

## 目次

第 1 章 集合	2
1 集合	
2 集合の要素の個数	
第 2 章 場合の数	18
1 場合の数 (復習)	
2 和の法則	
3 積の法則	
4 順列	
5 円順列・重複順列	
6 組合せ	
7 いろいろな組合せ	
第 3 章 確率	90
1 確率	
2 確率の性質	
3 いろいろな確率	
4 期待値	
第 4 章 論理と集合	123
1 論理と集合	
2 証明	
第 5 章 三角形と比	143
1 平行線と比 (復習 1)	
2 平行線と比 (復習 2)	
3 中点連結定理	
4 三角形の 3 心	
5 いろいろな定理	
第 6 章 円	175
1 円周角 (復習)	
2 円に内接する四角形	
3 円と接線	
4 接線と弦の定理	
5 円と相似	
6 2 円の位置関係	

# 第 1 章 集合

## 集合

例1 次の ( ) や  $A =$  の後をうめなさい

6 の正の約数は 1, 2, 3, 6 であり、このように、範囲がはっきりしたものの

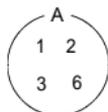
集まりを ( ) という。集合を作る 1 つ 1 つのものを、その集合の

( ) という。

6 の正の約数の集合を  $A$  とすると集合  $A$  の書き方は

\* 要素を書き並べる方法  $A =$

\* 要素の条件を書く方法  $A =$



の 2 通りある。

$a$  が集合  $A$  の要素であるとき、 $a$  は集合  $A$  に ( ) といい、 $a$  ( )  $A$  と書く。 $b$  が集合  $A$  に属さないとき、 $b$  ( )  $A$  と書く。

集合  $A$  のように要素の個数が有限である集合を ( ) といい、

自然数全体の集合  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  のように要素が無数にある集合を

( ) という。

練習1 次の集合を、要素を書き並べて表しなさい

13 以下の素数全体

18 の正の約数全体の集合

$\{x / x \text{ は } 20 \text{ 以下の素数}\}$

$\{x / x \text{ は } 11 \text{ 以下の正の奇数}\}$

$\{x / x^2 = 9\}$

$\{x / x \text{ は整数, } -1 < x < 4\}$

90 以下の正の偶数全体

$\{5x / x \text{ は } 30 \text{ 以下の自然数}\}$

$\{3x / x \text{ は自然数}\}$

$\{2x / x \text{ は正の整数}\}$

練習2 素数全体の集合を  $A$  とするとき、次の ( ) に , / のどちらかを書きなさい

3 ( )  $A$

6 ( )  $A$

17 ( )  $A$

1 ( )  $A$

9 ( )  $A$

15 ( )  $A$

## 部分集合

例2 次の( )をうめなさい

$A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  のとき、集合 A の要素はすべて

集合 B の要素になっている。このとき、A は B の( )

であるといい、A ( ) B と表す。また、A は B に

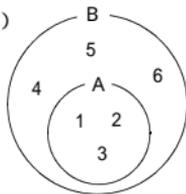
( ) といい、B は A を( ) という。

この定義によると、集合 A は A 自身の( ) であり、

A ( ) A と表す。

集合 A と集合 C の要素がすべて一致しているとき、集合 A と集合 C は( )

といい、A ( ) C と表す。



練習1 次の集合の部分集合をすべて書きなさい

$\{1, 2\}$

$\{3, 4, 5\}$

$\{6, 7\}$

$\{7, 8, 9\}$

$\{a, b\}$

$\{a, b, c\}$

練習2 , = を使って、次の2つの集合の関係を書きなさい

$A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$

$A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$

$A = \{2, 3, 6\}$ , 6 の正の約数全体の集合 B

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ , 8 の正の約数全体の集合 B

$A = \{1, 2, 5\}$ , 10 の正の約数全体の集合 B

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ , 12 の正の約数全体の集合 B

$A = \{1, 3, 5, 10, 15\}$ , 15 の正の約数全体の集合 B

$A = \{x/x \text{ は } 8 \text{ の正の約数}\}$ ,  $B = \{x/x \text{ は } 16 \text{ の正の約数}\}$

$A = \{x/x \text{ は } 18 \text{ 以下の自然数}\}$ ,  $B = \{x/x \text{ は } 18 \text{ の正の約数}\}$

$A = \{x/x \text{ は 自然数}\}$ ,  $B = \{x/x \text{ は } 20 \text{ の正の約数}\}$

$A = \{x/x \text{ は } 8 \text{ 以下の正の偶数}\}$ ,  $B = \{x/x \text{ は } 24 \text{ の正の約数}\}$

## 共通部分と和集合

例3 次の ( ) や = の後をうめなさい

集合  $A, B$  に共通な要素全体の集合を  $A$  と  $B$  の ( ) といい、

$A$  ( )  $B$  と表す。また、 $A, B$  の要素を全部あわせた集合を  $A$  と  $B$  の

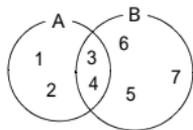
( ) といい、 $A$  ( )  $B$  と表す。

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  のとき、

\*  $A \cap B =$

\*  $A \cup B =$

となる。



$A \cap B$  を  $A$  ( )  $B$  といい、 $A \cup B$  を  $A$  ( )  $B$  という。

練習 次の集合  $A, B$  で、 $A \cap B$ ,  $A \cup B$  を求めなさい

$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $B = \{1, 3\}$

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$

$A = \{x / x \text{ は } 12 \text{ の正の約数}\}$ ,  $B = \{x / x \text{ は } 16 \text{ の正の約数}\}$

$A = \{x / x \text{ は } 9 \text{ 以下の正の奇数}\}$ ,  $B = \{x / (x-2)(x-7) = 0\}$

$A = \{2x / x = 0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x / x \text{ は整数}, 2 < x < 10\}$

$A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3x / x \in A\}$

全体集合と補集合

例4 次の ( ) や = の後をうめなさい

1けたの自然数の集合  $U$  とその部分集合  $A = \{ x / x \text{ は偶数} \}$  を考える。

\*  $U =$

$A =$

このとき  $U$  を ( ) といい、 $U$  の要素のうち  $A$  でない

要素の集合を  $A$  の ( ) といい、( ) と表す。

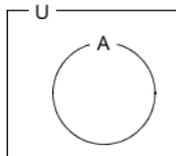
\*  $\overline{A} =$

補集合の性質

\*  $A \cap \overline{A} =$

$A \cup \overline{A} =$

$\overline{\overline{A}} =$



練習1 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  と2つの部分集合  $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{3, 5\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

$\overline{A}$

$\overline{B}$

$A \cap B$

$A \cup B$

$A \cap \overline{B}$

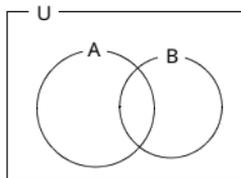
$\overline{A} \cap B$

$\overline{A \cap B}$

$\overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{A \cup B}$



練習2 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  と2つの部分集合  $A = \{2, 4, 6, 8\}$

$B = \{2, 6, 7\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

$\overline{A}$

$\overline{B}$

$A \cap B$

$A \cup B$

$A \cap \overline{B}$

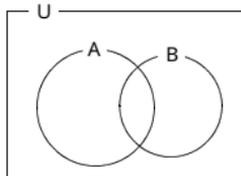
$\overline{A} \cap B$

$\overline{A \cap B}$

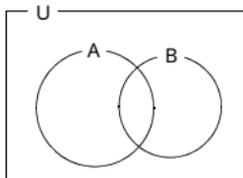
$\overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{A} \cap \overline{B}$

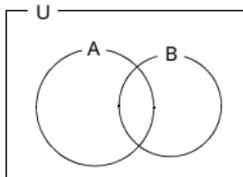
$\overline{A \cup B}$



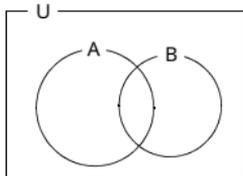
練習3 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4\}$  と2つの部分集合  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

 $\overline{A}$  $\overline{B}$  $A \cap B$  $A \cup B$  $A \cap \overline{B}$  $\overline{A} \cap B$  $\overline{A \cap B}$  $\overline{A} \cup \overline{B}$  $\overline{A} \cap \overline{B}$  $\overline{A \cup B}$ 

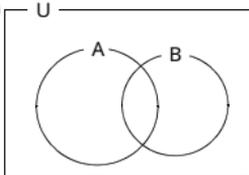
練習4 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  と2つの部分集合  $A = \{1, 2, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 4, 7\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

 $\overline{A}$  $\overline{B}$  $A \cap B$  $A \cup B$  $A \cap \overline{B}$  $\overline{A} \cap B$  $\overline{A \cap B}$  $\overline{A} \cup \overline{B}$  $\overline{A} \cap \overline{B}$  $\overline{A \cup B}$ 

練習5 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  と2つの部分集合  $A = \{2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 7\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

 $\overline{A}$  $\overline{B}$  $A \cap B$  $A \cup B$  $A \cap \overline{B}$  $\overline{A} \cap B$  $\overline{A \cap B}$  $\overline{A} \cup \overline{B}$  $\overline{A} \cap \overline{B}$  $\overline{A \cup B}$ 

例5 図で  $\bar{A} \cap \bar{B}$ ,  $\bar{A} \cup \bar{B}$ ,  $\overline{A \cap B}$  の部分集合をそれぞれ式で表しなさい



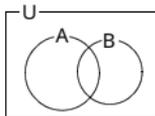
練習 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  と2つの部分集合  $A = \{1, 2, 3\}$   
 $B = \{3, 5\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

$$A \cap B$$

$$A \cap \bar{B}$$

$$\bar{A} \cap B$$

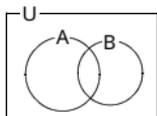
$$\overline{A \cap B}$$



例6 次の問に答えなさい

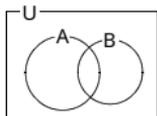
右上図で  $\bar{A} \cap \bar{B}$  の部分を斜線で図示しなさい

