=12\text{cm}$ ,  $AD=6\text{cm}$ ,  $AE=8\text{cm}$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle AED$ を証明しなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

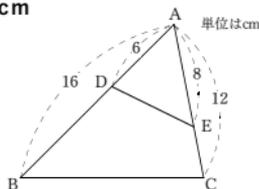
$$AB : AE = 16 : 8 = 2 : 1$$

$$AC : AD = 12 : 6 = 2 : 1$$

$$\angle BAC = \angle EAD (\text{共通})$$

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

よって $\triangle ABC \sim \triangle AED$ である



### ポイント

三角形の相似条件

- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ◆ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

## 例2 相似の証明(2)

右の図で $DE \parallel BC$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle ADE$ を証明しなさい。

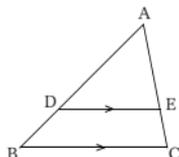
$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において

$$\angle ABC = \angle ADE (\text{平行線の同位角})$$

$$\angle BAC = \angle DAE (\text{共通})$$

2組の角がそれぞれ等しい

よって $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ である



### ポイント

三角形の相似条件

- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ◆ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

## 例3 相似の証明(3)

右の図で $\angle ABD = \angle DAC$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle DAC$ を証明しなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ において

$$\angle ABC = \angle DAC (\text{仮定})$$

$$\angle ACB = \angle DCA (\text{共通})$$

2組の角がそれぞれ等しい

よって $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ である



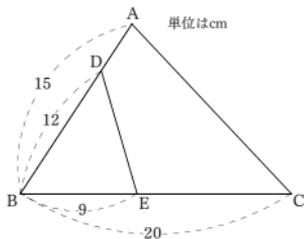
### ポイント

三角形の相似条件

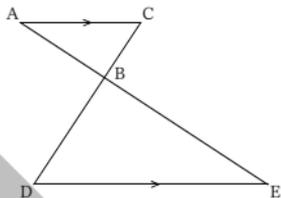
- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ◆ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

練習1 右の図で $AB=15\text{cm}$ ,  $BC=20\text{cm}$ ,  $BD=12\text{cm}$ ,  $BE=9\text{cm}$ である。

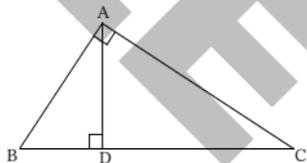
$\triangle ABC$ の $\triangle EBD$ を証明しなさい。



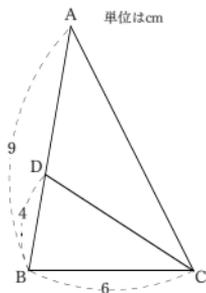
練習2 右の図で $AC \parallel DE$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle EBD$ を証明しなさい。



練習3 右の図で $\angle BAC = \angle ADB = 90^\circ$ のとき、 $\triangle ABC$ の $\triangle DBA$ を証明しなさい。

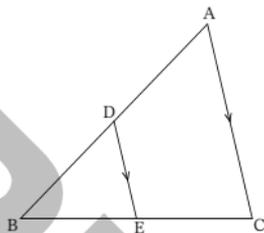


- 1 右の図で $AB=9\text{cm}$ ,  $BC=6\text{cm}$ ,  $BD=4\text{cm}$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle CBD$ を証明しなさい。(30点×1=30点)▶p146 例1



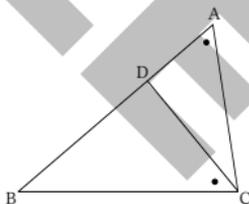
- 2 右の図で $AC \parallel DE$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle DBE$ を証明しなさい。

(30点×1=30点)▶p146 例2



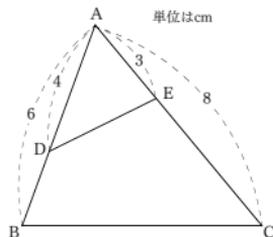
- 3 右の図で $\angle BAC = \angle BCD$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle CBD$ を証明しなさい。

(40点×1=40点)▶p146 例3



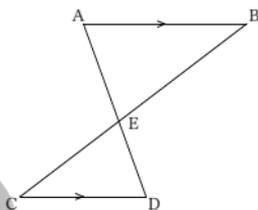
## 確認問題 5-3-B

- 1 右の図で $AB=6\text{cm}$ ,  $AC=8\text{cm}$ ,  $AD=4\text{cm}$ ,  $AE=3\text{cm}$ である。  
 $\triangle ABC$ の $\triangle AED$ を証明しなさい。(30点 $\times$ 1=30点)▶p146 例1



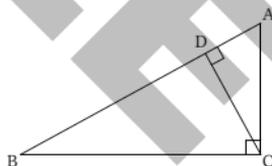
- 2 右の図で $AB\parallel CD$ である。 $\triangle ABE$ の $\triangle DCE$ を証明しなさい。

(30点 $\times$ 1=30点)▶p146 例2



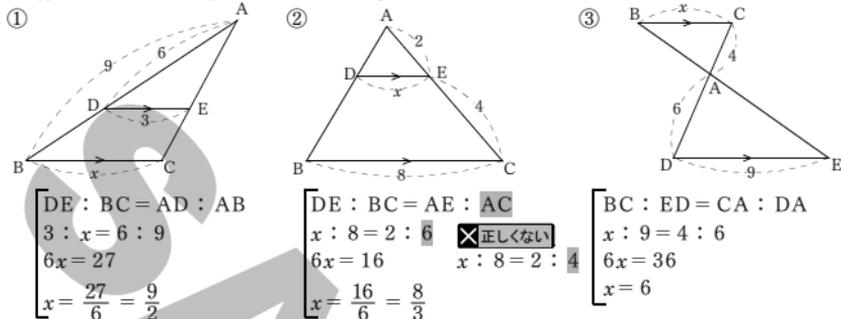
- 3 右の図で $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ である。 $\triangle ABC$ の $\triangle ACD$ を証明しなさい。

(40点 $\times$ 1=40点)▶p146 例3

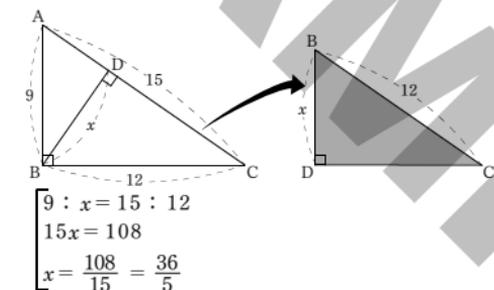


## 例1 平行線と相似な図形

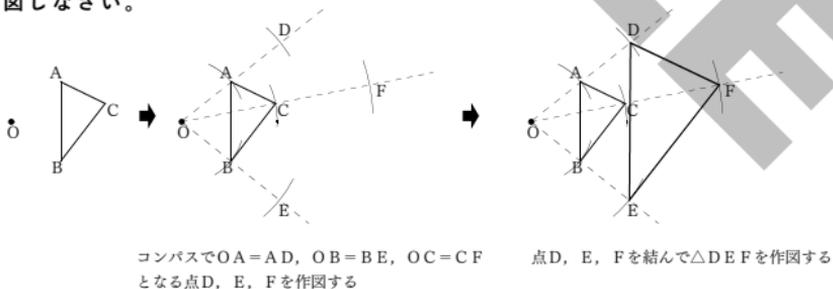
BC//DEのときxの値を求めなさい。



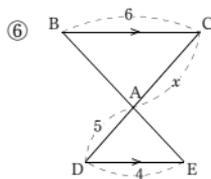
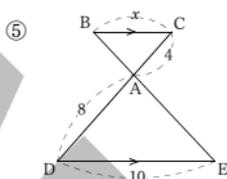
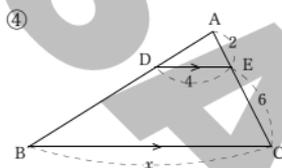
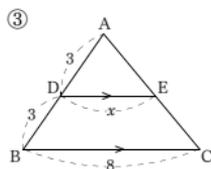
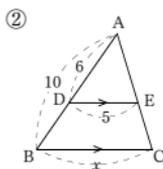
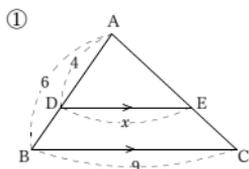
## 例2 直角三角形と相似な図形

 $\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$ のときxの値を求めなさい。

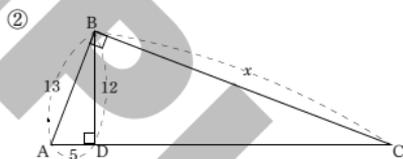
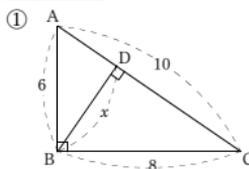
## 例3 相似な図形の作図

点Oを中心として、 $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを使って作図しなさい。

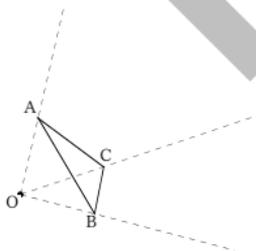
練習1 BC//DEのときxの値を求めなさい。



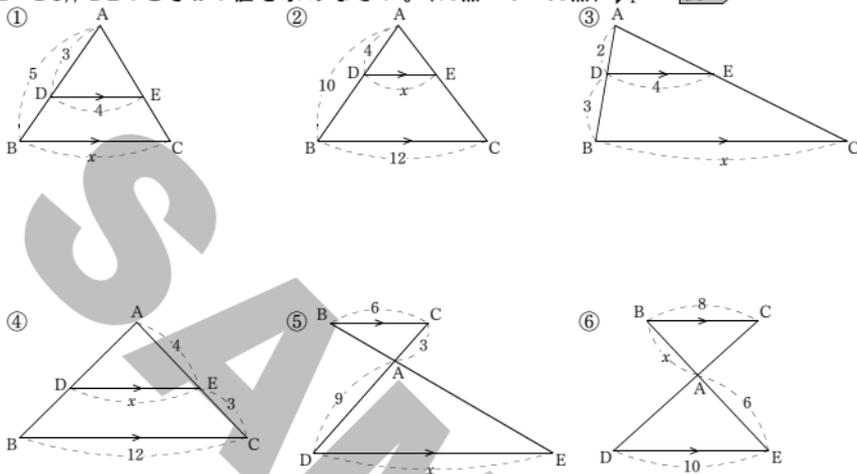
練習2  $\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$ のときxの値を求めなさい。



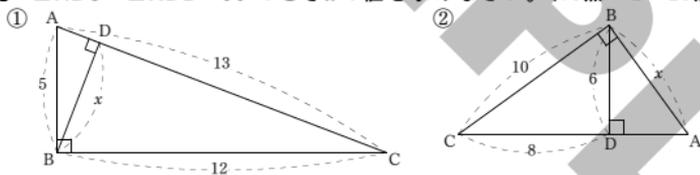
練習3 点Oを中心として、 $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを使って作図しなさい。



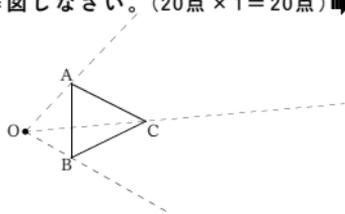
1 BC//DEのときxの値を求めなさい。(10点×6=60点)▶p150 例1



2  $\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$ のときxの値を求めなさい。(10点×2=20点)▶p150 例2

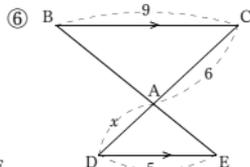
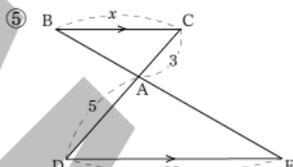
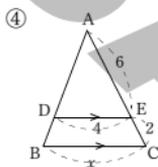
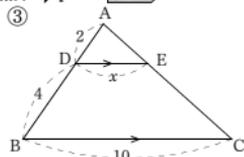
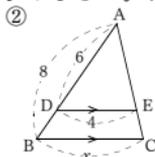
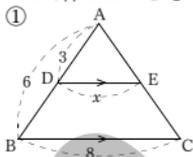


3 点Oを中心として、 $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを使って作図しなさい。(20点×1=20点)▶p150 例3

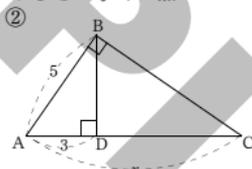
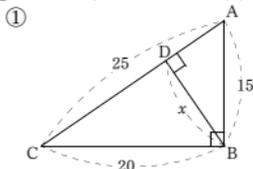


## 確認問題 5-4-B

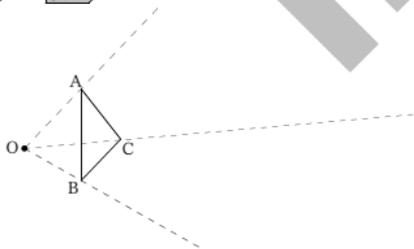
1  $BC \parallel DE$  のとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  6 = 60点)  $\blacktriangleright$  p150 例1



2  $\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$  のとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  2 = 20点)  $\blacktriangleright$  p150 例2



3 点Oを中心として、 $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを使って作図しなさい。(20点  $\times$  1 = 20点)  $\blacktriangleright$  p150 例3



# 平行線と比

## 例1 平行線と比(1)

BC//DEのときxの値を求めなさい。

①

$3 : x = 6 : 9$   
 $6x = 27$   
 $x = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

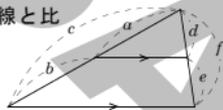
②

$x : 8 = 2 : 4$   
 $4x = 16$   
 $x = 4$

③

$x : 3 = 7 : 2$  **×正しくない!**  
 $2x = 21$   $x : 3 = 5 : 2$   
 $x = \frac{21}{2}$

ポイント  
平行線と比



- ◆  $a : b = d : e$  ( $b : a = e : d$ )
- ◆  $a : c = d : f$  ( $c : a = f : d$ )
- ◆  $b : c = e : f$  ( $c : b = f : e$ )