$\overline{A \cap B}$  の部分を  $\bar{A} \cap \bar{B}$  を使って表しなさい



右下図で  $\overline{A \cap B}$  の部分を斜線で図示しなさい

$\bar{A} \cap \bar{B}$  の部分を  $\overline{A \cap B}$  を使って表しなさい



ド・モルガンの法則を書きなさい

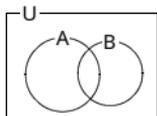
練習1 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  と2つの部分集合  $A = \{2, 4, 6\}$   
 $B = \{4, 5\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

$$A \cap B$$

$$\bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\bar{A} \cap B$$

$$\overline{A \cap B}$$



練習2 次のド・モルガンの法則を書きなさい

$$\overline{A \cap B} =$$

$$\overline{A \cap B} =$$

$$\overline{P \cap Q} =$$

$$\overline{A \cap B} =$$

$$\overline{P \cap Q} =$$

$$\overline{A \cap B} =$$

$$\overline{P \cap Q} =$$

$$\overline{P \cap Q} =$$

# 確 認 問 題

## 1 次の集合を、要素を書き並べて表しなさい

9 以下の素数全体

12 の正の約数全体の集合

 $\{ x / x \text{ は } 15 \text{ 以下の素数} \}$  $\{ x / x \text{ は } 9 \text{ 以下の正の奇数} \}$  $\{ x / x^2 = 16 \}$  $\{ x / x \text{ は整数, } -2 < x < 5 \}$ 

100 以下の正の偶数全体

 $\{ 4x / x \text{ は } 20 \text{ 以下の自然数} \}$  $\{ 2x / x \text{ は自然数} \}$  $\{ 5x / x \text{ は正の整数} \}$ 

## 2 素数全体の集合を A とするとき、次の ( ) に $\in$ , $\notin$ のどちらかを書きなさい

5 ( ) A

8 ( ) A

14 ( ) A

7 ( ) A

0 ( ) A

26 ( ) A

## 3 次の集合の部分集合をすべて書きなさい

 $\{ 2, 4 \}$  $\{ 1, 3, 5 \}$  $\{ 3, 8 \}$  $\{ 0, 4, 6 \}$  $\{ x, y \}$  $\{ x, y, z \}$ 

## 4 $\subset$ , $\supset$ を使って、次の 2 つの集合の関係を書きなさい

 $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$  ,  $B = \{ 1, 5, 7 \}$  $A = \{ 2, 4, 6 \}$  ,  $B = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$  $A = \{ 1, 3, 9 \}$  , 9 の正の約数全体の集合 B $A = \{ 1, 3, 5 \}$  , 15 の正の約数全体の集合 B $A = \{ x / x \text{ は } 4 \text{ の正の約数} \}$  ,  $B = \{ x / x \text{ は } 8 \text{ の正の約数} \}$  $A = \{ x / x \text{ は } 14 \text{ 以下の自然数} \}$  ,  $B = \{ x / x \text{ は } 14 \text{ の正の約数} \}$  $A = \{ x / x \text{ は自然数} \}$  ,  $B = \{ x / x \text{ は } 100 \text{ 以下の正の偶数} \}$

- 5 次の集合  $A, B$  で、 $\overline{A \cap B}$ ,  $\overline{A \cup B}$  を求めなさい  
 $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7\}$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2x/x \mid x \in A\}$$

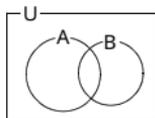
$$A = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ の正の約数}\}, B = \{x \mid (x-1)(x-5) = 0\}$$

$$A = \{x \mid x \text{ は } 7 \text{ 以下の正の奇数}\}, B = \{x \mid x \text{ は } 15 \text{ の正の約数}\}$$

$$A = \{3x/x \mid x = 1, 2, 3\}, B = \{x/x \mid x \text{ は整数}, 1 < x < 8\}$$

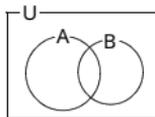
- 6 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  と2つの部分集合  $A = \{1, 2, 5, 7\}$   
 $B = \{3, 5, 6\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

$\overline{A}$	$\overline{B}$
$A \cap B$	$A \cup B$
$A \cap \overline{B}$	$\overline{A} \cap B$
$\overline{A \cap B}$	$\overline{A \cup B}$
$\overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$



- 7 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  と2つの部分集合  $A = \{1, 4, 6\}$   
 $B = \{4, 5\}$  のとき、つぎの集合を求めなさい

$\overline{A}$	$\overline{B}$
$A \cap B$	$A \cup B$
$A \cap \overline{B}$	$\overline{A} \cap B$
$\overline{A \cap B}$	$\overline{A \cup B}$
$\overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$



- 8 次のド・モルガンの法則を書きなさい

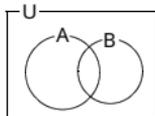
$\overline{A \cap B} =$	$\overline{A \cup B} =$	$\overline{\overline{P} \cap \overline{Q}} =$
$\overline{A \cup B} =$	$\overline{\overline{P} \cap \overline{Q}} =$	$\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} =$
$\overline{\overline{P} \cap \overline{Q}} =$	$\overline{\overline{P} \cup \overline{Q}} =$	

## 集合の要素の個数

例1 集合  $A$  の要素の個数を  $n(A)$  で表す、次の問いに答えなさい

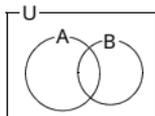
$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  のとき、 $n(A) =$

全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  と2つの部分集合  
 $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 6\}$  のとき、 $n(A \cap B)$  を求めなさい

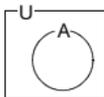


2つの集合の要素の個数を  $n(A)$ ,  $n(B)$  とするとき、 $n(A \cup B)$  を求めなさい

で、2つの集合が共通部分を持たないとき  $n(A \cup B)$  を求めなさい



全体集合を  $U$  とその部分集合  $A$  のとき、 $n(\bar{A})$  を求めなさい



練習1 図で次の集合を求めなさい

A または B である集合

A でも B でもない集合

A であるが、B でない集合

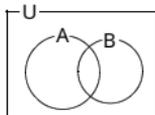
少なくとも一方である集合

A かつ B である集合

A, B どちらでもない集合

A と B の共通部分

B であるが、A でない集合



練習2 図で次の集合を求めなさい

P, Q どちらでもない集合

P であるが、Q でない集合

少なくとも一方である集合

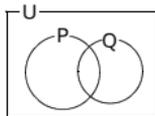
P と Q の共通部分

Q であるが、P でない集合

P または Q である集合

P かつ Q である集合

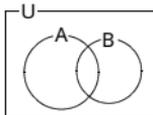
P でも Q でもない集合



練習3  $A = \{ x / x \text{ は } 24 \text{ の正の約数} \}$  のとき、 $n(A)$  を求めなさい

練習4 22 以下の自然数のうち 6 で割り切れない数の個数を求めなさい

練習5 全体集合  $U$  と部分集合  $A, B$  がある。 $n(U) = 18$ ,  $n(A) = 9$ ,  
 $n(B) = 7$ ,  $n(A \cap B) = 3$  のとき、次の値を求めなさい  
 $n(\overline{A \cap B})$                        $n(\overline{A})$                        $n(\overline{A \cup B})$