## 例2 平行線と比(2)

AB//CDのときxの値を求めなさい。

①

$5 : x = 4 : 8$   
 $4x = 40$   
 $x = 10$

②

$x : 12 = 3 : 6$  **×正しくない!**  
 $9x = 36$   
 $x = 4$

## 例3 平行線と比(3)

$l // m // n // o$ のときxの値を求めなさい。

①

$3 : 6 = x : 8$   
 $6x = 24$   
 $x = 4$

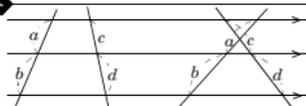
②

$x : 10 = 16 : 8$   
 $8x = 160$   
 $x = 20$

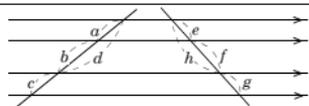
③

$9 : x = 6 : 8$   
 $6x = 72$   
 $x = 12$

ポイント



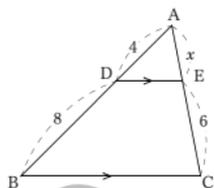
◆  $a : b = c : d$



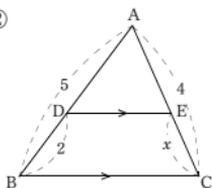
◆  $a : c = e : g$     $a : d = e : h$     $d : c = h : g$

練習1 BC//DEのときxの値を求めなさい。

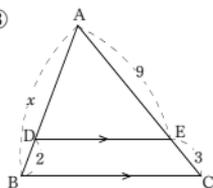
①



②

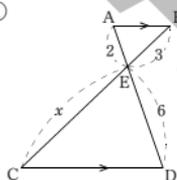


③

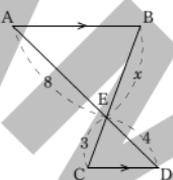


練習2 AB//CDのときxの値を求めなさい。

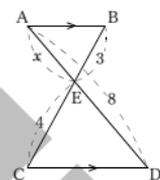
①



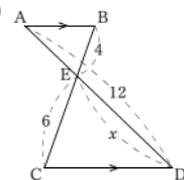
②



③

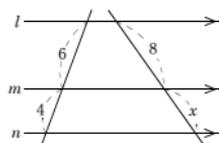


④

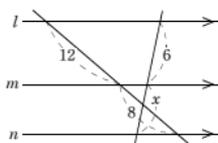


練習3 l//m//n//oのときxの値を求めなさい。

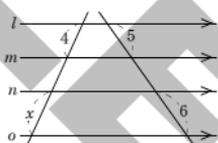
①



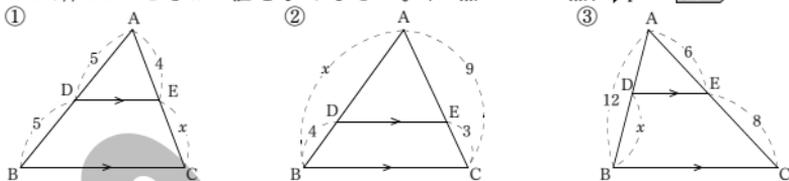
②



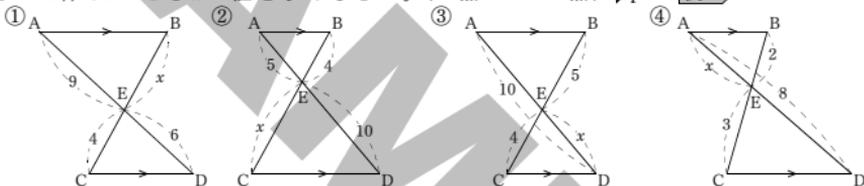
③



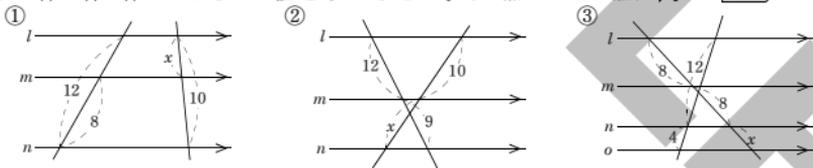
1 BC//DEのとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  3 = 30点)  $\Rightarrow$  p154 例1



2 AB//CDのとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  4 = 40点)  $\Rightarrow$  p154 例2



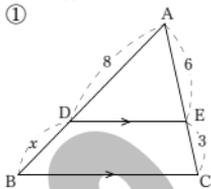
3  $l//m//n//o$ のとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  3 = 30点)  $\Rightarrow$  p154 例3



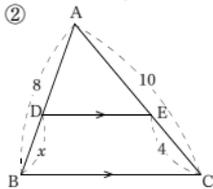
## 確認問題 5-5-B

1 BC//DEのとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  3 = 30点)  $\blacktriangleright$  p154 例1

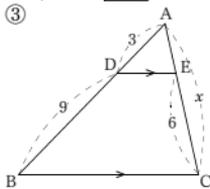
①



②

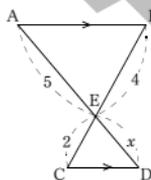


③

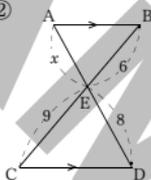


2 AB//CDのとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  4 = 40点)  $\blacktriangleright$  p154 例2

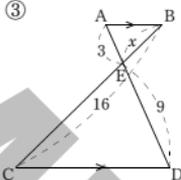
①



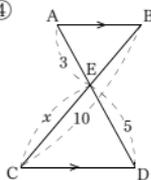
②



③

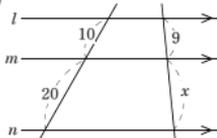


④

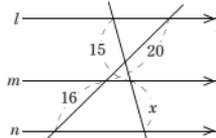


3  $l // m // n // o$  のとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  3 = 30点)  $\blacktriangleright$  p154 例3

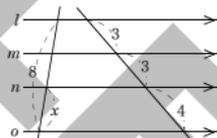
①



②



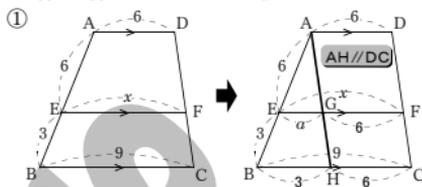
③



# 6 平行線と比の利用

## 例1 平行線と比の利用(1)

AD//EF//BCのときxの値を求めなさい。



$$\triangle AEG \sim \triangle ABH$$

$$a : 3 = 6 : 9$$

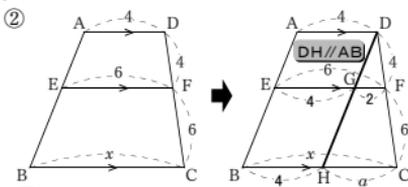
$$9a = 18$$

$$a = 2$$

$$x = 2 + 6 = 8$$

✕正しくない

$$a : 3 = 6 : 3$$



$$\triangle DGF \sim \triangle DHC$$

$$2 : a = 4 : 10$$

$$4a = 20$$

$$a = 5$$

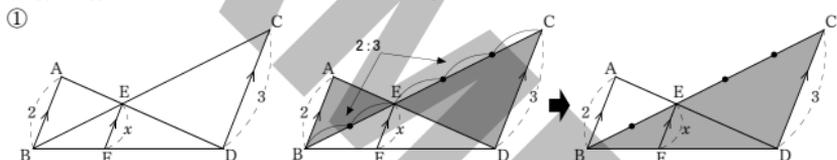
$$x = 5 + 4 = 9$$

✕正しくない

$$2 : a = 4 : 6$$

## 例2 平行線と比の利用(2)

AB//EF//CDのときxの値を求めなさい。



$$\triangle ABE \sim \triangle DCE$$

$$BE : CE = AB : DC$$

$$BE : CE = 2 : 3$$

$$\triangle BEF \sim \triangle BCD$$

$$EF : CD = BE : BC$$

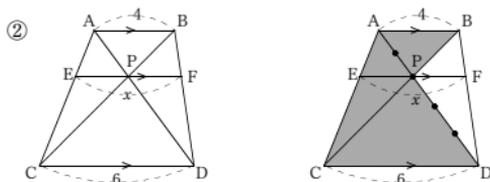
$$x : 3 = 2 : 5$$

$$5x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

✕正しくない

$$x : 3 = 2 : 3$$



色をつけた部分が①と同じになるので①と同じ解き方でEPを求めて2倍する

$$\triangle ABP \sim \triangle DCP$$

$$AP : DP = AB : DC$$

$$AP : DP = 4 : 6 = 2 : 3$$

$$\triangle AEP \sim \triangle ACD$$

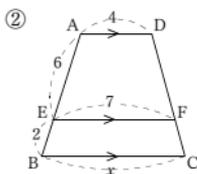
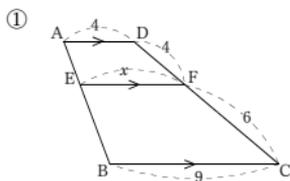
$$EP : CD = AP : AD$$

$$EP : 6 = 2 : 5$$

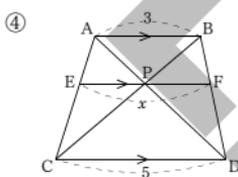
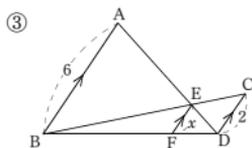
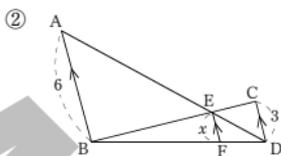
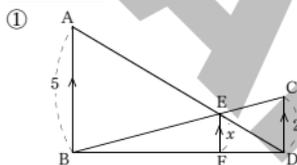
$$5EP = 12$$

$$EP = \frac{12}{5} \text{ より } x = \frac{12}{5} \times 2 = \frac{24}{5}$$

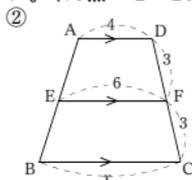
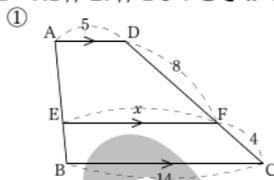
練習1 AD//EF//BCのときxの値を求めなさい。



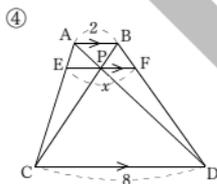
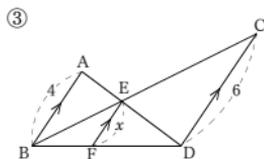
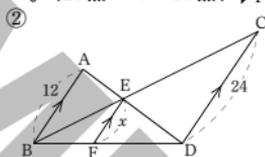
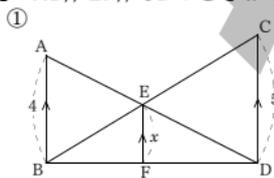
練習2 AB//EF//CDのときxの値を求めなさい。



1  $AD \parallel EF \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  2 = 20点)  $\blacktriangleright$  p158 例1

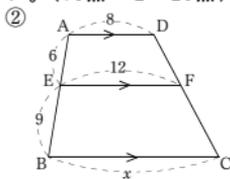
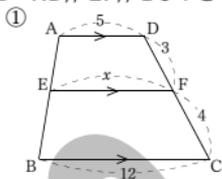


2  $AB \parallel EF \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい。(20点  $\times$  4 = 80点)  $\blacktriangleright$  p158 例2

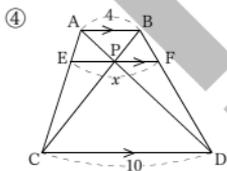
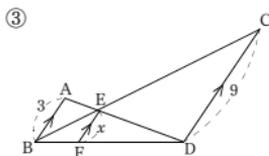
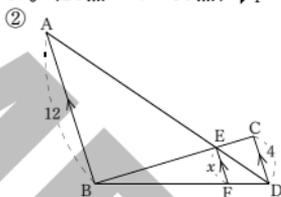
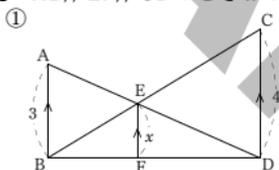


## 確認問題 5-6-B

1  $AD \parallel EF \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい。(10点  $\times$  2 = 20点)  $\blacktriangleright$  p158 例1



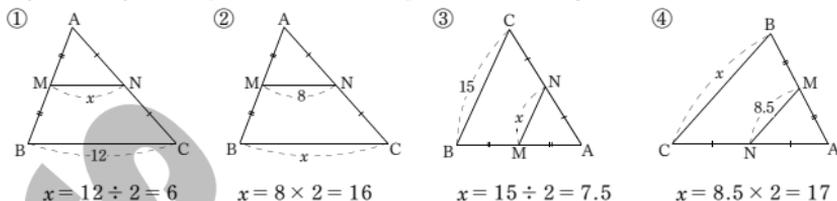
2  $AB \parallel EF \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい。(20点  $\times$  4 = 80点)  $\blacktriangleright$  p158 例2



# 中点連結定理

## 例1 中点連結定理の基本

M, NがAB, ACの中点であるときxの値を求めなさい。

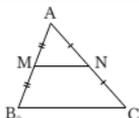


### ポイント

#### 中点連結定理

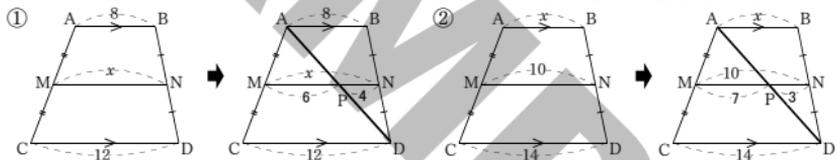
◆ M, NがAB, ACの中点ならば

$$MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2} BC$$



## 例2 中点連結定理の利用(1)

AB // MN // CD, ACの中点をM, BDの中点をNとするとときxの値を求めなさい。



中点連結定理より

$$MP = \frac{1}{2} CD, PN = \frac{1}{2} AB$$

よって  $MP = 6, PN = 4$

$$x = MP + PN = 6 + 4 = 10$$

中点連結定理は  
三角形で使う

中点連結定理より

$$MP = \frac{1}{2} CD$$

よって  $MP = 7, PN = 10 - 7 = 3$

中点連結定理より  $AB = 2PN$

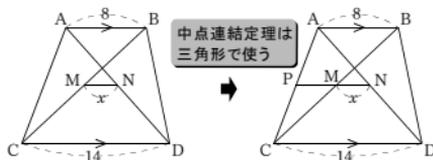
$$\text{よって } x = 6$$

中点連結定理は  
三角形で使う

## 例3 中点連結定理の利用(2)

次の各問いに答えなさい。

- ① AB // MN // CDでBC, ADの中点をM, Nとするとときxの値を求めなさい。  
② EM // CDでBCの中点をMとするときx, yの値を求めなさい。