例2 次の問いに答えなさい

40 までの自然数で 8 の倍数の個数を求めなさい

40 から 90 までの自然数で 8 の倍数の個数を求めなさい

練習1 100 以下の自然数で、次の問いに答えなさい

4 の倍数の個数を求めなさい

5 の倍数の個数を求めなさい

4 と 5 の公倍数の個数を求めなさい

練習2 70 までの自然数で、次の問いに答えなさい

2 の倍数の個数を求めなさい

3 の倍数の個数を求めなさい

2 と 3 の公倍数の個数を求めなさい

練習3 60 以下の自然数で、次の問いに答えなさい

4 の倍数の個数を求めなさい

6 の倍数の個数を求めなさい

4 と 6 の公倍数の個数を求めなさい

練習4 90 までの自然数で、次の問いに答えなさい

6 の倍数の個数を求めなさい

8 の倍数の個数を求めなさい

6 と 8 の公倍数の個数を求めなさい

練習5 60 以上 90 以下の自然数で、次の問いに答えなさい

4 の倍数の個数を求めなさい

5 の倍数の個数を求めなさい

4 と 5 の公倍数の個数を求めなさい

練習6 80 から 110 までの自然数で、次の問いに答えなさい

6 の倍数の個数を求めなさい

4 の倍数の個数を求めなさい

6 と 4 の公倍数の個数を求めなさい

練習7 50 以上 60 以下の自然数で、次の問いに答えなさい

2 の倍数の個数を求めなさい

3 の倍数の個数を求めなさい

2 と 3 の公倍数の個数を求めなさい

練習8 20 から 70 までの自然数で、次の問いに答えなさい

6 の倍数の個数を求めなさい

8 の倍数の個数を求めなさい

6 と 8 の公倍数の個数を求めなさい

練習9 30 以上 100 以下の自然数で、次の問いに答えなさい

6 の倍数の個数を求めなさい

10 の倍数の個数を求めなさい

6 と 10 の公倍数の個数を求めなさい

例3 60 以下の自然数で、次の数の個数を求めなさい

3 の倍数

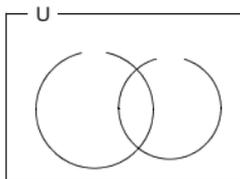
4 の倍数

3 の倍数かつ 4 の倍数である数

3 の倍数または 4 の倍数である数

3 の倍数でも 4 の倍数でもない数

3 の倍数であるが、4 の倍数ではない数



練習1 100 以下の自然数で、次の数の個数を求めなさい

4 の倍数

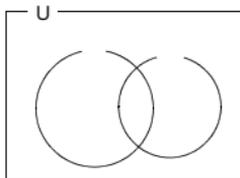
6 の倍数

4 の倍数かつ 6 の倍数である数

4 または 6 で割り切れる数

4 でも 6 でも割り切れない数

4 で割り切れるが、6 で割り切れない数



練習2 80 以下の自然数で、次の数の個数を求めなさい

2 の倍数

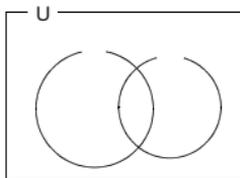
3 の倍数

2 の倍数かつ 3 の倍数である数

2 の倍数または 3 の倍数である数

2 の倍数でも 3 の倍数でもない数

2 の倍数であるが、3 の倍数ではない数



練習3 70 以下の自然数で、次の数の個数を求めなさい

4 の倍数

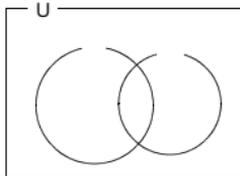
5 の倍数

4 の倍数かつ 5 の倍数である数

4 の倍数または 5 の倍数である数

4 の倍数でも 5 の倍数でもない数

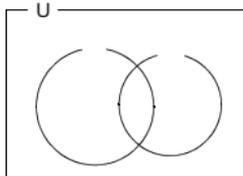
4 の倍数であるが、5 の倍数ではない数



練習4 100 から 200 までの自然数で、次の数の個数を求めなさい

6 の倍数

8 の倍数



6 の倍数かつ 8 の倍数である数

6 または 8 で割り切れる数

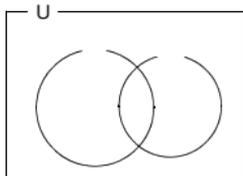
6 でも 8 でも割り切れない数

6 で割り切れるが、8 で割り切れない数

練習5 40 から 90 までの自然数で、次の数の個数を求めなさい

3 の倍数

4 の倍数



3 の倍数かつ 4 の倍数である数

3 または 4 で割り切れる数

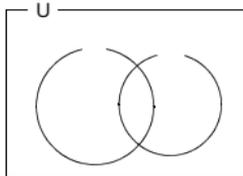
3 でも 4 でも割り切れない数

3 で割り切れるが、4 で割り切れない数

練習6 50 から 120 までの自然数で、次の数の個数を求めなさい

6 の倍数

9 の倍数



6 の倍数かつ 9 の倍数である数

6 または 9 で割り切れる数

6 でも 9 でも割り切れない数

6 で割り切れるが、9 で割り切れない数

練習7 40 人のあるクラスでテストをすると、問題 A の正解者は 22 人で、問題 B の正解者は 19 人、両方の正解者は 8 人だった。ベン図を書いて次の生徒数を求めなさい  
少なくとも一方が正解した生徒

両方とも不正解の生徒

問題 A が正解で、問題 B が不正解の生徒

練習8 80 人のある会社の通勤手段は、バス通勤が 28 人で、電車通勤は 46 人、両方の利用者は 15 人だった。ベン図を書いて次の人数を求めなさい  
少なくとも一方を利用する通勤者

両方とも利用しない通勤者

電車を利用し、バスを利用しない通勤者

練習9 50 人のあるスポーツクラブで旅行に行った。A 日程の参加者は 24 人で、B 日程の参加者は 18 人、両方の参加者は 6 人だった。次の人数を求めなさい  
少なくとも一方に参加した会員

両方とも参加しなかった会員

A 日程に参加し、B 日程に参加しなかった会員

練習10 200 人のある学校の夏休みで、海に行った生徒は 85 人で、山に行った生徒は 54 人、両方に行った生徒は 24 人だった。ベン図を書いて次の生徒数を求めなさい  
少なくとも一方に行った生徒

両方とも行かなかった生徒

山に行って、海に行かなかった生徒

# 確 認 問 題

## 1 図で次の集合を求めなさい

A かつ B である集合

A, B どちらでもない集合

A または B である集合

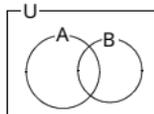
少なくとも一方である集合

B であるが、A でない集合

A と B の共通部分

A でも B でもない集合

A であるが、B でない集合



## 2 80 以下の自然数で、次の問いに答えなさい

3 の倍数の個数を求めなさい

5 の倍数の個数を求めなさい

3 と 5 の公倍数の個数を求めなさい

## 3 40 以上 80 以下の自然数で、次の問いに答えなさい

4 の倍数の個数を求めなさい

10 の倍数の個数を求めなさい

4 と 10 の公倍数の個数を求めなさい

## 4 90 以下の自然数で、次の数の個数を求めなさい

6 の倍数

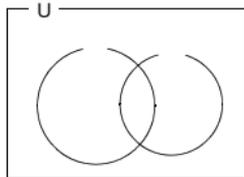
8 の倍数

6 の倍数かつ 8 の倍数である数

6 または 8 で割り切れる数

6 でも 8 でも割り切れない数

6 で割り切れるが、8 で割り切れない数





## 第 2 章 場合の数

### 場合の数 (復習)

- 例1 次の、すべての場合の数を計算で求めなさい
- 大小 2 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 大中小 3 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 形の異なる 4 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方

- 練習 次の、すべての場合の数を計算で求めなさい
- 大小 2 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - A B の 2 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 1 個のコイン 2 回投げるときの表裏の出方
  - 大中小 3 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - A B C の 3 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 1 個のコインを 3 回投げるときの表裏の出方
  - 形の異なる 4 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - A B C D の 4 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 1 個のコインを 4 回投げるときの表裏の出方

- 例2 次の、すべての場合の数を計算で求めなさい
- 大小 2 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 大中小の 3 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 大きさの異なる 4 個のサイコロを投げるときの目の出方

- 練習 次の、すべての場合の数を計算で求めなさい
- 大小の 2 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - A B 2 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 1 個のサイコロを 2 回投げるときの目の出方
  - 大中小の 3 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - A B C の 3 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 1 個のサイコロ 3 回を投げるときの目の出方
  - 大きさの異なる 4 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 色の異なる 4 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 1 個のサイコロを 4 回投げるときの目の出方

例3 次の場合の数を計算で求めなさい

A B C 3種の定食と D E F G 4種のドリンクから、定食とドリンクを1つずつ選んでランチセットをつくる。何通りのセットができますか

ズボン3着とTシャツ5枚持っている。全部で何通りの着方がありますか

A地からB地へは2本の道があり、B地からC地へは3本の道がある。A地からB地を通ってC地へ行くのに何通りの方法がありますか

2, 4, 6の3つの数字を使って3けたの整数を作ると、全部で何通りの整数ができますか(同じ数を使ってよいとする)

2人でじゃんけんをするとき、全部で何通りの出し方がありますか

3人でじゃんけんをするとき、全部で何通りの出し方がありますか

練習 次の場合の数を計算で求めなさい

A B C D 4種の定食と E F G H I 5種のドリンクから、定食とドリンクを1つずつ選んでランチセットをつくる。何通りのセットができますか

ズボン6着とTシャツ8枚持っている。全部で何通りの着方がありますか

A地からB地へは4本の道があり、B地からC地へは2本の道がある。A地からB地を通ってC地へ行くのに何通りの方法がありますか

2, 4の2つの数字を使って4けたの整数を作ると、全部で何通りの整数ができますか(同じ数を使ってよいとする)

2人でじゃんけんをするとき、全部で何通りの出し方がありますか

3人でじゃんけんをするとき、全部で何通りの出し方がありますか

例4 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

1 2 3 の 3 枚のカードを並べて 3 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 の 4 枚のカードを並べて 4 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 の 5 枚のカードを並べて 5 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 6 の 6 枚のカードを並べて 6 桁の数を作るときの並べ方

A B C の 3 人を順に並べる方法は何通りありますか

A B C D の 4 人で作るリレーチームは何通りできますか

A B C D E の 5 曲を順に演奏する曲順は何通りありますか

A B C D E F の 6 人を順に並べる方法は何通りありますか

練習 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

2 3 4 の 3 枚のカードを並べて 3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードを並べて 4 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードを並べて 5 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードを並べて 6 桁の数を作るときの並べ方

P Q R の 3 人を順に並べる方法は何通りありますか

P Q R S の 4 人で作るリレーチームは何通りできますか

P Q R S T の 5 曲を順に演奏する曲順は何通りありますか

P Q R S T U の 6 人を順に並べる方法は何通りありますか

例5 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

1 2 3 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 6 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 6 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

練習 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

2 3 4 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の数を作るときの並べ方

例6 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

0 1 2 の 3 枚のカードを並べて 3 桁の数を作るときの並べ方

0 1 2 3 の 4 枚のカードを並べて 4 桁の数を作るときの並べ方

0 1 2 3 4 の 5 枚のカードを並べて 5 桁の数を作るときの並べ方

0 1 2 3 4 5 の 6 枚のカードを並べて 6 桁の数を作るときの並べ方

練習 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

0 2 4 の 3 枚のカードを並べて 3 桁の数を作るときの並べ方

0 2 4 6 の 4 枚のカードを並べて 4 桁の数を作るときの並べ方

0 2 4 6 8 の 5 枚のカードを並べて 5 桁の数を作るときの並べ方

0 1 3 5 7 9 の 6 枚のカードを並べて 6 桁の数を作るときの並べ方

例7 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

1 2 3 4 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の偶数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の奇数を作るときの並べ方

1 2 3 4 5 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

練習1 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

2 5 6 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 5 6 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 5 6 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の偶数を作るときの並べ方

練習2 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 けたの自然数のうち、偶数になる数

2 けたの自然数のうち、奇数になる数

2 けたの自然数のうち、5 の倍数になる数

3 けたの自然数のうち、偶数になる数

3 けたの自然数のうち、奇数になる数

3 けたの自然数のうち、5 の倍数になる数

## 確 認 問 題

- 1** 次の、すべての場合の数を計算で求めなさい
- 大小 2 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 1 個のコインを 2 回投げるときの表裏の出方
  - 大中小 3 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 1 個のコインを 3 回投げるときの表裏の出方
  - 形の異なる 4 個のコインを同時に投げるときの表裏の出方
  - 1 個のコインを 4 回投げるときの表裏の出方
- 2** 次の、すべての場合の数を計算で求めなさい
- A B 2 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 1 個のサイコロを 2 回投げるときの目の出方
  - 大中小の 3 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 1 個のサイコロ 3 回を投げるときの目の出方
  - 色の異なる 4 個のサイコロを投げるときの目の出方
  - 1 個のサイコロを 4 回投げるときの目の出方
- 3** 次の場合の数を計算で求めなさい
- A B C D 4 種の定食と E F G H I 5 種のドリンクから、定食とドリンクを 1 つずつ選んでランチセットをつくる。何通りのセットができますか
- ズボン 6 着と T シャツ 8 枚持っている。全部で何通りの着方がありますか
- A 地から B 地へは 4 本の道があり、B 地から C 地へは 2 本の道がある。A 地から B 地を通して C 地へ行くのに何通りの方法がありますか
- 2, 4 の 2 つの数字を使って 4 けたの整数を作ると、全部で何通りの整数ができますか ( 同じ数を使ってよいとする )
- 2 人でじゃんけんをするとき、全部で何通りの出し方がありますか
- 3 人でじゃんけんをするとき、全部で何通りの出し方がありますか

**4** 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

2 3 4 の 3 枚のカードを並べて 3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードを並べて 4 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードを並べて 5 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードを並べて 6 桁の数を作るときの並べ方

P Q R の 3 人を順に並べる方法は何通りありますか

P Q R S の 4 人で作るリレーチームは何通りできますか

P Q R S T の 5 曲を順に演奏する曲順は何通りありますか

P Q R S T U の 6 人を順に並べる方法は何通りありますか

**5** 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

2 3 4 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の数を作るときの並べ方

**6** 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

0 2 4 の 3 枚のカードを並べて 3 桁の数を作るときの並べ方

0 2 4 6 の 4 枚のカードを並べて 4 桁の数を作るときの並べ方

0 2 4 6 8 の 5 枚のカードを並べて 5 桁の数を作るときの並べ方

0 1 3 5 7 9 の 6 枚のカードを並べて 6 桁の数を作るときの並べ方

**7** 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

2 5 6 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 5 6 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 5 6 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 2 枚を取り、2 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の奇数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の偶数を作るときの並べ方

2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の奇数を作るときの並べ方

**8** 次のすべての場合の数を計算で求めなさい

- 2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、3 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の偶数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の奇数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 の 5 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の偶数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の奇数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 4 枚を取り、4 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の偶数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の奇数を作るときの並べ方
- 2 3 4 5 6 7 の 6 枚のカードから 5 枚を取り、5 桁の 5 の倍数を作るときの並べ方
- 2 けたの自然数のうち、偶数になる数
- 2 けたの自然数のうち、奇数になる数
- 2 けたの自然数のうち、5 の倍数になる数
- 3 けたの自然数のうち、偶数になる数
- 3 けたの自然数のうち、奇数になる数
- 3 けたの自然数のうち、5 の倍数になる数
- 大小 2 個のサイコロを同時に投げるとき、出る目の数が同じになる場合
- 大小 2 個のサイコロを同時に投げるとき、出る目の数が異なる場合

## 和の法則

### 樹形図

例1 次の場合の数を求めなさい

赤玉 1 個と青玉 3 個の計 4 個を  
一列に並べると、色の並び方は何通り

$a a b b$  の 4 文字を一列に並べると、  
文字の並び方は何通り

練習 次の場合の数を求めなさい

赤玉 1 個と青玉 2 個の計 3 個を一列  
に並べると、色の並び方は何通り

赤玉 2 個と青玉 2 個の入った箱から、  
1 個ずつ玉を 3 個取り出して並べると  
き、色の並び方は全部で何通りですか

$a a a b$  の 4 文字から 3 文字を取り、  
それを一列に並べると、文字の並び方  
は何通り

$a a b b b b$  の 5 文字から 3 文字を選んで  
1 列に並べる方法は全部で何通りですか

## 樹形図

例2 次の場合の数を求めなさい

0 2 4 4 の 4 つの数字から、3 けたの  
整数は何個できますか

A B 2 人でゲームをし、先に 3 勝した  
ほうが優勝する。A が優勝する場合は  
何通り

練習 次の場合の数を求めなさい

0 1 1 3 の 4 つの数字から、3 けたの  
整数は何個できますか

0 1 1 3 3 の 5 つの数字から、3 けたの  
整数は何個できますか

A B 2 人でゲームをし、先に 2 勝した  
ほうが優勝する。A が優勝する場合は  
何通り

A B 2 人でゲームをし、先に 3 勝した  
ほうが優勝する。A が優勝する場合は  
何通り

## 和の法則（数え上げ）

例3 次の場合の数を求めなさい

大中小の3個のサイコロを投げる  
とき、目の和が5になる場合

7を3つの自然数の和で表したとき、  
その3つの数字で作られる3けたの  
整数は何個ありますか

練習 次の場合の数を求めなさい

大中小の3個のサイコロを投げる  
とき、目の和が4になる場合

1個のサイコロを3回投げるとき、  
目の和が8になる場合

6を3つの自然数の和で表したとき、  
その3つの数字で作られる3けたの  
整数は何個ありますか

9を3つの自然数の和で表したとき、  
その3つの数字で作られる3けたの  
整数は何個ありますか

## 和の法則（数え上げ）

例4 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを2回投げる時  
目の和が5または3になる場合

大小2つのサイコロを投げる時  
出る目の和が6以下になる場合

練習 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを2回投げる時  
目の和が4または7になる場合

大小2つのサイコロを同時に投げる  
とき、目の和が6または8になる場合

1個のサイコロを2回投げる時  
出る目の和が5以下になる場合

赤白2つのサイコロを投げる時  
出る目の和が7以下になる場合

## 和の法則（数え上げ）

例5 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを2回投げる時、  
目の和が5の倍数になる場合

大中小3つのサイコロを投げる時、  
出る目の和が6以下になる場合

練習 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを2回投げる時、  
目の和が4の倍数になる場合

大小2つのサイコロを同時に投げる  
とき、目の和が6の倍数になる場合

1個のサイコロを3回投げる時  
目の和が5以下になる場合

3つのサイコロABCを投げる時、  
出る目の和が7以下になる場合

## 和の法則（数え上げ）

例6 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを2回投げるとき、  
目の積が9の倍数になる場合

10 から 39 までの整数のうち、各位の  
数の積が 18 の倍数になる場合

練習 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを2回投げるとき、  
目の積が10の倍数になる場合

大小2つのサイコロを同時に投げる  
とき、目の積が12の倍数になる場合

10 から 29 までの整数のうち、各位の  
数の積が6の倍数になる場合

20 から 49 までの整数のうち、各位の  
数の積が8の倍数になる場合

## 和の法則

例7 次の場合の数を求めなさい

1 個のサイコロを 2 回投げるとき、目の和が奇数になる場合と目の和が偶数になる場合をそれぞれ求める

2 けたの自然数のうち、各位の数の和が偶数になる場合と各位の数の和が奇数になる場合をそれぞれ求める

練習 次の場合の数を求めなさい

大小 2 つのサイコロを同時に投げるとき、目の和が偶数になる場合と目の和が奇数になる場合をそれぞれ求める

目の数が 1 から 8 までの正 8 面体のサイコロがある。このサイコロを 2 回投げるとき、目の和が奇数になる場合

2 けたの自然数のうち、各位の数の和が奇数になる場合と各位の数の和が偶数になる場合をそれぞれ求める

20 から 49 までの整数のうち、各位の数の和が偶数になる場合と各位の数の和が奇数になる場合をそれぞれ求める

## 和の法則

例8 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを3回投げるとき、目の和が偶数になる場合と目の和が奇数になる場合をそれぞれ求める

3けたの自然数のうち、各位の数の和が奇数になる場合と各位の数の和が偶数になる場合をそれぞれ求める

練習 次の場合の数を求めなさい

1個のサイコロを3回投げるとき、目の和が奇数になる場合と目の和が偶数になる場合をそれぞれ求める

目の数が1から8までの正8面体のサイコロがある。このサイコロを3回投げるとき、目の和が偶数になる場合

3けたの自然数のうち、各位の数の和が偶数になる場合と各位の数の和が奇数になる場合をそれぞれ求める

200 から 599 までの整数のうち、各位の数の和が奇数になる場合と各位の数の和が偶数になる場合をそれぞれ求める

# 確 認 問 題

## 1 次の場合の数を求めなさい

赤玉 2 個と青玉 2 個の計 4 個を一列に並べると、色の並び方は何通りですか

赤玉 2 個と青玉 3 個の入った箱から、1 個ずつ玉を 3 個取り出して並べるとき、色の並び方は全部で何通りですか

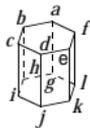
$abbc$  の 4 文字から 3 文字を取り、それを一列に並べると、文字の並び方は何通りですか