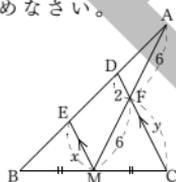


中点連結定理は  
三角形で使う

△ACDで中点連結定理より  $PN = 7$

△ABCで中点連結定理より  $PM = 4$

よって  $MN = 7 - 4 = 3$



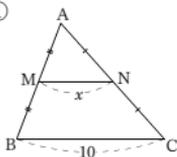
△AEMで中点連結定理より  $x = 4$

△BCDで中点連結定理より  $CD = 8$

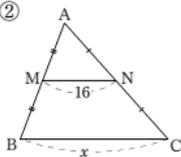
よって  $y = 8 - 2 = 6$

練習1 M, NがAB, ACの中点であるときxの値を求めなさい。

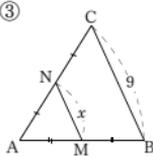
①



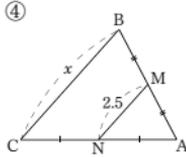
②



③

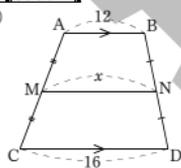


④

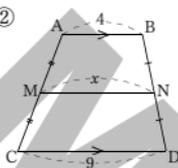


練習2 AB//MN//CD, ACの中点をM, BDの中点をNとするときxの値を求めなさい。

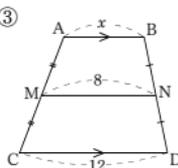
①



②

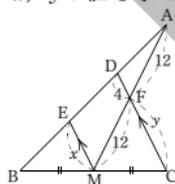
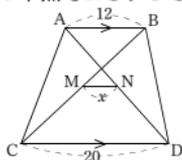


③



練習3 次の各問いに答えなさい。

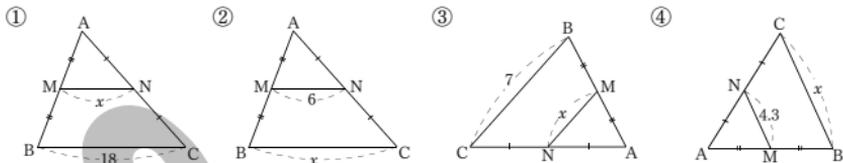
① AB//MN//CD, BCの中点をM, ADの中点をNとするときxの値を求めなさい。x, yの値を求めなさい。



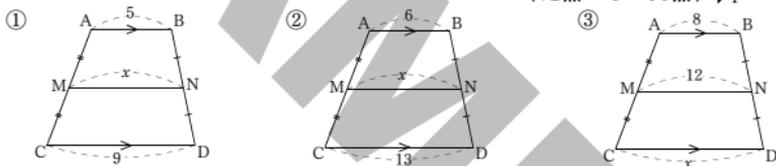
# 確認問題 5-7-A

点

1 M, NがAB, ACの中点であるとき $x$ の値を求めなさい。▶p162例1  
(10点×4=40点)

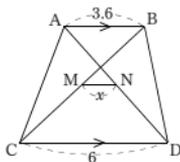


2  $AB \parallel MN \parallel CD$ , ACの中点をM, BDの中点をNとするとき $x$ の値を求めなさい。  
(12点×3=36点)▶p162例2

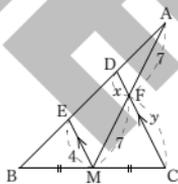


3 次の各問いに答えなさい。(12点×2=24点)▶p162例3

①  $AB \parallel MN \parallel CD$ , BCの中点をM, ADの中点をNとするとき $x$ の値を求めなさい。



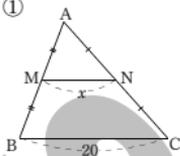
②  $EM \parallel CD$ , BCの中点をMとするとき $x, y$ の値を求めなさい。



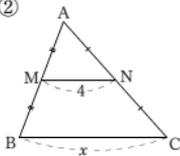
## 確認問題 5-7-B

1 M, NがAB, ACの中点であるとき $x$ の値を求めなさい。▶p162例1  
(10点×4=40点)

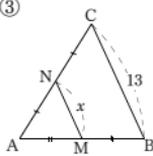
①



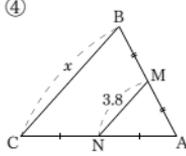
②



③

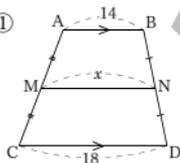


④

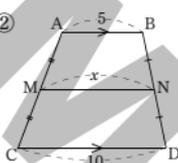


2  $AB \parallel MN \parallel CD$ , ACの中点をM, BDの中点をNとするとき $x$ の値を求めなさい。  
(12点×3=36点)▶p162例2

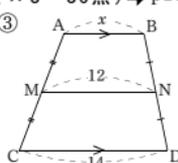
①



②

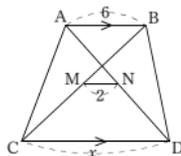


③

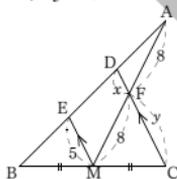


3 次の各問いに答えなさい。(12点×2=24点)▶p162例3

①  $AB \parallel MN \parallel CD$ , BCの中点をM, ADの中点をNとするとき $x$ の値を求めなさい。



②  $EM \parallel CD$ , BCの中点をMとするとき $x, y$ の値を求めなさい。



## 8

## 中点連結定理を使う証明

## 例1 中点連結定理を使う証明(1)

右の図の四角形ABCDで4点P, Q, R, Sはそれぞれ辺AB, BC, CD, DAの中点である。このとき四角形PQRSは平行四角形であることを証明しなさい。

ACを結ぶ

S, RはそれぞれAD, CDの中点だから

$SR \parallel AC$  (中点連結定理) … ①

$SR = \frac{1}{2} AC$  (中点連結定理) … ②

P, QはそれぞれAB, CBの中点だから

$PQ \parallel AC$  (中点連結定理) … ③

$PQ = \frac{1}{2} AC$  (中点連結定理) … ④

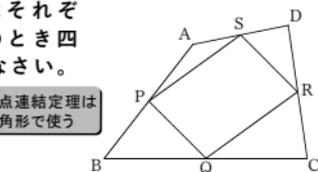
①③より  $SR \parallel PQ$  … ⑤

②④より  $SR = PQ$  … ⑥

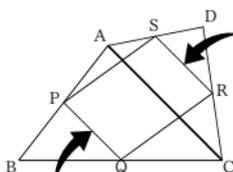
⑤⑥より

1組の向かい合う辺が平行で、その長さが等しいしたがって四角形PQRSは平行四角形である

中点連結定理は  
三角形で使う



ACに平行  
ACの長さの半分



ACに平行  
ACの長さの半分

## ポイント

中点連結定理

◆ M, NがAB, ACの中点ならば

$$MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2} BC$$



## 例2 中点連結定理を使う証明(2)

右の図の四角形ABCDで点M, N, Pはそれぞれ辺AD, BC, 対角線BDの中点である。AB = DCならば△PMNは二等辺三角形であることを証明しなさい。

M, PはそれぞれAD, BDの中点だから

$MP = \frac{1}{2} AB$  (中点連結定理) … ①

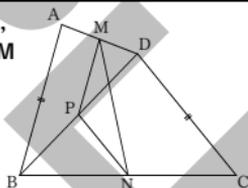
N, PはそれぞれBC, BDの中点だから

$NP = \frac{1}{2} CD$  (中点連結定理) … ②

$AB = CD$  (仮定) … ③

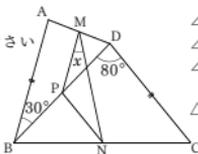
①②③より  $MP = NP$

2つの辺が等しいので△PMNは二等辺三角形である



参考

$\angle x$ の大きさを求めなさい



$\angle MPD = \angle ABD = 30^\circ$  (平行線の同位角)

$\angle BPN = \angle BDC = 80^\circ$  (平行線の同位角)

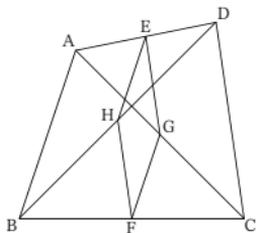
$\angle DPN = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

よって  $\angle NPM = 30^\circ + 100^\circ = 130^\circ$

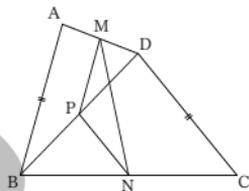
△PMNは二等辺三角形だから  $\angle PMN = \angle PNM$

よって  $\angle PMN = (180^\circ - 130^\circ) \div 2 = 25^\circ$

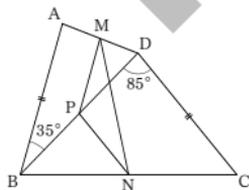
練習1 右の図の四角形ABCDで4点E, F, G, Hはそれぞれ辺AD, BC, 対角線AC, BDの中点である。このとき四角形EHFGは平行四辺形であることを証明しなさい。



練習2 右の図の四角形ABCDで点M, N, Pはそれぞれ辺AD, BC, 対角線BDの中点である。AB = DCならば△PMNは二等辺三角形であることを証明しなさい。



練習3 上の練習2で $\angle ABD = 35^\circ$ ,  $\angle BDC = 85^\circ$ のとき $\angle PMN$ の大きさを求めなさい。

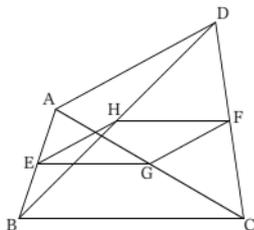


# 確認問題 5-8-A

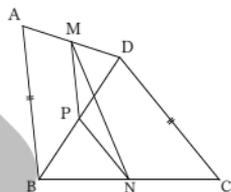
点

- 1 右の図の四角形ABCDで4点E, F, G, Hはそれぞれ辺AB, CD, 対角線AC, BDの midpointである。このとき四角形EGFHは平行四角形であることを証明しなさい。

(35点 × 1 = 35点) ▶ p166 例1

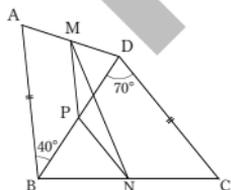


- 2 右の図の四角形ABCDで点M, N, Pはそれぞれ辺AD, BC, 対角線BDの midpointである。AB = DCならば△PMNは二等辺三角形であることを証明しなさい。(35点 × 1 = 35点) ▶ p166 例2



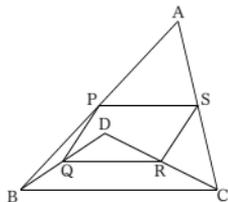
- 3 上の2で  $\angle ABD = 40^\circ$ ,  $\angle BDC = 70^\circ$  のとき  $\angle PMN$  の大きさを求めなさい。

(30点 × 1 = 30点) ▶ p166 例2

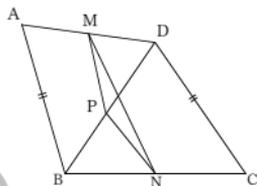


## 確認問題 5-8-B

- 1 右の図で4点P, Q, R, Sはそれぞれ辺AB, DB, DC, ACの midpointである。このとき四角形PQRSは平行四辺形であることを証明しなさい。(35点×1=35点)▶p166例1

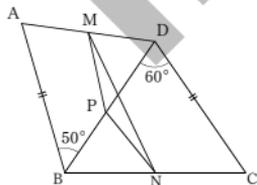


- 2 右の図の四角形ABCDで点M, N, Pはそれぞれ辺AD, BC, 対角線BDの中点である。AB=DCならば△PMNは二等辺三角形であることを証明しなさい。(35点×1=35点)▶p166例2



- 3 上の2で $\angle ABD = 50^\circ$ ,  $\angle BDC = 60^\circ$ のとき $\angle PMN$ の大きさを求めなさい。

(30点×1=30点)▶p166例2



# 9 相似な図形の面積比と体積比

## 例1 相似な図形の面積比と体積比(1)

①と②が相似であるとき次の問いに答えなさい。

① 相似比と面積比を求めなさい。

相似比

$$6 : 10 = 3 : 5$$

面積比  $\triangleleft$  **2乗**

$$3^2 : 5^2 = 9 : 25$$



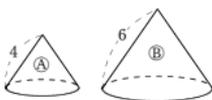
② 相似比と体積比を求めなさい。

相似比

$$4 : 6 = 2 : 3$$

体積比  $\triangleleft$  **3乗**

$$2^3 : 3^3 = 8 : 27$$



**ポイント**

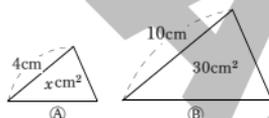
相似な図形の相似比と面積比・体積比

◆ 相似比が  $a : b$  ならば 面積比は  $a^2 : b^2$  体積比は  $a^3 : b^3$

## 例2 相似な図形の面積比と体積比(2)

①と②が相似であるとき  $x$  の値を求めなさい。

①



相似比は  $4 : 10 = 2 : 5$

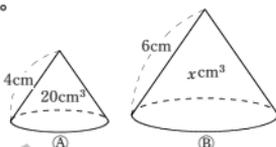
面積比は  $2^2 : 5^2 = 4 : 25$  **✗正しくない**

$$4 : 25 = x : 30 \quad 4 : 10 = x : 30$$

$$25x = 120$$

$$x = \frac{120}{25} = \frac{24}{5}$$

②



相似比は  $4 : 6 = 2 : 3$

体積比は  $2^3 : 3^3 = 8 : 27$  **✗正しくない**

$$8 : 27 = 20 : x \quad 4 : 6 = 20 : x$$

$$8x = 540$$

$$x = \frac{540}{8} = \frac{135}{2}$$

## 例3 相似な図形の面積比と体積比(3)

DE//BCで△ADEの面積が $12\text{cm}^2$ のとき、次の各問いに答えなさい。

① △ABCの面積を求めなさい。

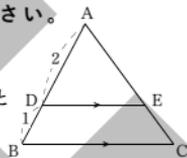
△ADE $\sim$ △ABCより相似比は $2 : 3$

よって面積比は $2^2 : 3^2 = 4 : 9$  △ABCの面積を $x\text{cm}^2$ とすると

$$12 : x = 4 : 9 \quad \text{よって } x = 27 \quad \text{答 } 27\text{cm}^2$$

② 四角形DBCEの面積を求めなさい。

$$\text{四角形DBCE} = \triangle ABC - \triangle ADE = 27 - 12 = 15 \quad \text{答 } 15\text{cm}^2$$



## 例4 相似な図形の面積比と体積比(4)

円すいCを円すいAと円すい台Bに分ける。円すいAの体積が $5\text{cm}^3$ のとき、次の各問いに答えなさい。

① 円すいCの体積を求めなさい。

①と②の相似比は $1 : 3$

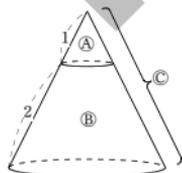
よって体積比は $1^3 : 3^3 = 1 : 27$  ②の体積を $x\text{cm}^3$ とすると

$$5 : x = 1 : 27 \quad \text{よって } x = 135 \quad \text{答 } 135\text{cm}^3$$

② 円すい台Bの体積を求めなさい。

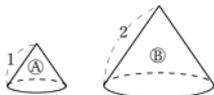
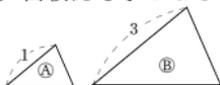
$$\text{円すい台B} = \text{円すいC} - \text{円すいA} = 135 - 5 = 130$$

$$\text{答 } 130\text{cm}^3$$

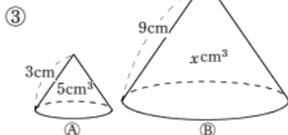
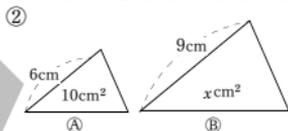
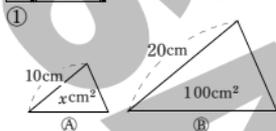


練習1 ①と②が相似であるとき次の問いに答えなさい。

- ① 面積比を求めなさい。 ② 面積比を求めなさい。 ③ 体積比を求めなさい。

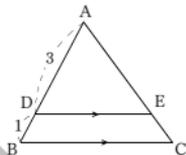


練習2 ①と②が相似であるとき $x$ の値を求めなさい。



練習3 DE//BCで△ADEの面積が $18\text{cm}^2$ のとき、次の各問いに答えなさい。

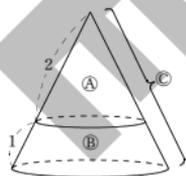
- ① △ABCの面積を求めなさい。



- ② 四角形DBCEの面積を求めなさい。

練習4 円すいCを円すいAと円すい台Bに分ける。円すいAの体積が $16\text{cm}^3$ のとき、次の各問いに答えなさい。

- ① 円すいCの体積を求めなさい。



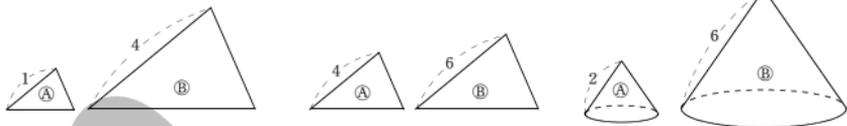
- ② 円すい台Bの体積を求めなさい。

# 確認問題 6-9-A

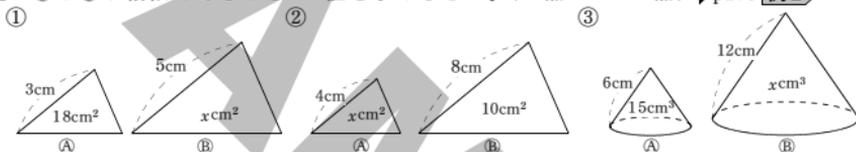
点

1 ①と②が相似であるとき次の問いに答えなさい。(10点×3=30点)▶p170 例1

- ① 面積比を求めなさい。② 面積比を求めなさい。③ 体積比を求めなさい。

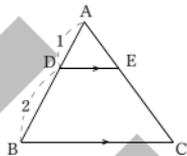


2 ①と②が相似であるとき $x$ の値を求めなさい。(10点×3=30点)▶p170 例2



3  $DE \parallel BC$ で $\triangle ABC$ の面積が $27\text{cm}^2$ のとき、次の各問いに答えなさい。  
(10点×2=20点)▶p170 例3

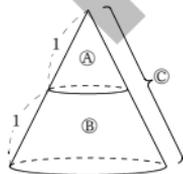
- ①  $\triangle ADE$ の面積を求めなさい。



- ② 四角形DBCEの面積を求めなさい。

4 円すいCを円すいAと円すい台Bに分ける。円すいCの体積が $24\text{cm}^3$ のとき、次の各問いに答えなさい。(10点×2=20点)▶p170 例4

- ① 円すいAの体積を求めなさい。

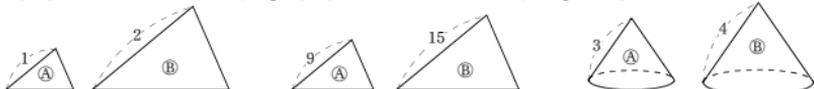


- ② 円すい台Bの体積を求めなさい。

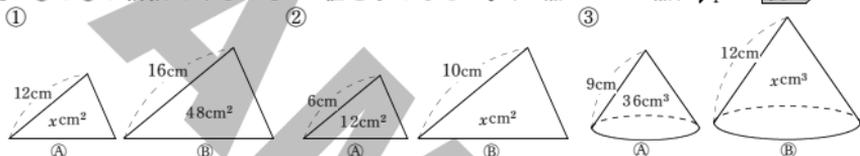
# 確認問題 6-9-B 点

1 (A)と(B)が相似であるとき次の問いに答えなさい。(10点×3=30点)▶p170 例1

- ① 面積比を求めなさい。② 面積比を求めなさい。③ 体積比を求めなさい。



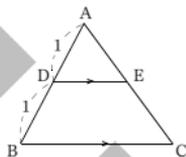
2 (A)と(B)が相似であるときxの値を求めなさい。(10点×3=30点)▶p170 例2



3 DE//BCで△ADEの面積が $10\text{cm}^2$ のとき、次の各問いに答えなさい。

(10点×2=20点)▶p170 例3

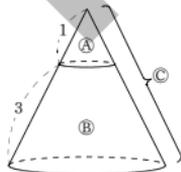
- ① △ABCの面積を求めなさい。



- ② 四角形DBCEの面積を求めなさい。

4 円すいCを円すいAと円すい台Bに分ける。円すいAの体積が $2\text{cm}^3$ のとき、次の各問いに答えなさい。(10点×2=20点)▶p170 例4

- ① 円すいCの体積を求めなさい。

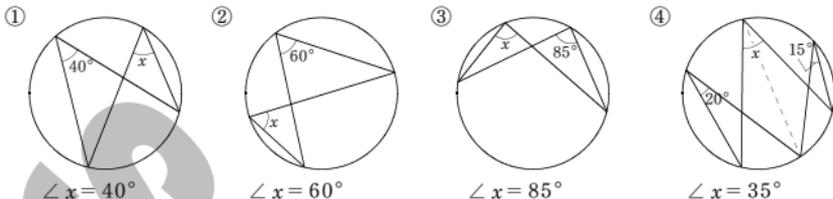


- ② 円すい台Bの体積を求めなさい。

# 円周角と中心角

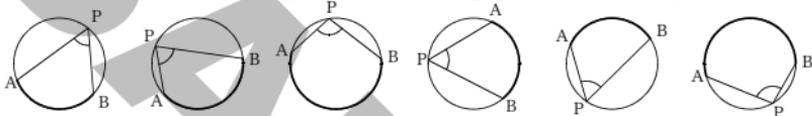
## 例1 円周角

∠xの大きさを求めなさい。



ポイント

◆ 弧AB以外の円周上に点Pをとるとき、∠APBを弧ABに対する円周角という。

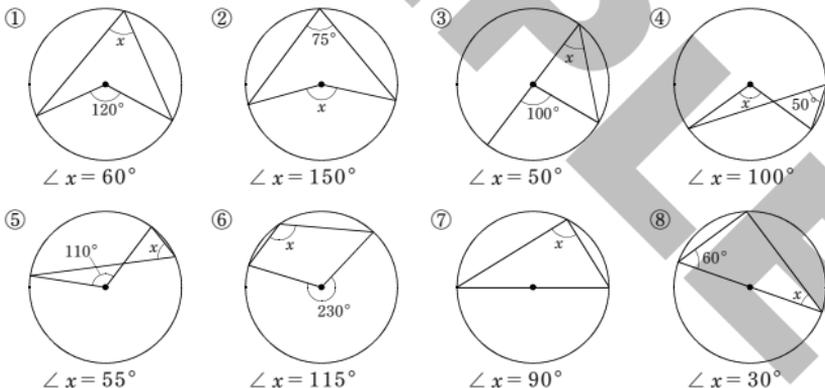


◆ 1つの弧に対する円周角はすべて等しい。



## 例2 円周角と中心角(1)

∠xの大きさを求めなさい。



ポイント

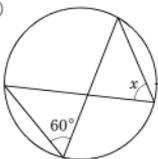
◆ 同じ弧に対する円周角は中心角の半分

◆ 半円に対する円周角は $90^\circ$

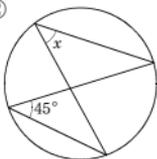


練習1  $\angle x$ の大きさを求めなさい。

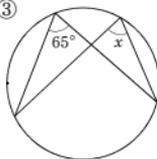
①



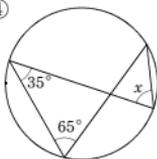
②



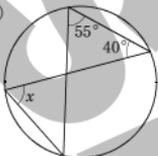
③



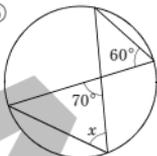
④



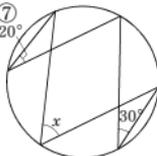
⑤



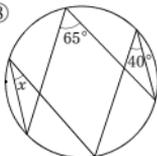
⑥



⑦

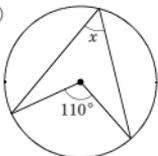


⑧

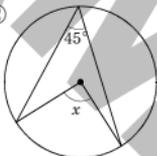


練習2  $\angle x$ の大きさを求めなさい。

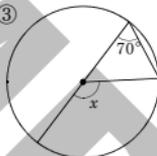
①



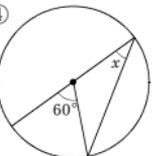
②



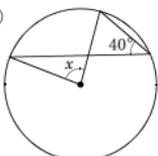
③



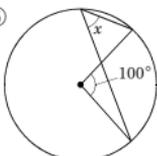
④



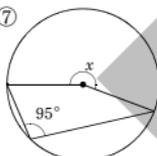
⑤



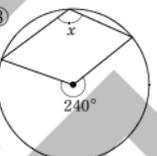
⑥



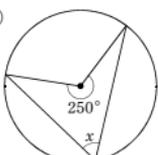
⑦



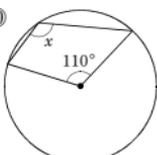
⑧



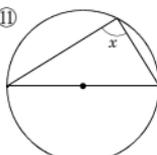
⑨



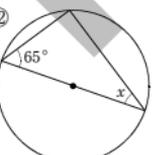
⑩



⑪

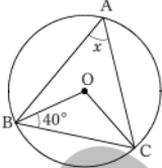
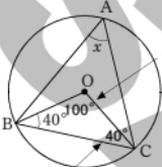


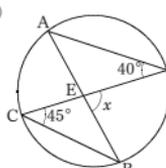
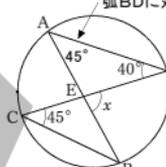
⑫

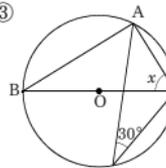
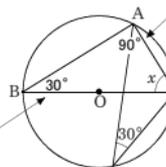


例3 円周角と中心角(2)

∠xの大きさを求めなさい。

①    
 ↓   
  $180^\circ - 40^\circ \times 2$    
 △OBCは二等辺三角形   
 ∠xは∠BOCの半分   
 ∠x = 50°