0 0 1 1 3 の 5 つの数字から、3 けたの整数は何個できますか

## 2 次の場合の数を求めなさい

A B 2 人でゲームをし、先に 2 勝したほうが優勝する。A が優勝する場合は何通りですか

図の正六角柱で、 $a$  から  $j$  まで辺上を移動するときの最短経路は何通りですか



A B C の 3 人がプレゼントを 1 個ずつ持ち寄り、3 人で分けるとき、自分のプレゼントを取らない場合は何通りですか

A B C D の 4 人がプレゼントを 1 個ずつ持ち寄り、4 人で分けるとき、自分のプレゼントを取らない場合は何通りですか

**3** 次の場合の数を求めなさい

大中小の 3 個のサイコロを投げる  
とき、目の和が 6 になる場合

1 個のサイコロを 3 回投げる時  
目の和が 7 になる場合

5 を 3 つの自然数の和で表したとき、  
その 3 つの数字で作られる 3 けたの  
整数は何個ありますか

8 を 3 つの自然数の和で表したとき、  
その 3 つの数字で作られる 3 けたの  
整数は何個ありますか

**4** 次の場合の数を求めなさい

1 個のサイコロを 2 回投げる時  
目の和が 3 または 6 になる場合

大小 2 つのサイコロを同時に投げる  
とき、目の和が 5 または 7 になる場合

1 個のサイコロを 2 回投げる時  
出る目の和が 3 以下になる場合

赤白 2 つのサイコロを投げる時、  
出る目の和が 4 以下になる場合

**5** 次の場合の数を求めなさい

1 個のサイコロを 2 回投げるとき、  
目の和が 3 の倍数になる場合

大小 2 つのサイコロを同時に投げる  
とき、目の和が 6 の約数になる場合

1 個のサイコロを 3 回投げるとき  
目の和が 4 以下になる場合

3 つのサイコロ A B C を投げるとき、  
出る目の和が 8 以上 9 以下になる場合

**6** 次の場合の数を求めなさい

1 個のサイコロを 2 回投げるとき、  
目の積が 8 の倍数になる場合

大小 2 つのサイコロを同時に投げる  
とき、目の積が 5 の倍数になる場合

10 から 29 までの整数のうち、各位の  
数の積が 9 の倍数になる場合

20 から 49 までの整数のうち、各位の  
数の積が 10 の倍数になる場合

## 積の法則

### 積の法則

例1 次の場合の数を求めなさい

男子 2 名、女子 3 名の中から男女  
1 名ずつ計 2 名を選ぶとき、選び方  
は何通りありますか

A B 2 つのサイコロを投げるとき、  
A の目が 4 以下、B の目が奇数である  
出方は何通りありますか

練習 次の場合の数を求めなさい

7 種類の和菓子と 3 種類の飲み物から  
それぞれ 1 種類をずつ選ぶとき、その  
選び方は何通りありますか

A B 2 つのサイコロを投げるとき、  
A の目が偶数、B の目が 4 以上である  
出方は何通りありますか

例2 次の場合の数を求めなさい

P から Q へ 2 本の道、Q から R へは  
3 本の道がある。P から Q を通って  
R に行く方法

図の直方体で、A から B まで辺上を移動  
するときの最短経路は何通りですか

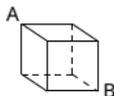


練習 次の場合の数を求めなさい

A から B へ 4 本の道、B から C へは  
5 本の道がある。A から B を通って  
C に行く方法

A から B へ 3 本の道、B から C へは  
4 本の道がある。A から B を通って  
C に行き、B を通って A へ帰る経路は  
何通りですか。ただし、同じ道は通ら  
ないとして

図の立方体で、A から B まで辺上を移動  
するときの最短経路は何通りですか



## 積の法則

例3 次の場合の数を求めなさい

$(a+b)(c+d+e)$  を展開すると、  
項は何個ですか

大小2個のサイコロを投げるとき、  
目の積が奇数になる場合と目の積が偶数  
になる場合をそれぞれ求めなさい

練習 次の場合の数を求めなさい

$(a+b)(c+d)(p+q+r)$  を展開すると  
項は何個ですか

$(a+b)(c+d+e)(p+q+r+s)$  を展開  
すると、項は何個ですか

1個のサイコロを2回投げるとき、  
目の積が奇数になる場合と目の積が偶数  
になる場合をそれぞれ求めなさい

2けたの自然数のうち、各位の数の積  
が奇数になる数と各位の数の積が偶数  
になる数はそれぞれ何個ですか

例4 次の場合の数を求めなさい

大中小3個のサイコロを投げるとき  
3つの目の積が奇数になる場合と  
目の積が偶数になる場合

1個のサイコロを3回投げるとき  
目の積が5の倍数にならない場合

練習 次の場合の数を求めなさい

3けたの自然数のうち、各位の数の積  
が奇数になる数と各位の数の積が偶数に  
なる数はそれぞれ何個ですか

3けたの自然数のうち、各位の数の積  
が7の倍数にならない場合

## 積の法則

例5 1 から 7 までの整数から異なる 2 個の数を取り、2 けたの整数を作る。次の場合の数を求めなさい

2 けたの偶数になる場合	各位の数の和が奇数になる 2 けたの偶数の場合
--------------	-------------------------

練習1 1 から 8 までの整数から異なる 2 個の数を取り、2 けたの整数を作る。次の場合の数を求めなさい

2 けたの奇数になる場合	各位の数の和が偶数になる 2 けたの奇数の場合
--------------	-------------------------

練習2 1 から 9 までの整数から異なる 2 個の数を取り、2 けたの整数を作る。次の場合の数を求めなさい

2 けたの偶数になる場合	各位の数の和が偶数になる 2 けたの偶数の場合
--------------	-------------------------

例6 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 3 4 の 5 個の数から、異なる 3 個の数を並べて 3 けたの数を作るとき、200 以上の整数は何個ですか	1 2 3 4 5 の 5 個の数から、異なる 3 個の数を並べて 3 けたの数を作るとき、5 の倍数は何個ですか
---	---

練習 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 3 の 4 個の数から、異なる 3 個の数を並べて 3 けたの数を作るとき、100 以上の整数は何個ですか	1 2 3 4 5 6 の 6 個の数から、異なる 3 個の数を並べて 3 けたの数を作るとき、5 の倍数は何個ですか
---	---

## 約数

例7 次の数の正の約数を求めなさい

16

36

60

練習 次の数の正の約数を求めなさい

40

90

例8 次の数の正の約数を素因数分解を利用して求めなさい

16

36

60

練習 次の数の正の約数を素因数分解を利用して求めなさい

40

90

70

54

42

81

72

84

66

50

## 約数

例9 次の数の正の約数の個数を求めなさい

16

36

60

練習 次の数の正の約数の個数を求めなさい

120

144

90

360

196

784

225

108

441

324

576

256

484

180

625

648

729

900

## 和の法則と積の法則

例10 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 3 の4個の数から、異なる  
2個の数を並べて2けたの数を作る  
とき、偶数は何個できますか

0 1 2 3 5 の5個の数から、異なる  
3個の数を並べて3けたの数を作る  
とき、5の倍数は何個できますか

練習 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 3 4 の5個の数から、異なる  
2個の数を並べて2けたの整数を作る  
とき、偶数は何個できますか

0 1 2 3 4 5 の6個の数から、異なる  
2個の数を並べて2けたの整数を作る  
とき、偶数は何個できますか

0 1 3 5 の4個の数から、異なる  
3個の数を並べて3けたの数を作る  
とき、5の倍数は何個できますか

0 1 2 3 4 5 の6個の数から、異なる  
3個の数を並べて3けたの数を作る  
とき、5の倍数は何個できますか

## 和の法則と積の法則

例11 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 3 4 の 5 個の数から、異なる  
3 個の数を並べて 3 けたの数を作る  
とき、偶数は何個できますか

男 5 人、女 4 人の中から店長、主任、  
会計を 1 名ずつ選ぶ。店長に男子が  
選ばれたときは、主任を女子とする。  
全部で何通りの選び方がありますか

練習 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 4 の 4 個の数から、異なる  
3 個の数を並べて 3 けたの数を作る  
とき、偶数は何個できますか

0 1 2 3 4 5 の 6 個の数から、異なる  
3 個の数を並べて 3 けたの数を作る  
とき、偶数は何個できますか

男 6 人、女 5 人の中から店長、主任、  
会計を 1 名ずつ選ぶ。店長に女子が  
選ばれたときは、主任を男子とする。  
全部で何通りの選び方がありますか

男 4 人、女 3 人の中から会長、副会長、  
会計を 1 名ずつ選ぶ。会長に男子が  
選ばれたときは、副会長を女子とする。  
全部で何通りの選び方がありますか

# 確 認 問 題

## 1 次の場合の数を求めなさい

5種類のケーキと4種類の飲み物からそれぞれ1種類をずつ選ぶとき、その選び方は何通りありますか

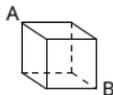
A B 2つのサイコロを投げるとき、Aの目が素数、Bの目が3以下である出方は何通りありますか

## 2 次の場合の数を求めなさい

AからBへ3本の道、BからCへは4本の道がある。AからBを通過してCに行く方法

AからBへ5本の道、BからCへは3本の道がある。AからBを通過してCに行き、Bを通過してAへ帰る経路は何通りですか。ただし、同じ道は通らないとします

図の立方体で、AからBまで辺上を移動するときの最短経路は何通りですか



## 3 次の場合の数を求めなさい

$(a+b+c)(p+q+r)$  を展開すると項は何個ですか

$(a+b)(c+d)(p+q)$  を展開すると、項は何個ですか

1個のサイコロを2回投げるとき、目の積が奇数になる場合と目の積が偶数になる場合をそれぞれ求めなさい

2けたの自然数のうち、各位の数の積が奇数になる数と各位の数の積が偶数になる数はそれぞれ何個ですか

## 4 次の場合の数を求めなさい

3けたの自然数のうち、各位の数の積が奇数になる数と各位の数の積が偶数になる数はそれぞれ何個ですか

3けたの自然数のうち、各位の数の積が3の倍数にならない場合

- 5 1 から 6 までの整数から異なる 2 個の数を取り、2 けたの整数を作る。次の場合の数を求めなさい

2 けたの奇数になる場合

各位の数の和が偶数になる 2 けたの  
奇数の場合

- 6 1 から 5 までの整数から異なる 2 個の数を取り、2 けたの整数を作る。次の場合の数を求めなさい

2 けたの偶数になる場合

各位の数の和が偶数になる 2 けたの  
偶数の場合

- 7 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 3 4 5 の 6 個の数から、異なる  
3 個の数を並べて 3 けたの数を作る  
とき、200 以上の整数は何個ですか

1 2 3 5 の 4 個の数から、異なる 3 個  
の数を並べて 3 けたの数を作るとき、  
5 の倍数は何個ですか

- 8 次の数の正の約数を素因数分解を利用して求めなさい

24

36

64

48

50

60

**9** 次の数の正の約数の個数を求めなさい

51

30

54

120

90

180

144

360

160

288

196

225

**10** 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 4 の 4 個の数から、異なる  
2 個の数を並べて 2 けたの整数を作る  
とき、偶数は何個できますか

0 1 2 3 4 5 6 の 7 個の数から、異なる  
3 個の数を並べて 3 けたの数を作る  
とき、5 の倍数は何個できますか

0 1 2 3 の 4 個の数から、異なる  
3 個の数を並べて 3 けたの数を作る  
とき、偶数は何個できますか

男 5 人、女 3 人の中から店長、主任、  
会計を 1 名ずつ選ぶ。店長に女子が  
選ばれたときは、主任を男子とする。  
全部で何通りの選び方がありますか

## 順列

### 階乗

例1 次の場合の数を求めなさい

1 から 4 までの自然数すべてを 1 列に並べると、並べ方は何通りですか

A B C D E F の 6 文字すべてを 1 列に並べると、並べ方は何通りですか

練習1 次の場合の数を求めなさい

1 から 5 までの自然数すべてを 1 列に並べると、並べ方は何通りですか

A B C D E F G の 7 冊の本すべてを 1 列に並べる方法は何通りですか

練習2 次の値を求めなさい

3!