②    
 ↓   
   
 弧BDに対する円周角   
 ∠xは△AEDの外角   
 ∠x = 85°

③    
 ↓   
   
 半円に対する円周角   
 弧ACに対する円周角   
 ∠xは△ABCの内角   
 ∠x = 60°

ポイント

- ◆ 1つの弧に対する円周角
- ◆ 半円に対する円周角は90°
- ◆ 円の半径は等しいはずべて等しい



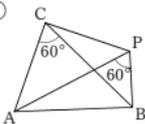
二等辺三角形  
ができる

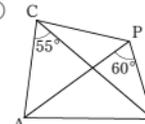
- ◆ 同じ弧に対する円周角は中心角の半分

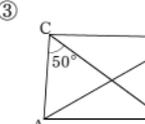


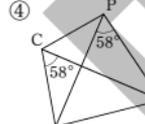
例4 円周角の定理の逆

次の①～④で4点A, B, C, Pが同じ円周にあるものの番号を答えなさい。

①    
 同じ円周上にある

②    
 同じ円周上にない

③    
 同じ円周上にない

④    
 同じ円周上にある

答 ①と④

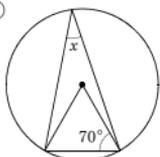
ポイント

- ◆ 2点C, Pが直線ABについて同じ側にあるとき、  
 ∠APB = ∠ACBならば、4点A, B, C, Pは同じ円周上にある。

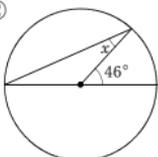


練習3  $\angle x$ の大きさを求めなさい。

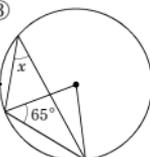
①



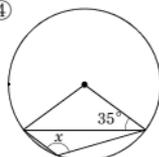
②



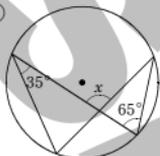
③



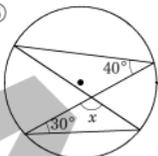
④



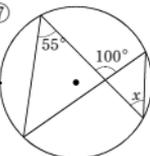
⑤



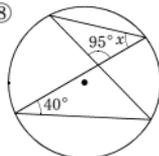
⑥



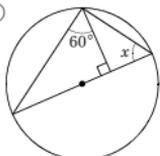
⑦



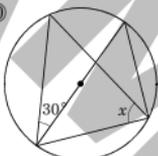
⑧



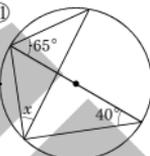
⑨



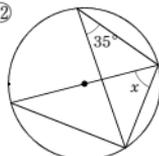
⑩



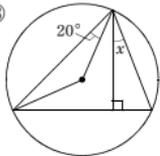
⑪



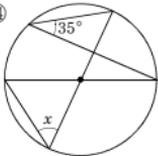
⑫



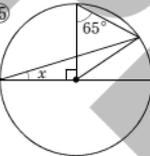
⑬



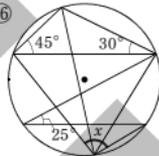
⑭



⑮

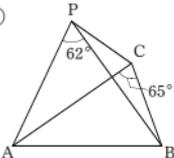


⑯

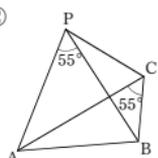


練習4 次の①～④で4点A, B, C, Pが同じ円周上にあるものの番号を答えなさい。

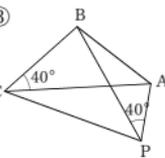
①



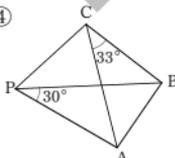
②



③

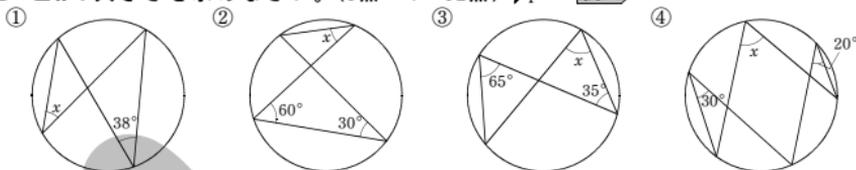
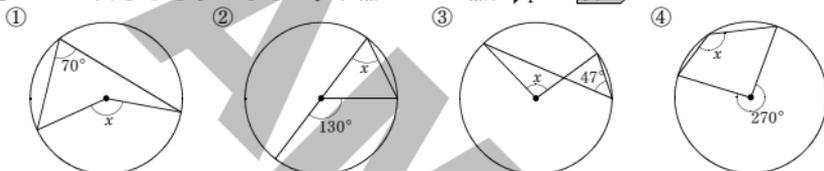
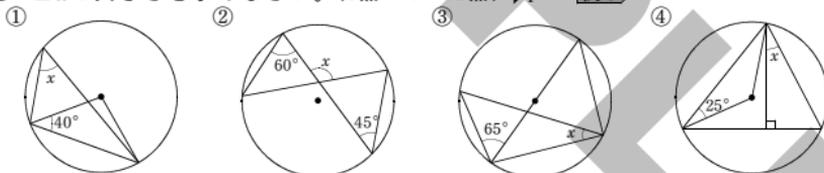


④

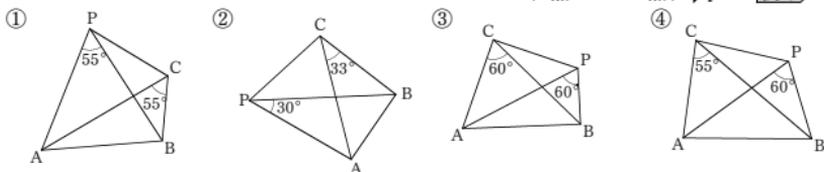


## 確認問題 6-1-A

点

1  $\angle x$ の大きさを求めなさい。(8点  $\times$  4 = 32点)  $\blacktriangleright$  p174 例12  $\angle x$ の大きさを求めなさい。(8点  $\times$  4 = 32点)  $\blacktriangleright$  p174 例23  $\angle x$ の大きさを求めなさい。(8点  $\times$  4 = 32点)  $\blacktriangleright$  p176 例3

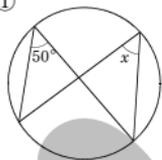
4 次の①~④で4点A, B, C, Pが同じ円周上にあるものの番号を答えなさい。

(4点  $\times$  1 = 4点)  $\blacktriangleright$  p176 例4

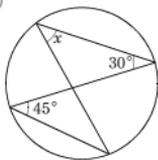
## 確認問題 6-1-B

1  $\angle x$ の大きさを求めなさい。(8点  $\times$  4 = 32点)  $\blacktriangleright$  p174 例1

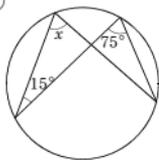
①



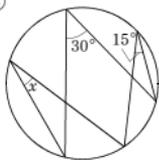
②



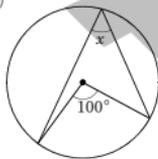
③



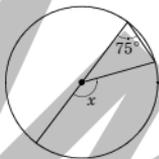
④

2  $\angle x$ の大きさを求めなさい。(8点  $\times$  4 = 32点)  $\blacktriangleright$  p174 例2

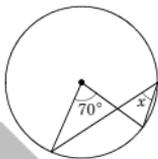
①



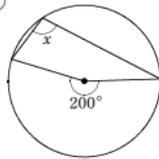
②



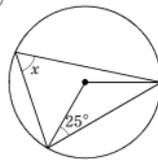
③



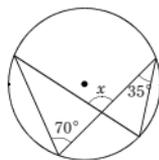
④

3  $\angle x$ の大きさを求めなさい。(8点  $\times$  4 = 32点)  $\blacktriangleright$  p176 例3

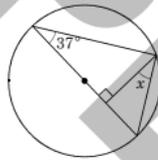
①



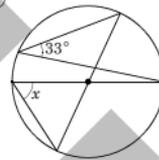
②



③



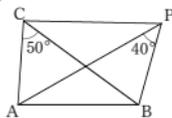
④



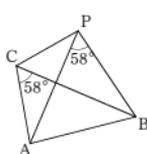
4 次の①~④で4点A, B, C, Pが同じ円周上にあるものの番号を答えなさい。

(4点  $\times$  1 = 4点)  $\blacktriangleright$  p176 例4

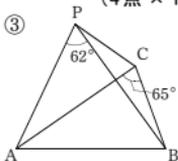
①



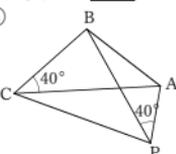
②



③



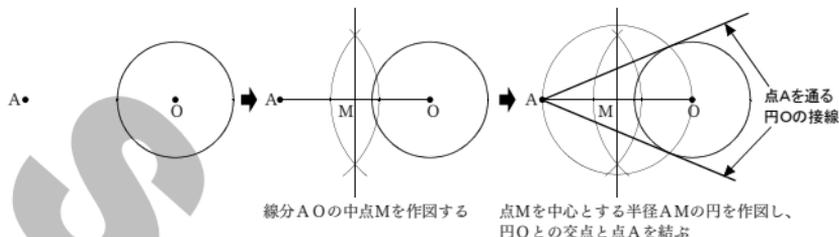
④



# 円の性質の利用

## 例1 円外の点からの接線

点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。



## 例2 円と相似な図形

A, B, C, Dが円周上の点のときxの値を求めなさい。

①

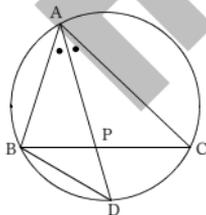
$\triangle ABE \sim \triangle CDE$   
 $AE : CE = BE : DE$   
 $6 : 10 = x : 12$   
 $10x = 72$   
 $x = \frac{72}{10} = \frac{36}{5}$

Ⓜ  $AE : CE = BE : DE$       Ⓜ  $AB \parallel CD$ のときは  
 $AE : DE = BE : CE$

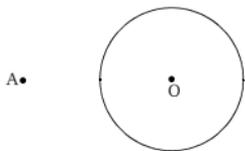
## 例3 相似の証明

右の図で点A, B, C, Dは円周上にあり、 $\angle BAD = \angle CAD$ である。 $\triangle ABD$ の $\triangle APC$ を証明しなさい。

$\triangle ABD$ と $\triangle APC$ において  
 $\angle BAD = \angle PAC$ (仮定)  
 $\angle BDA = \angle PCA$ (弧ABに対する円周角)  
 2組の角がそれぞれ等しい  
 よって $\triangle ABD \sim \triangle APC$ である

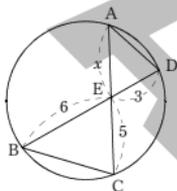


練習1 点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。

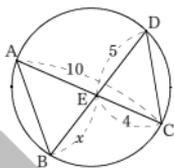


練習2 A, B, C, Dが円周上の点のときxの値を求めなさい。

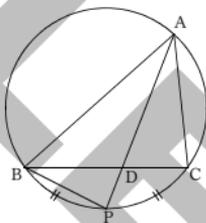
①



②



練習3 右の図で点A, B, C, Pは円周上にあり、弧BP = 弧PCである。このとき $\triangle ABP \sim \triangle ADC$ であることを証明しなさい。

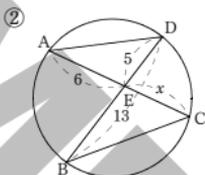
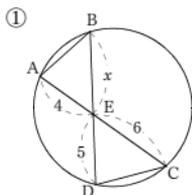


1 点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。(25点×1=25点)▶p180 例1

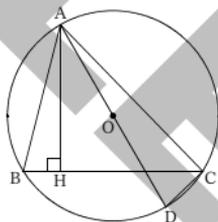


2 A, B, C, Dが円周上の点のとき $x$ の値を求めなさい。

(25点×2=50点)▶p180 例2

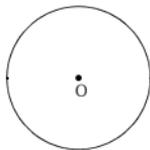


3 右の図で点A, B, C, Dは円周上にあり、ADは円Oの直径である。 $\angle AHB=90^\circ$ のとき $\triangle ABH \sim \triangle ADC$ を証明しなさい。(25点×1=25点)▶p180 例3



## 確認問題 6-2-B

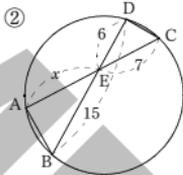
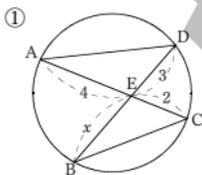
1 点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。(25点×1=25点)▶p180例1



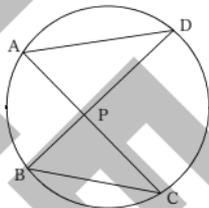
A•

2 A, B, C, Dが円周上の点のときxの値を求めなさい。

(25点×2=50点)▶p180例2



3 右の図で点A, B, C, Dは円周上にある。 $\triangle APD$ の $\triangle BPC$ を証明しなさい。(25点×1=25点)▶p180例3



## 三平方の定理

## 例1 三平方の定理

次の図で $x$ の長さを求めなさい。

①

$$\begin{cases} x^2 = 2^2 + 4^2 & x^2 \text{が左辺にくるようにする} \\ x^2 = 4 + 16 \\ x^2 = 20 \\ x > 0 \text{より} & x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

②

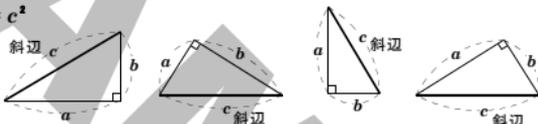
$$\begin{cases} x^2 + 8^2 = 10^2 & x^2 \text{が左辺にくるようにする} \\ x^2 + 64 = 100 \\ x^2 = 100 - 64 = 36 \\ x > 0 \text{より} & x = 6 \end{cases}$$

## ポイント

## 三平方の定理

◆ 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを $a$ 、 $b$ とし、斜辺の長さを $c$ とすると

$$a^2 + b^2 = c^2$$



## 例2 三平方の定理の利用

次の図で $x$ の長さを求めなさい。

①

DからBCに垂線DPをひくと  
 $BH = PC = 3$   
 $\triangle ABH$ で三平方の定理より  
 $x^2 + 3^2 = 5^2$   
 $x^2 = 25 - 9 = 16$   
 $x = 4$

三平方の定理は  
直角三角形で使う

②

$\triangle ABH$ で  
三平方の定理より  
 $a^2 + 4^2 = 5^2$   
 $a^2 = 25 - 16 = 9$   
 $a = 3$

$\triangle AHC$ で三平方の定理より  
 $x^2 = 2^2 + 3^2$   
 $x^2 = 4 + 9 = 13$  よって  $x = \sqrt{13}$

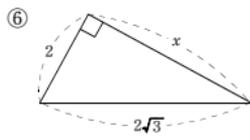
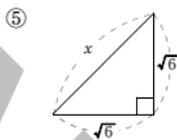
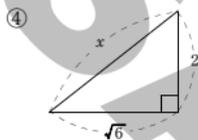
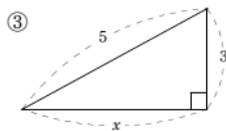
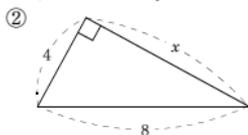
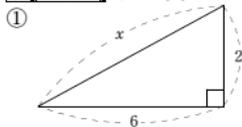
## 例3 三平方の定理の逆

三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれですか。

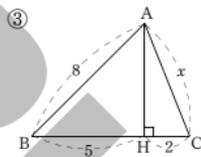
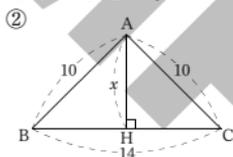
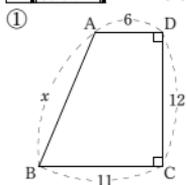
① 3cm, 4cm, 5cm	② 2cm, 4cm, $2\sqrt{5}$ cm	③ 3cm, 6cm, $3\sqrt{2}$ cm
2乗 ↓ 2乗 ↓ 2乗	2乗 ↓ 2乗 ↓ 2乗	2乗 ↓ 2乗 ↓ 2乗
9 ↓ 16 ↓ 25	4 ↓ 16 ↓ 20	9 ↓ 18 ↓ 36
各辺を2乗する	各辺を2乗する	各辺を2乗する
25最大	20最大	36最大
9+16と等しい	4+16と等しい	9+18と等しくない
↓	↓	↓
直角三角形	直角三角形	直角三角形ではない

答 ①と②

練習1 次の図で $x$ の長さを求めなさい。



練習2 次の図で $x$ の長さを求めなさい。



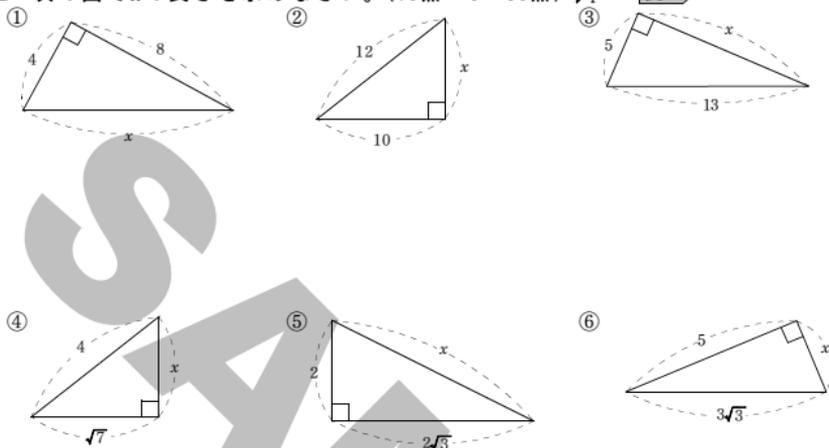
練習3 三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれですか。

- ① 2cm, 3cm, 4cm      ② 2cm,  $\sqrt{5}$  cm, 3cm      ③ 5cm, 12cm, 13cm

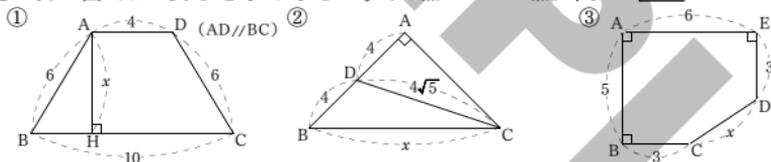
# 確認問題 7-1-A

点

1 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×6=60点)▶p184例1



2 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×3=30点)▶p184例2



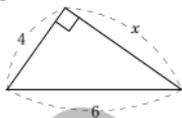
3 三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれですか。  
(10点×1=10点)▶p184例3

- ① 4cm, 4cm,  $4\sqrt{2}$  cm    ② 3cm,  $\sqrt{5}$  cm,  $2\sqrt{3}$  cm    ③ 9cm, 12cm, 15cm

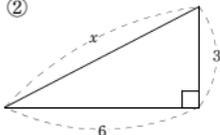
## 確認問題 7-1-B

1 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×6=60点)▶p184例1

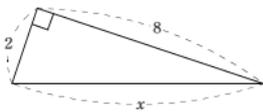
①



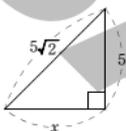
②



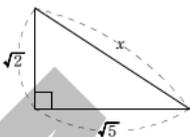
③



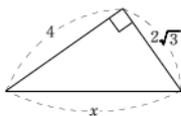
④



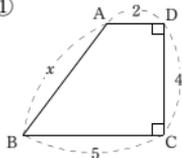
⑤



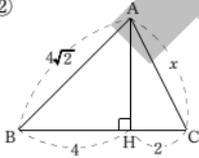
⑥

2 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×3=30点)▶p184例2

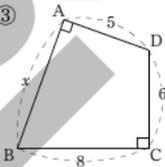
①



②



③



3 三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれですか。

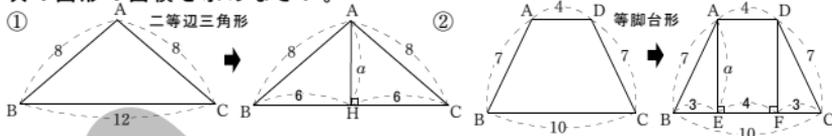
(10点×1=10点)▶p184例3

- ① 3cm, 6cm,  $3\sqrt{5}$  cm    ②  $\sqrt{3}$  cm,  $\sqrt{5}$  cm, 3cm    ③ 2cm, 4cm,  $3\sqrt{2}$  cm

# 平面図形での利用

## 例1 二等辺三角形・等脚台形の面積

次の図形の面積を求めなさい。



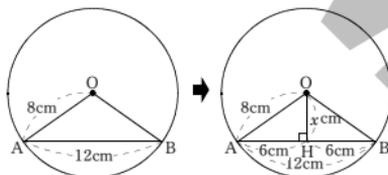
AからBCに垂線AHをひくと  
 $BH = 6$  **三平方の定理で高さを求める**  
 $\triangle ABH$ で三平方の定理より  
 $a^2 + 6^2 = 8^2$   
 $a^2 = 64 - 36 = 28$   
 よって  $a = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$   
 面積は  $12 \times 2\sqrt{7} \div 2 = 12\sqrt{7}$

A, DからBCに垂線AE, DFをひくと  
 $BE = 3$  **三平方の定理で高さを求める**  
 $\triangle ABE$ で三平方の定理より  
 $a^2 + 3^2 = 7^2$   
 $a^2 = 49 - 9 = 40$   
 よって  $a = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$   
 面積は  $(4 + 10) \times 2\sqrt{10} \div 2 = 14\sqrt{10}$

## 例2 円と三平方の定理

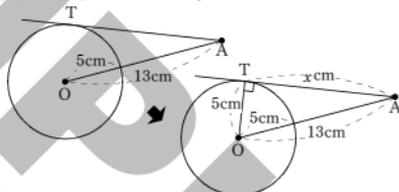
次の各問いに答えなさい。

- ① 円Oの半径が8cm、弦ABが12cmのとき、中心Oから弦ABまでの距離を求めなさい。



OからABに垂線OHをひくとHはABの中点となるので  $AH = 6\text{cm}$   
 $\triangle OAH$ で三平方の定理より  
 $x^2 + 6^2 = 8^2$   
 $x^2 = 64 - 36 = 28$   
 よって  $x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$  **答**  $2\sqrt{7}\text{cm}$

- ② 円Oの半径が5cm、OAが13cmのとき、点Aから円Oにひいた接線の長さを求めなさい。



OTを結ぶとTは接点だから  $\angle OTA = 90^\circ$  となる  
 $\triangle OTA$ で三平方の定理より  
 $x^2 + 5^2 = 13^2$   
 $x^2 = 169 - 25 = 144$   
 よって  $x = 12$  **答**  $12\text{cm}$

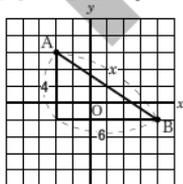
## 例3 三平方の定理で2点間の距離を求める

座標平面上に2点A(-2, 3)とB(4, -1)がある。AB間の距離を求めなさい。

右のように座標平面上に点をとって三平方の定理より  
 $x^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$  よって  $x = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

または下の公式を使って

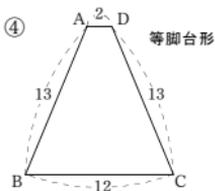
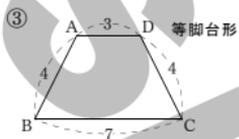
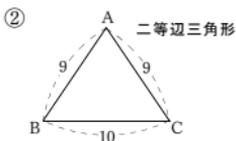
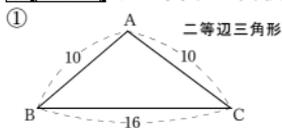
$$x = \sqrt{(-2-4)^2 + \{3 - (-1)\}^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$



### ポイント

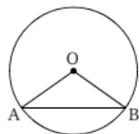
◆ 2点  $(a, b)$  と  $(c, d)$  の距離を  $x$  とすると  $x = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

練習1 次の図形の面積を求めなさい。

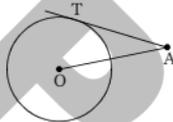


練習2 次の各問に答えなさい。

- ① 円Oの半径が6cm、弦ABが10cmのとき中心Oから弦ABまでの距離を求めなさい。



- ② 円Oの半径が6cm、OAの長さが12cmのとき点Aから円Oにひいた接線の長さを求めなさい。



練習3 座標平面上の次の2点間の距離を求めなさい。

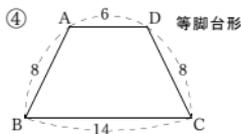
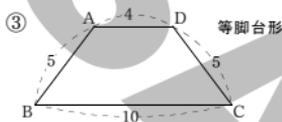
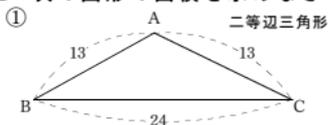
- ① (2, 5)と(5, 9)

- ② (3, 4)と(5, 8)

- ③ (-9, 5)と(-5, 2)

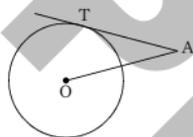
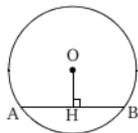
- ④ (2, -3)と(6, 5)

1 次の図形の面積を求めなさい。(10点×4=40点)▶p188 例1



2 次の各問いに答えなさい。(10点×2=20点)▶p188 例2

- ① 中心Oから弦ABに垂線OHをひく。② 点Aから円Oに接線をひき、接点をTと弦ABの長さが20cm、垂線OHの長さとする。OAが11cm、接線の長さが9cmのとき円Oの半径を求めなさい。



3 座標平面上の次の2点間の距離を求めなさい。(10点×4=40点)▶p188 例3

- ① (1, 2)と(6, 14)                      ② (4, 6)と(8, 12)
- ③ (-8, 3)と(-2, -3)                      ④ (-4, 3)と(1, -7)



# 特別な直角三角形

## 例1 1:1:√2の直角三角形

次の図でxの長さを求めなさい。

①

$x = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 5\sqrt{2}$

xのほうの比が分子にくる

②

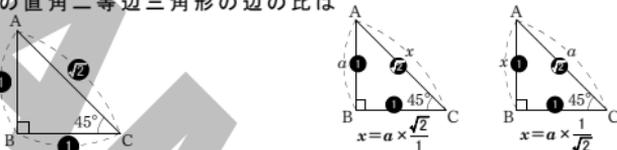
$x = 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

xのほうの比が分子にくる  
有理化

ポイント

◆ 1つの鋭角が45°の直角二等辺三角形の辺の比は

$1:1:\sqrt{2}$



## 例2 1:2:√3の直角三角形

次の図でxの長さを求めなさい。

①

$x = 3 \times \frac{2}{1} = 6$

直角-60°...1  
直角-30°...√3

xのほうの比が分子にくる

②

$x = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

直角-60°...1  
直角-30°...√3

xのほうの比が分子にくる

③

$x = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

直角-60°...1  
直角-30°...√3

xのほうの比が分子にくる

④

$x = 6 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

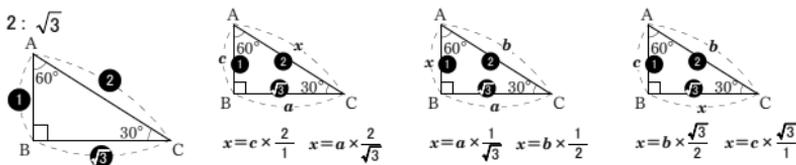
直角-60°...1  
直角-30°...√3

xのほうの比が分子にくる  
有理化

ポイント

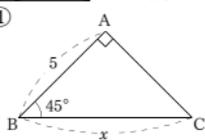
◆ 2つの鋭角が30°、60°の直角三角形の辺の比は

$1:2:\sqrt{3}$

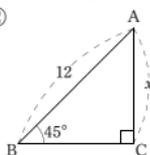


練習1 次の図で $x$ の長さを求めなさい。

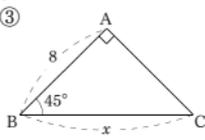
①



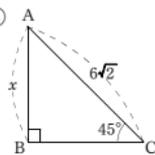
②



③

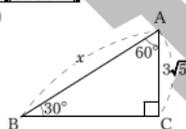


④



練習2 次の図で $x$ の長さを求めなさい。

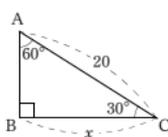
①



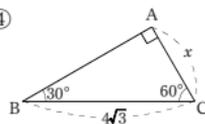
②



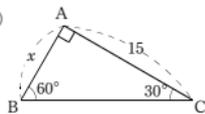
③



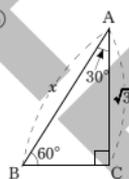
④



⑤



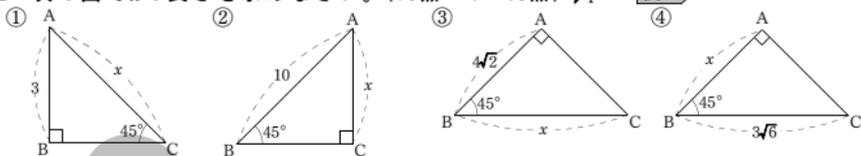
⑥



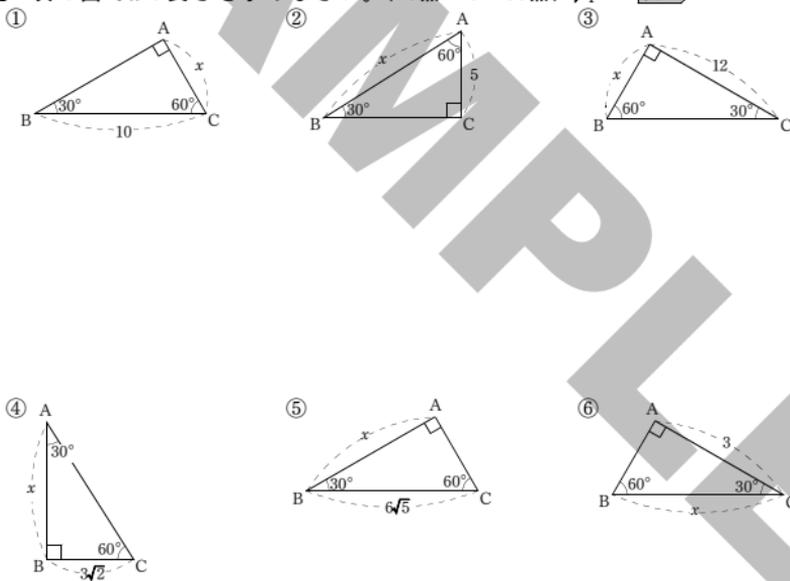
# 確認問題 7-3-A

点

1 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×4=40点)▶p192 例1



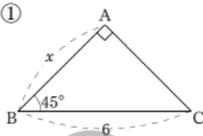
2 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×6=60点)▶p192 例2