5!

2!

4!

1!

0!

$nPr$  P = permutation

例2 次の場合の数を求めなさい

4 個の数字 1 2 3 4 から、異なる 3 個の数字を取り、3 けたの整数を作ると、全部で何個できますか

1 から 5 までの自然数から異なる 4 個の数字を取り、4 けたの整数を作ると何通りできますか

練習1 次の場合の数を求めなさい

4 枚のカード 2 3 4 5 から 2 枚取り、1 列に並べるときの並べ方の総数

5 人の社員から朝、昼、夜の配達係を 1 人ずつ選ぶと何通りできますか

練習2 次の場合の数を計算で求めなさい

1 2 3 4 5 の 5 枚のカードから 2 枚を取り、1 列に並べるときの並べ方

1 2 3 4 5 6 の 6 枚のカードから 3 枚を取り、1 列に並べるときの並べ方

A B C D の 4 人の選手から走る順番を考えて 2 人のランナーを選ぶ方法

A B C D E の 5 人の選手から走る順番を考えて 4 人のランナーを選ぶ方法

5 個の数字 1 2 3 4 5 の中から、異なる 2 個の数字で 2 けたの整数を作るときの個数

6 個の数字 1 2 3 4 5 6 の中から、異なる 3 個の数字で作った 3 けたの整数の数

a b c d の 4 文字から 2 文字を取り出し、1 列に並べるときの並べ方

a b c d e の 5 文字から 4 文字を取り出し、1 列に並べるときの並べ方

5 人の委員会で、議長、書記をそれぞれ 1 人ずつ選ぶ方法

6 人の委員会で、議長、書記、会計をそれぞれ 1 人ずつ選ぶ方法

4 人の子供から 2 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

5 人の子供から 4 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

A B の 2 つの壁を違う色で塗り分ける。5 種類の色があるときの塗り方

6 種類の色があるとき、A B C の 3 つの壁をすべて違う色で塗り分ける方法

A B の 2 人が、1 列に並んだ 4 個のイスに座る方法

練習3 次の場合の数を計算で求めなさい

1 2 3 4 の 4 枚のカードから 3 枚を取り、1 列に並べるときの並べ方

1 2 3 4 5 6 7 の 7 枚のカードから 4 枚を取り、1 列に並べるときの並べ方

A B C D E の 5 人の選手から走る順番を考えて 3 人のランナーを選ぶ方法

A B C D E F の 6 人の選手から走る順番を考えて 4 人のランナーを選ぶ方法

4 個の数字 1 2 3 4 の中から、異なる 3 個の数字で 3 けたの整数を作るときの個数

7 個の数字 1 2 3 4 5 6 7 のから、異なる 4 個の数字で作る 4 けたの整数の数

a b c d e の 5 文字から 3 文字を取り出し、1 列に並べるときの並べ方

a b c d e f の 6 文字から 4 文字を取り出し、1 列に並べるときの並べ方

4 人の委員会で、議長、書記、会計をそれぞれ 1 人ずつ選ぶ方法

7 人の委員会で、議長、副議長、書記、会計をそれぞれ 1 人ずつ選ぶ方法

5 人の子供から 3 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

6 人の子供から 4 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

A B C の 3 つの壁をすべて違う色で塗り分ける。3 種類の色があるときの塗り方

7 種類の色があるとき、A B C D の 4 つの壁をすべて違う色で塗り分ける方法

A B C の 3 人が、1 列に並んだ 5 個のイスに座る方法

## 練習4 次の値を求めなさい

${}_5P_3$

${}_7P_5$

${}_4P_4$

${}_6P_2$

${}_8P_3$

${}_6P_6$

## 条件付き順列

例3 次の場合の数を求めなさい

0 1 2 3 4 の 5 個の数のうち、異なる 4 個の数で作る 4 けたの整数は何個ですか

1 2 3 4 5 6 の数字を 1 個ずつ使って 3 けたの数を作ると、次の数は何個ですか  
(1) 400 より大きい数 (2) 奇数

(3) 偶数 (4) 5 の倍数

練習1 0 1 2 3 の 4 個の数のうち、異なる 3 個の数で作る 3 けたの整数は何個ですか

練習2 3 4 5 6 7 の数字を 1 個ずつ使って 3 けたの数を作ると、次の数は何個ですか  
400 より大きい数 奇数

偶数

5 の倍数

## 条件付き順列

例4 0 1 2 5 6 の数字を 1 個ずつ使って 3 けたの数を作ると、次の数は何個ですか  
すべての数 奇数

偶数 5 の倍数

練習1 0 1 3 5 6 の数字を 1 個ずつ使って 3 けたの数を作ると、次の数は何個ですか  
すべての数 奇数

偶数

5 の倍数

練習2 0 1 2 3 5 6 の数字を 1 個ずつ使って 3 けたの数を作ると、次の数は何個ですか  
すべての数 奇数

偶数

5 の倍数

練習3 0 1 2 3 4 5 6 の数字を 1 個ずつ使って 4 けたの数を作ると、次の数は何個ですか  
4000 より大きい数 奇数

偶数

5 の倍数

練習4 0 1 2 3 5 6 7 の数字を 1 個ずつ使って 4 けたの数を作ると、次の数は何個ですか  
2000 より大きい数 奇数

偶数

5 の倍数

## 条件付き順列

例5 男子 2 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子が 2 人が隣り合う                      女子 3 人が隣り合う

練習1 男子 2 人、女子 4 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子が 2 人が隣り合う                      女子 4 人が隣り合う

練習2 男子 3 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子が 3 人が隣り合う                      女子 3 人が隣り合う

練習3 男子 3 人、女子 4 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子が 3 人が隣り合う                      女子 4 人が隣り合う

練習4 男子 3 人、女子 2 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子が 3 人が隣り合う                      女子 2 人が隣り合う

練習5 男子 5 人、女子 2 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子が 5 人が隣り合う                      女子 2 人が隣り合う



## 条件付き順列

例7 男子 2 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男女が交互に並ぶ 少なくとも一端には男子がくる

練習1 男子 3 人、女子 4 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男女が交互に並ぶ 少なくとも一端には男子がくる

練習2 男子 2 人、女子 1 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男女が交互に並ぶ 少なくとも一端には女子がくる

練習3 男子 3 人、女子 2 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男女が交互に並ぶ 少なくとも一端には男子がくる

練習4 男子 2 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子 2 人が隣り合わない 少なくとも一端には女子がくる

## 確認問題

## 1 次の場合の数を求めなさい

1 から 3 までの自然数すべてを 1 列に並べると、並べ方は何通りですか

A B C D E の 5 冊の本すべてを 1 列に並べる方法は何通りですか

1 から 6 までの自然数すべてを 1 列に並べると、並べ方は何通りですか

A B C D の 4 文字すべてを 1 列に並べると、並べ方は何通りですか

## 2 次の場合の数を計算で求めなさい

1 2 3 の 3 枚のカードから 2 枚を取り、1 列に並べるときの並べ方

A B C D E の 5 人の選手から走る順番を考えて 2 人のランナーを選ぶ方法

4 個の数字 1 2 3 4 の中から、異なる 2 個の数字で 2 けたの整数を作るときの個数

a b c d e f の 6 文字から 2 文字を取り出し、1 列に並べるときの並べ方

3 人の委員会で、議長、書記をそれぞれ 1 人ずつ選ぶ方法

5 人の委員会で、議長、書記、会計をそれぞれ 1 人ずつ選ぶ方法

3 人の子供から 2 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

6 人の子供から 4 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

A B の 2 つの壁を違う色で塗り分ける。4 種類の色があるときの塗り方

5 種類の色があるとき、A B C の 3 つの壁をすべて違う色で塗り分ける方法

A B の 2 人が、1 列に並んだ 6 個のイスに座る方法



- 9 男子 2 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
両端が男子 両端が女子
- 10 男子 2 人、女子 4 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
両端が男子 両端が女子
- 11 男子 4 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男女が交互に並ぶ 少なくとも一端には男子がくる
- 12 男子 3 人、女子 2 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男女が交互に並ぶ 少なくとも一端には女子がくる
- 13 男子 3 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、次のような並び方は何通りですか  
男子 3 人が隣り合わない 少なくとも一端には女子がくる

## 円順列・重複順列

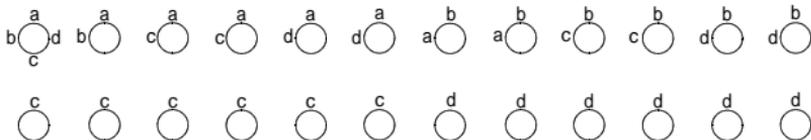
円順列 (回して同じになれば 1 通りと考える)