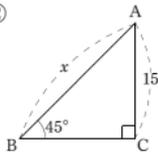
# 確認問題 7-3-B

点
**1** 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×4=40点)▶p192 **例1**

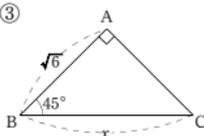
①



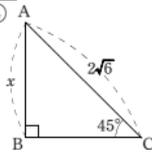
②



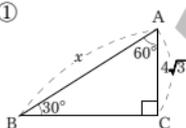
③



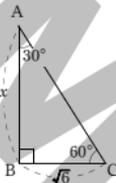
④


**2** 次の図で $x$ の長さを求めなさい。(10点×6=60点)▶p192 **例2**

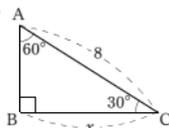
①



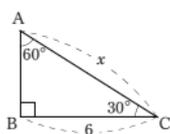
②



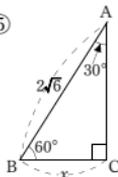
③



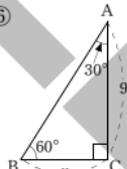
④



⑤



⑥

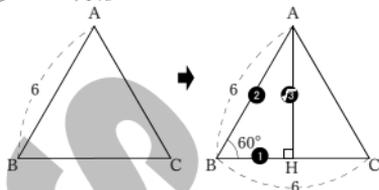


## 4 特別な直角三角形の利用

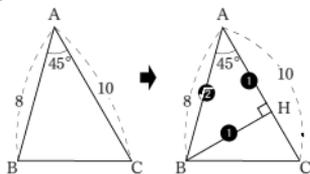
## 例1 平面図形の面積

次の図形の面積を求めなさい。

① 正三角形ABC



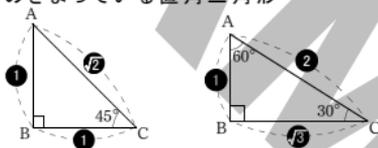
AからBCに垂線AHをひく  
 $AH = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$   
 面積は  $6 \times 3\sqrt{3} \div 2 = 9\sqrt{3}$

②  $\triangle ABC$ 

BからACに垂線BHをひく  
 $BH = 8 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$   
 面積は  $10 \times 4\sqrt{2} \div 2 = 20\sqrt{2}$

## ポイント

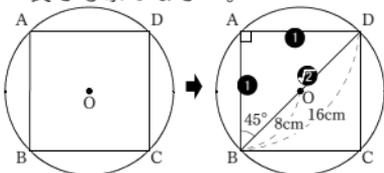
角度のきまっている直角三角形



## 例2 円と特別な三角形

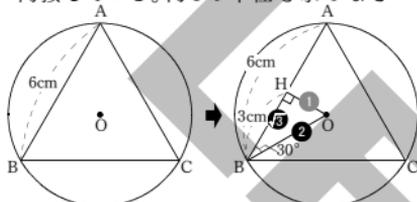
次の各問いに答えなさい。

① 正方形ABCDが半径8cmの円Oに内接している。正方形の1辺の長さを求めなさい。



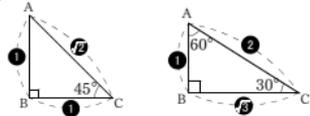
BDを結ぶ  
 $AD = 16 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $= \frac{16}{\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$

② 1辺が6cmの正三角形ABCが円Oに内接している。円Oの半径を求めなさい。



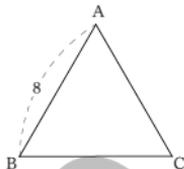
OBを結びOからABに垂線OHをひく  
 $OB = 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$   
 $= \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

## ポイント

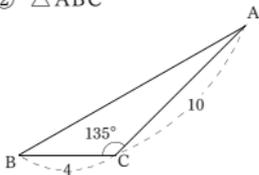


練習1 次の図形の面積を求めなさい。

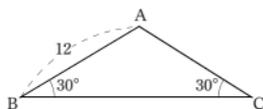
① 正三角形ABC



②  $\triangle ABC$

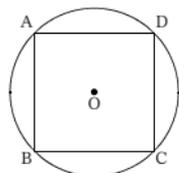


③ 二等辺三角形ABC

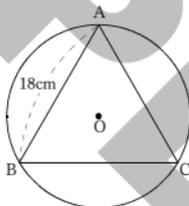


練習2 次の各問いに答えなさい。

① 正方形ABCDが半径6cmの円Oに内接している。正方形の1辺の長さを求めなさい。

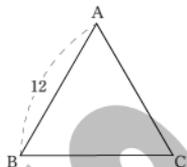


② 1辺が18cmの正三角形ABCが円Oに内接している。円Oの半径を求めなさい。

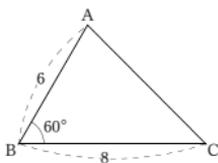


1 次の図形の面積を求めなさい。(20点×3=60点)▶p196 例1

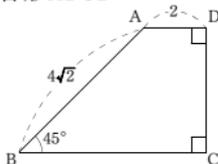
① 正三角形ABC



②  $\triangle ABC$

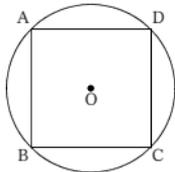


③ 台形ABCD

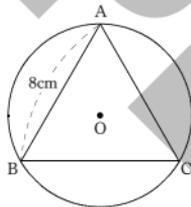


2 次の各問いに答えなさい。(20点×2=40点)▶p196 例2

① 1辺が8cmの正方形ABCDが円Oに内接している。円Oの半径を求めなさい。



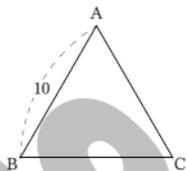
② 1辺が8cmの正三角形ABCが円Oに内接している。円Oの半径を求めなさい。



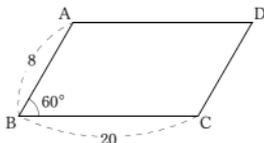
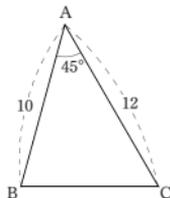
## 確認問題 7-4-B

1 次の図形の面積を求めなさい。(20点×3=60点)▶p196 例1

① 正三角形ABC

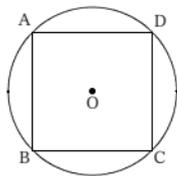


② 平行四辺形ABCD

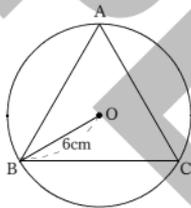
③  $\triangle ABC$ 

2 次の各問いに答えなさい。(20点×2=40点)▶p196 例2

① 正方形ABCDが半径8cmの円Oに内接している。正方形の1辺の長さを求めなさい。



② 正三角形ABCが半径6cmの円Oに内接している。正三角形の1辺を求めなさい。



# 三平方の定理のまとめ

次の図で $x$ の長さを求めなさい。

①

斜辺は  $x$

$$\begin{cases} x^2 = 2^2 + 4^2 & x^2 \text{が左辺にくるようにする} \\ x^2 = 4 + 16 \\ x^2 = 20 \\ x > 0 \text{より} & x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

②

斜辺は 10

$$\begin{cases} x^2 + 8^2 = 10^2 & x^2 \text{が左辺にくるようにする} \\ x^2 + 64 = 100 \\ x^2 = 100 - 64 = 36 \\ x > 0 \text{より} & x = 6 \end{cases}$$

③

$x = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 5\sqrt{2}$

④

$x = 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

⑤

$x = 3 \times \frac{2}{1} = 6$

⑥

$x = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

⑦

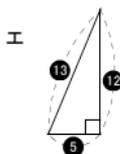
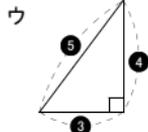
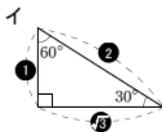
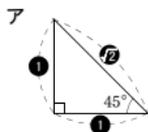
$x = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

⑧

$x = 6 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

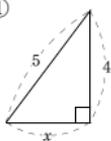
ポイント

暗記すべき直角三角形

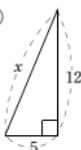


練習1 次の図で $x$ の長さを求めなさい。

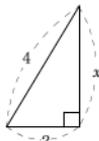
①



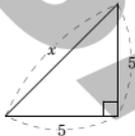
②



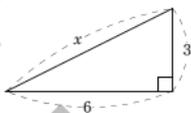
③



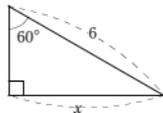
④



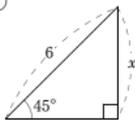
⑤



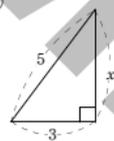
⑥



⑦



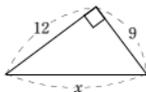
⑧



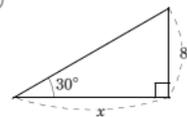
⑨



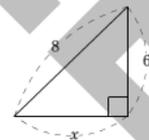
⑩



⑪



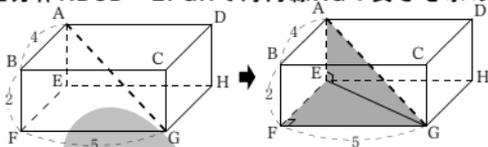
⑫



# 立体図形での利用

## 例1 立体の対角線の長さ

直方体 $ABCD-EFGH$ で対角線 $AG$ の長さを求めなさい。



$\triangle EFG$ で三平方の定理より

$$EG^2 = 4^2 + 5^2$$

$$EG^2 = 16 + 25 = 41$$

$$EG = \sqrt{41}$$

$\triangle AEG$ で三平方の定理より

$$AG^2 = 2^2 + \sqrt{41}^2$$

$$AG^2 = 4 + 41 = 45$$

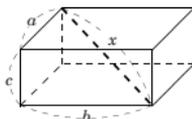
$$AG = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

対角線 $=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ の公式を使うと

$$AG = \sqrt{4^2 + 5^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 25 + 4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

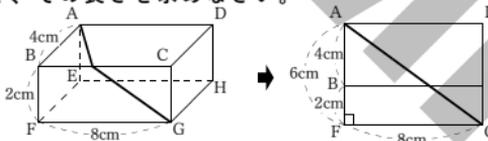
### ポイント

◆ たて、横、高さがそれぞれ $a, b, c$ である直方体の対角線の長さを $x$ とすると  $x^2 = a^2 + b^2 + c^2$  によって  $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



## 例2 最短距離

直方体 $ABCD-EFGH$ に $A$ から $G$ にひもをかける。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めなさい。



ひもが通っている面の展開図をかく

ひもが通っている面は面 $ABCD$ と面 $BFGC$ だからその展開図をかく

$\triangle AFG$ で三平方の定理より  $AG^2 = 6^2 + 8^2$

$$AG^2 = 36 + 64 = 100 \quad \text{よって } AG = 10 \quad \text{答 } 10\text{cm}$$

## 例3 円すいの体積と展開図

右の図のような円すいとその側面の展開図について次の各問いに答えなさい。

① 円すいの体積を求めなさい。

$\triangle APO$ で三平方の定理より

$$PO^2 + 4^2 = 12^2$$

高さを求める

$$PO^2 = 144 - 16 = 128 \quad \text{よって } PO = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{体積} = 4 \times 4 \times \pi \times 8\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{128\sqrt{2}\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

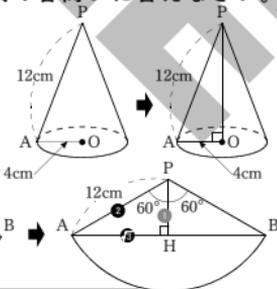
②  $AB$ 間の距離を求めなさい。

$$\text{中心角} = 360^\circ \times \frac{4}{12} = 120^\circ$$

$P$ から $AB$ に垂線 $PH$ をひくと

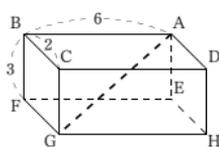
$$AH = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \quad \text{よって } AB = 12\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

中心角 $=360^\circ \times \frac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}$

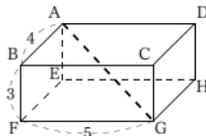


練習1 直方体 $ABCD-EFGH$ で対角線 $AG$ の長さを求めなさい。

①

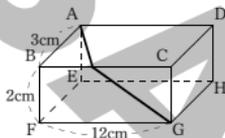


②

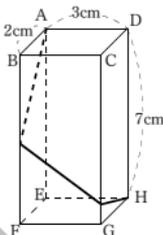


練習2 直方体 $ABCD-EFGH$ に図のようにひもをかける。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めなさい。

①

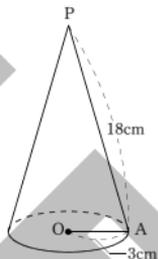


②

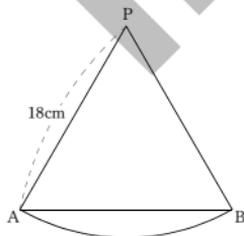


練習3 右の図のような円すいとその側面の展開図について次の各問いに答えなさい。

① 円すいの体積を求めなさい。



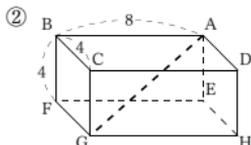
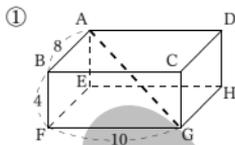
② AB間の距離を求めなさい。



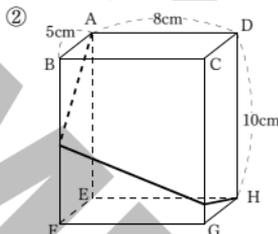
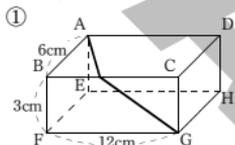
## 確認問題 7-5-A

点

- 1 直方体 $ABCD-EFGH$ で対角線 $AG$ の長さを求めなさい。▶p202 例1  
(20点 $\times$ 2=40点)

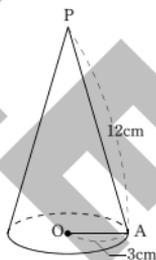


- 2 直方体 $ABCD-EFGH$ に図のようにひもをかける。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めなさい。(20点 $\times$ 2=40点)▶p202 例2

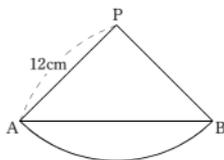


- 3 右の図のような円すいとその側面の展開図について次の各問いに答えなさい。  
(10点 $\times$ 2=20点)▶p202 例3

- ① 円すいの体積を求めなさい。

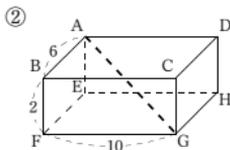
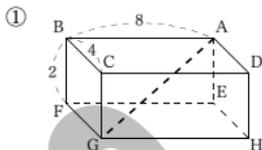