例1 次の場合の数を求めなさい

a b c の 3 人がまるいテーブルの周りに座ると、何通りの座り方がありますか



a b c d の 4 人が円形のテーブルの周りに座ると、何通りの座り方がありますか



練習 次の場合の数を求めなさい

a b c d e f の 6 人がまるいテーブルの周りに座ると、何通りの座り方になりますか

色の異なる 5 個の玉を円形に並べる方法は何通りですか

A B C の 3 人が手をつないで輪をつくると、何通りの輪ができますか

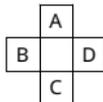
異なる色の 8 個の球を円形に並べる方法は、何通りありますか

4 人を輪の形に並べる方法は、何通りありますか

異なる 7 個の玉を円形に並べる方法は何通りありますか

図の A B C D を、異なる 4 色で塗り分ける方法は何通りですか

A B C D は合同な正方形





## 条件付き円順列

例3 次の場合の数を求めなさい

男子3人と女子3人が輪の形に並ぶとき、男女が交互に並ぶ場合は何通りですか

図のABCDEを、異なる5色で塗り分ける方法は何通りですか

ABCDEは合同な正方形



練習1 次の場合の数を求めなさい

男子2人と女子2人が輪の形に並ぶとき、男女が交互に並ぶ場合は何通りですか

図のABCDを、異なる4色で塗り分ける方法は何通りですか

ABCDは合同な正三角形



練習2 次の場合の数を求めなさい

男子4人と女子4人が輪の形に並ぶとき、男女が交互に並ぶ場合は何通りですか

図のABCDEFを、異なる6色で塗り分ける方法は何通りですか

ABCDEFは合同な正五角形



## 重複順列

例4 3個の数字123を重複を許して並べ4けたの数をつくると、何通りですか

練習1 2個の数字12を重複を許して並べ3けたの数をつくると、何通りですか

練習2 4種類の数字1234をくり返し使ってできる2けたの整数は何個ですか

練習3 2種類の数字12をくり返し使ってできる4けたの整数は何個ですか

練習4 3種類の数字123を重複を許して並べた5けたの整数は、何個できますか

練習5 文字abcdeを、くり返し使ってできる次の文字列は、何通りになりますか  
3個の文字列 4個の文字列

## 重複順列

例5 次の場合の数を求めなさい

3人がA B 2つの風呂に分かれて  
入る方法は何通りですか。風呂は  
0人でもよい

3人のうち数人が風呂に入る方法は  
何通りですか。風呂に入る人が0人でも  
よいとする

4人がA B C 3つの風呂に分かれて入る方法は何通りですか。風呂は0人でもよい

練習1 次の場合の数を求めなさい

4人がA B 2部屋に分かれて入る方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

5人をA B 2部屋に分けて入れる方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

色の異なる6つの玉をA B 2つの箱に入れる方法。箱の玉は0個でもよい

6冊の異なる本をA B 2人に分ける方法は何通りですか。本は0冊でもよい

種類の異なる7個の果物をA B 2人に分け与える方法。果物は0個でもよい

練習2 次の場合の数を求めなさい

4人のうち数人が風呂に入る方法は何通りですか。風呂に入る人は0人でもよい

5人のうち数人が風呂に入る方法は何通りですか。風呂に入る人は0人でもよい

色の異なる3つの玉から数個を取る方法は何通りですか。取る球は0個でもよい

6冊の異なる本から数冊を選ぶ方法は何通りですか。選ぶ本は0冊でもよい

異なる7個の果物から数個取るときの方法は何通りですか。取る果物は0個でもよい

## 練習3 次の場合の数を求めなさい

4人がA B C 3部屋に分かれて入る方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

5人をA B C 3部屋に分けて入れる方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

色の異なる3つの玉をA B C 3つの箱に入れる方法。箱の玉は0個でもよい

6冊の異なる本をA B C 3人に分ける方法は何通りですか。本は0冊でもよい

種類の異なる7個の果物をA B C 3人に与える方法。果物は0個でもよい

## 練習4 次の場合の数を求めなさい

4人がA B 2部屋に分かれて入る方法は何通り。どちらの部屋も1人以上とする

色の異なる6つの玉をA B 2つの箱に入れる方法は何通り。どちらの箱も1個以上

5人のうち数人が風呂に入る方法は何通りですか。風呂に入る人は1人以上とする

6冊の異なる本から数冊を選ぶ方法は何通りですか。選ぶ本は1冊以上とする

4人がA B C 3部屋に分かれて入る方法は何通りですか。1部屋に4人全員入ることはないとする

種類の異なる7個の果物をA B C 3人に与える方法は何通りですか。1人が7個全部をもらうことはないとする

## 練習5 次の場合の数を求めなさい

3個の異なる硬貨を同時に投げるとき、表裏の出方は何通りですか

1個のサイコロを2回投げるとき、目の出方は何通りですか

A B C Dの4人がじゃんけんをするとき、4人の手の出し方は何通りですか

## 重複順列

例6 5個の数字1 2 4 5 7を使って作る3けたの整数のうち、次の数は何個ですか。  
 ただし同じ数をくり返してもよい  
 すべての並べ方 300 より大きい数

偶数 各位の数の積が奇数

練習1 1 2 5の3個の数字を使って作る4けたの整数のうち、次の数は何個ですか。  
 ただし同じ数をくり返してもよい  
 すべての並べ方 3000 より大きい数

偶数 各位の数の積が奇数

練習2 0 1 3 4の4個の数字を使って作る3けたの整数のうち、次の数は何個ですか。  
 ただし同じ数をくり返してもよい  
 すべての並べ方 200 より大きい数

偶数 各位の数の積が奇数

練習3 0 1 2 3 4の5個の数字を使って作る2けたの整数のうち、次の数は何個ですか。  
 ただし同じ数をくり返してもよい  
 すべての並べ方 5の倍数

偶数 各位の数の積が奇数

練習4 0 1 2 3 4 6の6個の数字を使って作る4けたの整数のうち、次の数は何個  
 ですか。ただし同じ数をくり返してもよい  
 すべての並べ方 5の倍数