- ② AB間の距離を求めなさい。

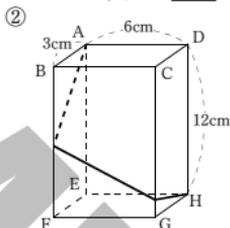
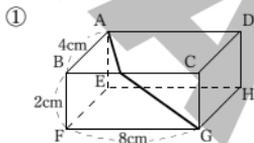


## 確認問題 7-5-B

- 1 直方体 $ABCD-EFGH$ で対角線 $AG$ の長さを求めなさい。▶p202 例1  
(20点×2=40点)

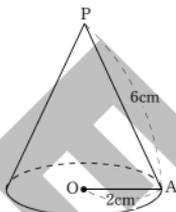


- 2 直方体 $ABCD-EFGH$ に図のようにひもをかける。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めなさい。(20点×2=40点)▶p202 例2

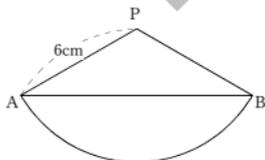


- 3 右の図のような円すいとその側面の展開図について次の各問いに答えなさい。  
(10点×2=20点)▶p202 例3

- ① 円すいの体積を求めなさい。



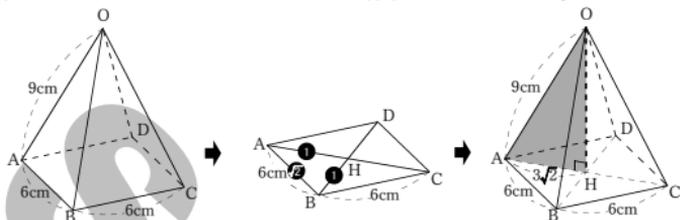
- ②  $AB$ 間の距離を求めなさい。



## 6 三角すい・四角すいでの利用

## 例1 四角すいの体積

図のような正四角すいO-ABCDの体積を求めなさい。



底面の正方形ABCDでAC, BDを結ぶ  
 $\triangle ABH$ は1:1: $\sqrt{2}$ の直角三角形

$$AH = 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \\ = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$\triangle OAH$ で三平方の定理より

$$OH^2 + (3\sqrt{2})^2 = 9^2 \\ OH^2 + 18 = 81 \\ OH^2 = 81 - 18 = 63 \\ OH = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

よって体積は  $36 \times 3\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = 36\sqrt{7} \text{ (cm}^3\text{)}$

## 例2 立方体の切断と三角すい

右の図のような1辺4cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えなさい。

- ① 三角すいABDEの体積を求めなさい。

底面を $\triangle ABD$ 、高さをAEとすると  
 $\triangle ABD = 4 \times 4 \div 2 = 8$ ,  $AE = 4$

$$\text{よって体積は } 8 \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{32}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

- ②
- $\triangle BDE$
- の面積を求めなさい。

$\triangle DBC$ は1:1: $\sqrt{2}$ の直角三角形

$$BD = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 4\sqrt{2}$$

DE, BEも同様に $4\sqrt{2}$

$\triangle BDE$ は1辺 $4\sqrt{2}$ の正三角形

$$EM = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$$

$\triangle BDE$ の面積は

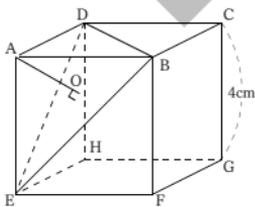
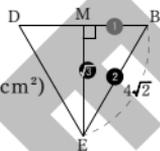
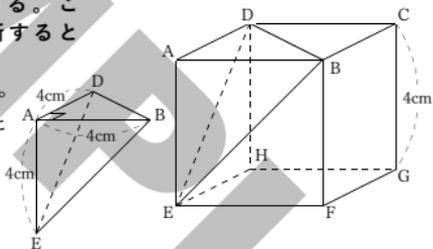
$$4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} \div 2 = 8\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- ③ Aから
- $\triangle BDE$
- にひいた垂線AOの長さを求めなさい。

三角すいABDEの底面が $\triangle BDE$ 、高さがAOとすると  
 体積は $8\sqrt{3} \times AO \times \frac{1}{3}$  これが①の $\frac{32}{3}$ に等しいので

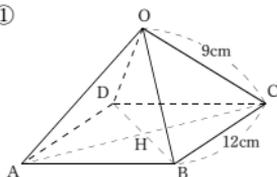
$$\frac{8\sqrt{3}}{3} AO = \frac{32}{3} \quad \text{よって } 8\sqrt{3} AO = 32$$

$$AO = \frac{32}{8\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

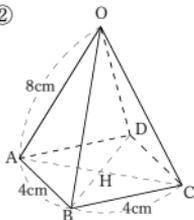


練習1 正四角すいO-ABCDの体積を求めなさい。

①

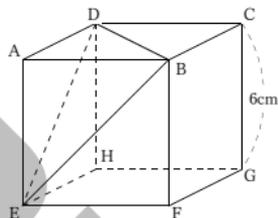


②



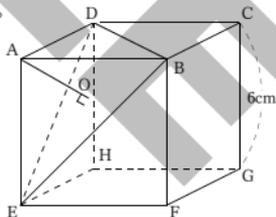
練習2 右の図のような1辺6cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えなさい。

① 三角すいABDEの体積を求めなさい。

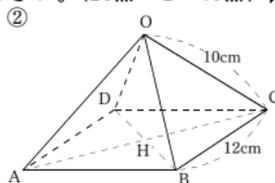
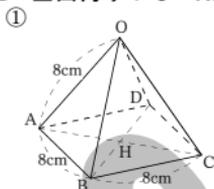


②  $\triangle BDE$ の面積を求めなさい。

③ Aから $\triangle BDE$ にひいた垂線AOの長さを求めなさい。

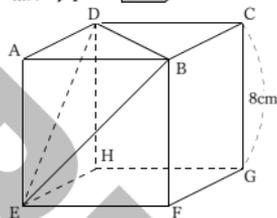


1 正四角すいO-ABCDの体積を求めなさい。(20点×2=40点)▶p206例1



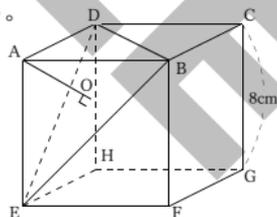
2 右の図のような1辺8cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えなさい。(20点×3=60点)▶p206例2

① 三角すいABDEの体積を求めなさい。



②  $\triangle BDE$ の面積を求めなさい。

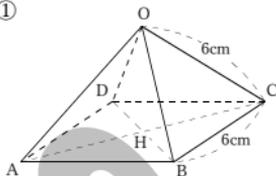
③ Aから $\triangle BDE$ にひいた垂線AOの長さを求めなさい。



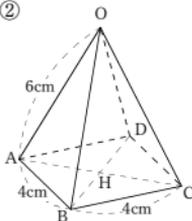
## 確認問題 7-6-B

I 正四角すい  $O-ABCD$  の体積を求めなさい。(20点  $\times$  2 = 40点)  $\blacktriangleright$  p206 例1

①

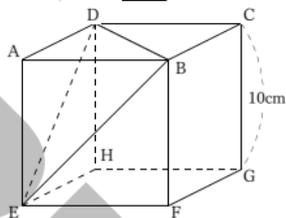


②



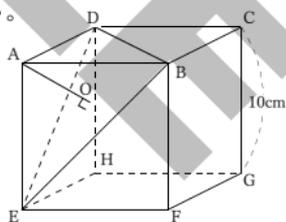
2 右の図のような1辺10cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えなさい。(20点  $\times$  3 = 60点)  $\blacktriangleright$  p206 例2

① 三角すい  $ABDE$  の体積を求めなさい。



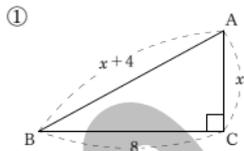
②  $\triangle BDE$  の面積を求めなさい。

③ Aから $\triangle BDE$ にひいた垂線AOの長さを求めなさい。



# 方程式と三平方の定理

## 例1 方程式と三平方の定理(1)

次の図で $x$ の値を求めなさい。 $\triangle ABC$ で三平方の定理の定理より

$$(x+4)^2 = x^2 + 8^2$$

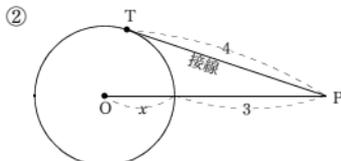
$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 64$$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 - 64 = 0$$

$$8x = -16 + 64$$

$$8x = 48$$

$$x = 6$$

OTを結ぶと $\angle OTP = 90^\circ$ ,  $OT = x$  $\triangle OTP$ で三平方の定理の定理より

$$(x+3)^2 = x^2 + 4^2$$

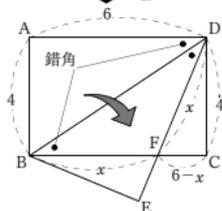
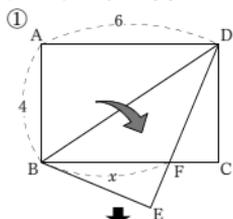
$$x^2 + 6x + 9 - x^2 - 16 = 0$$

$$6x = -9 + 16$$

$$6x = 7$$

$$x = \frac{7}{6}$$

## 例2 方程式と三平方の定理(2)

長方形の紙を図のように折り曲げたとき $x$ の値を求めなさい。

$\angle EDB = \angle ADB$   
 平行線の錯角で  
 $\angle ADB = \angle FBD$   
 よって $\angle EDB = \angle FBD$   
 よって $\triangle FBD$ は  
 二等辺三角形  
 よって $FD = x$

 $\triangle DFC$ で三平方の定理の定理より

$$(6-x)^2 + 4^2 = x^2$$

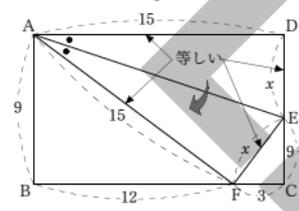
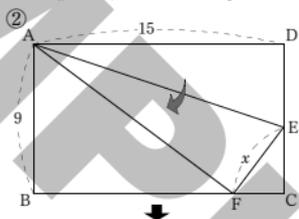
$$36 - 12x + x^2 + 16 = x^2$$

$$36 - 12x + x^2 + 16 - x^2 = 0$$

$$-12x = -36 - 16$$

$$-12x = -52$$

$$x = \frac{-52}{-12} = \frac{13}{3}$$



$\triangle ABF$ で三平方の定理より  
 $BF^2 + 9^2 = 15^2$   
 $BF^2 + 81 = 225$   
 $BF^2 = 225 - 81$   
 $BF^2 = 144$   
 $BF = 12$

 $\triangle EFC$ で三平方の定理の定理より

$$(9-x)^2 + 3^2 = x^2$$

$$81 - 18x + x^2 + 9 = x^2$$

$$81 - 18x + x^2 + 9 - x^2 = 0$$

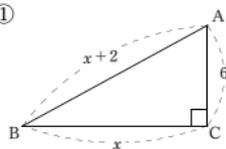
$$-18x = -81 - 9$$

$$-18x = -90$$

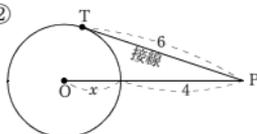
$$x = \frac{-90}{-18} = 5$$

練習1 次の図で $x$ の値を求めなさい。

①

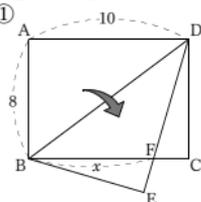


②

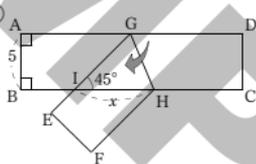


練習2 長方形の紙を図のように折り曲げたとき $x$ の値を求めなさい。

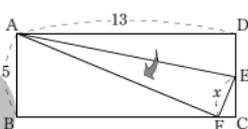
①



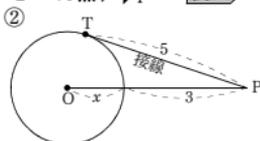
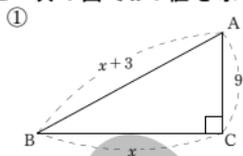
②



③

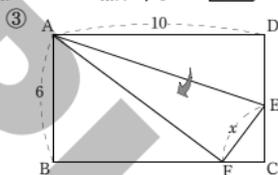
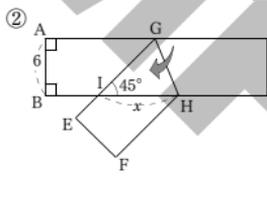
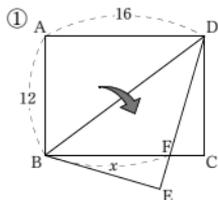


1 次の図で $x$ の値を求めなさい。(20点 $\times$ 2=40点)▶p210 例1



2 長方形の紙を図のように折り曲げたとき $x$ の値を求めなさい。

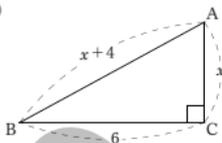
(20点 $\times$ 3=60点)▶p210 例2



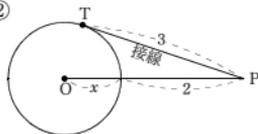
## 確認問題 7-7-B

1 次の図で $x$ の値を求めなさい。(20点 $\times$ 2=40点)  $\blacktriangleright$ p210 例1

①



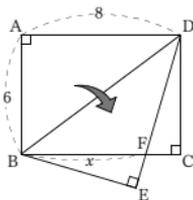
②



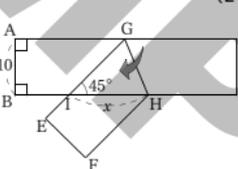
2 長方形の紙を図のように折り曲げたとき $x$ の値を求めなさい。

(20点 $\times$ 3=60点)  $\blacktriangleright$ p210 例2

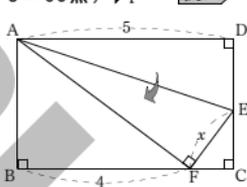
①



②



③



第7章 三平方の定理  
最後に！

3辺の長さわかれば三角形の面積を求めることができます。

次の $\triangle ABC$ の面積を求めてみてください。