偶数 各位の数の積が奇数



- 6 先生 3 人と生徒 2 人が円形に並ぶと、次の並び方は何通りありますか  
先生 3 人が隣り合う 先生 3 人が隣り合わない

- 7 大人 3 人と子供 3 人がまわりテーブルに座ると、次の座り方は何通りありますか  
大人 3 人が隣り合う 大人 3 人が隣り合わない

- 8 次の場合の数を求めなさい  
男子 3 人と女子 3 人が輪の形に並ぶとき、男女が交互に並ぶ場合は何通りですか

図の A B C D を、異なる 4 色で塗り分ける方法は何通りですか

A B C D は合同な正三角形



- 9 次の場合の数を求めなさい  
男子 5 人と女子 5 人が輪の形に並ぶとき、男女が交互に並ぶ場合は何通りですか

図の A B C D E を、異なる 5 色で塗り分ける方法は何通りですか

A B C D E は合同な正方形



- 10 次の場合の数を求めなさい  
2 個の数字 1 2 を重複を許して並べ 4 けたの数をつくると、何通りですか

4 種類の数字 1 2 3 4 をくり返し使ってできる 3 けたの整数は何個ですか

2 種類の数字 1 2 をくり返し使ってできる 2 けたの整数は何個ですか

3 種類の数字 1 2 3 を重複を許して並べた 3 けたの整数は、何個できますか

- 11 文字 a b c d を、くり返し使ってできる次の文字列は、何通りになりますか  
2 個の文字列 3 個の文字列

**12** 次の場合の数を求めなさい

5人がA B 2部屋に分かれて入る方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

3人をA B 2部屋に分けて入れる方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

色の異なる5つの玉をA B 2つの箱に入れる方法。箱の玉は0個でもよい

4冊の異なる本をA B 2人に分ける方法は何通りですか。本は0冊でもよい

種類の異なる3個の果物をA B 2人に分け与える方法。果物は0個でもよい

**13** 次の場合の数を求めなさい

5人のうち数人が風呂に入る方法は何通りですか。風呂に入る人は0人でもよい

3人のうち数人が風呂に入る方法は何通りですか。風呂に入る人は0人でもよい

色の異なる6つの玉から数個を取る方法は何通りですか。取る球は0個でもよい

4冊の異なる本から数冊を選ぶ方法は何通りですか。選ぶ本は0冊でもよい

**14** 次の場合の数を求めなさい

3人がA B C 3部屋に分かれて入る方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

6人をA B C 3部屋に分けて入れる方法は何通りですか。部屋は0人でもよい

色の異なる4つの玉をA B C 3つの箱に入れる方法。箱の玉は0個でもよい

5冊の異なる本をA B C 3人に分ける方法は何通りですか。本は0冊でもよい

種類の異なる4個の果物をA B C 3人に与える方法。果物は0個でもよい

**15** 次の場合の数を求めなさい

5人がA B 2部屋に分かれて入る方法は何通り。どちらの部屋も1人以上とする

色の異なる3つの玉をA B 2つの箱に入れる方法は何通り。どちらの箱も1個以上

4人のうち数人が風呂に入る方法は何通りですか。風呂に入る人は1人以上とする

6人がA B C 3部屋に分かれて入る方法は何通りですか。1部屋に6人全員入ることはないとする

種類の異なる5個の果物をA B C 3人に与える方法は何通りですか。1人が5個全部をもらうことはないとする

**16** 次の場合の数を求めなさい

4個の異なる硬貨を同時に投げるとき、表裏の出方は何通りですか

1個のサイコロを3回投げるとき、目の出方は何通りですか

A B の2人がじゃんけんをするとき、2人の手の出し方は何通りですか

**17** 1 2 4 5 の4個の数字を使って作る3けたの整数のうち、次の数は何個ですか。

ただし同じ数をくり返してもよい

すべての並べ方

300 より大きい数

偶数

各位の数の積が奇数

**18** 0 1 2 4 5 の5個の数字を使って作る3けたの整数のうち、次の数は何個ですか。

ただし同じ数をくり返してもよい

すべての並べ方

300 より大きい数

偶数

各位の数の積が奇数

## 組合せ

組合せ（順番を無視して取り出す方法）  ${}_nC_r$   $C = \text{combination}$

例1 3個の数 1 2 3 から3個取って並べる順列は何通りですか。また、3個取り出すときの組合せは何通りですか

練習 次の場合の数を求めなさい

2個の数 1 2 から2個取って並べる順列は何通りですか。また、2個取り出すときの組合せは何通りですか

4個の数 1 2 3 4 から4個取って並べる順列は何通りですか。また、4個取り出すときの組合せは何通りですか

例2 3個の数 1 2 3 から2個取って並べる順列は何通りですか。また、2個取り出すときの組合せは何通りですか

練習 4個の数 1 2 3 4 から2個取って並べる順列は何通りですか。また、2個取り出すときの組合せは何通りですか

例3 4個の数 1 2 3 4 から3個取って並べる順列は何通りですか。また、3個取り出すときの組合せは何通りですか

練習 5個の数 1 2 3 4 5 から3個取って並べる順列は何通りですか。また、3個取り出すときの組合せは何通りですか

## 組合せ

例4 7人から4人を選ぶ方法は何通りですか

練習 次の場合の数を求めなさい

3個の玉 a b c から2個の玉を選ぶ方法は何通りですか

4個の玉 a b c d から2個の玉を選ぶ組合せは何通りですか

4個の玉 a b c d から3個の玉を選ぶ方法は何通りですか

5人から2人を選ぶ組合せは何通りですか

5人から3人を選ぶ方法は何通りですか

5人の中から4人の委員を選ぶ組合せは何通りですか

6色から2色を選ぶ方法は何通りですか

6色から3色を選ぶ組合せは何通りですか

6色から4色を選ぶ方法は何通りですか

異なる6個のケーキから5個を選ぶときの組合せは何通りですか

異なる7個のパンから2個を選ぶとき、その選び方は何通りですか

異なる7個の和菓子から3個を選ぶときの組合せは何通りですか

異なる7冊の本から5冊を選ぶときの選び方は何通りですか

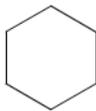
## 組合せ

例5 正六角形で次の場合の数を求めなさい

3個の頂点を結んでできる三角形  
の個数

4個の頂点を結んでできる四角形  
の個数

対角線の本数

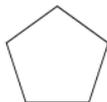


練習1 正五角形で次の場合の数を求めなさい

3個の頂点を結んでできる三角形  
の個数

4個の頂点を結んでできる四角形  
の個数

対角線の本数



練習2 正七角形で次の場合の数を求めなさい

3個の頂点を結んでできる三角形  
の個数

4個の頂点を結んでできる四角形  
の個数

対角線の本数



練習3 正八角形で次の場合の数を求めなさい

3個の頂点を結んでできる三角形  
の個数

4個の頂点を結んでできる四角形  
の個数

対角線の本数



## 組合せ

例6 男子 4 人、女子 3 人の中から男女それぞれ 2 人ずつを選ぶ方法は何通りですか

練習 次の場合の数を求めなさい

男子 5 人、女子 3 人の中から男女それぞれ 2 人ずつを選ぶ方法は何通りですか

男子 5 人、女子 4 人の中から男子 3 人、女子 2 人を選ぶ方法は何通りですか

異なる赤玉 6 個と白玉 3 個の中から赤玉 4 個、白玉 2 人を選ぶ方法は何通りですか

異なる赤玉 6 個と白玉 4 個の中から赤白それぞれ 3 個ずつを選ぶ方法は何通りですか

異なる偶数 6 個と奇数 5 個の中から偶数 4 個、奇数 3 個を選ぶ方法は何通りですか

異なる偶数 7 個と奇数 3 個の中から偶数 5 個、奇数 2 個を選ぶ方法は何通りですか

異なるネクタイ 7 本とベルト 4 本の中からネクタイ 5 本、ベルト 3 本を選ぶ方法は何通りですか

異なるネクタイ 7 本とベルト 5 本の中から、それぞれ 4 本ずつ選ぶ方法は何通りですか

異なるあめ 7 個とガム 6 個の中からあめ 5 個、ガム 4 個を選ぶ方法は何通りですか

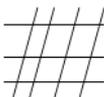
異なるあめ 8 個とガム 3 個の中からあめ 6 個、ガム 2 個を選ぶ方法は何通りですか

異なる本 8 冊とノート 4 冊の中から本 6 冊、ノート 3 冊を選ぶ方法は何通りですか

異なる本 8 冊とノート 6 冊の中から、それぞれ 5 冊ずつ選ぶ方法は何通りですか

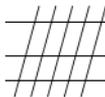
## 組合せ

例7 図のように4本の平行線と3本の平行線が交わっている。図の中の平行四辺形は何個ありますか

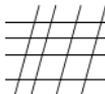


練習1 次の場合の数を求めなさい

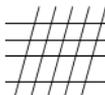
図のように5本の平行線と3本の平行線が交わっている。  
図の中の平行四辺形は何個ありますか



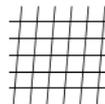
図のように4本の平行線と4本の平行線が交わっている。  
図の中の平行四辺形は何個ありますか



図のように4本の平行線と5本の平行線が交わっている。  
図の中の平行四辺形は何個ありますか



図のように5本の平行線と6本の平行線が交わっている。  
図の中の平行四辺形は何個ありますか



練習2 図で  $m//n$ 、 $m$  上に3点、 $n$  上に4点がある。

$m$  上の1点、 $n$  上の2点を結んでできる三角形の個数を求めなさい



$m$  上の2点、 $n$  上の2点を結んでできる四角形の個数を求めなさい



練習3 図で  $m//n$ 、 $m$  上に3点、 $n$  上に5点がある。

$m$  上の1点、 $n$  上の2点を結んでできる三角形の個数を求めなさい



$m$  上の2点、 $n$  上の2点を結んでできる四角形の個数を求めなさい



練習4 図で  $m//n$ 、 $m$  上に4点、 $n$  上に6点がある。

$m$  上の1点、 $n$  上の2点を結んでできる三角形の個数を求めなさい



$m$  上の2点、 $n$  上の2点を結んでできる四角形の個数を求めなさい





# 確 認 問 題

## 1 次の場合の数を求めなさい

3 個の数 1 2 3 から 3 個取って並べる順列は何通りですか。また、3 個取り出すときの組合せは何通りですか

4 個の数 1 2 3 4 から 3 個取って並べる順列は何通りですか。また、3 個取り出すときの組合せは何通りですか

## 2 次の場合の数を求めなさい

5 個の玉 a b c d e から 2 個の玉を選ぶ方法は何通りですか

4 個の玉 a b c d から 3 個の玉を選ぶ組合せは何通りですか

3 人から 2 人を選ぶ組合せは何通りですか

4 人から 2 人を選ぶ方法は何通りですか

5 色から 3 色を選ぶ方法は何通りですか

3 色から 2 色を選ぶ組合せは何通りですか

異なる 6 個のパンから 4 個を選ぶとき、その選び方は何通りですか

## 3 正六角形で次の場合の数を求めなさい

3 個の頂点を結んでできる三角形  
の個数

4 個の頂点を結んでできる四角形  
の個数

対角線の本数



## 4 次の場合の数を求めなさい

男子 3 人、女子 4 人の中から男女それぞれ 3 人ずつを選ぶ方法は何通りですか

男子 6 人、女子 3 人の中から男子 4 人、女子 3 人を選ぶ方法は何通りですか

異なる赤玉 3 個と白玉 5 個の中から赤玉 2 個、白玉 4 個を選ぶ方法は何通りですか

異なる赤玉 4 個と白玉 6 個の中から赤白それぞれ 2 個ずつを選ぶ方法は何通りですか

異なる偶数 4 個と奇数 5 個の中から偶数 3 個、奇数 4 個を選ぶ方法は何通りですか

異なる偶数 5 個と奇数 6 個の中から偶数 2 個、奇数 3 個を選ぶ方法は何通りですか

異なるネクタイ 3 本とベルト 5 本の中からネクタイ 2 本、ベルト 4 本を選ぶ方法は何通りですか

異なるあめ 5 個とガム 4 個の中からあめ 2 個、ガム 2 個を選ぶ方法は何通りですか

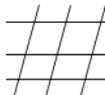
異なるあめ 4 個とガム 6 個の中からあめ 3 個、ガム 4 個を選ぶ方法は何通りですか

異なる本 6 冊とノート 3 冊の中から本 4 冊、ノート 3 冊を選ぶ方法は何通りですか

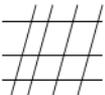
異なる本 3 冊とノート 4 冊の中から、それぞれ 3 冊ずつ選ぶ方法は何通りですか

## 5 次の場合の数を求めなさい

図のように 3 本の平行線と 3 本の平行線が交わっている。  
図の中の平行四辺形は何個ありますか



図のように 4 本の平行線と 3 本の平行線が交わっている。  
図の中の平行四辺形は何個ありますか



- 6 図で  $m/n$ 、 $m$  上に 4 点、 $n$  上に 3 点がある。

$m$  上の 1 点、 $n$  上の 2 点を結んでできる三角形の個数を求めなさい



$m$  上の 2 点、 $n$  上の 2 点を結んでできる四角形の個数を求めなさい



- 7 図で  $m/n$ 、 $m$  上に 5 点、 $n$  上に 4 点がある。

$m$  上の 1 点、 $n$  上の 2 点を結んでできる三角形の個数を求めなさい



$m$  上の 2 点、 $n$  上の 2 点を結んでできる四角形の個数を求めなさい



- 8 次の場合の数を求めなさい

1 から 10 までの 10 個の整数から 5 個の整数を選ぶとき、偶数 2 個、奇数 3 個である場合は何通りありますか

13 枚のトランプのダイヤのカードから 4 枚を選ぶとき、絵札が 2 枚含まれる場合は何通りありますか

- 9 男子 3 人、女子 4 人の中から 3 人を選ぶとき、次の場合の数を求めなさい

すべての場合の数

3 人のうち女子が 1 人だけの場合

3 人のうち女子が 2 人だけの場合

3 人全員女子の場合

3 人全員男子の場合

3 人に女子が少なくとも 1 人含まれる場合

- 10 次の場合の数を求めなさい

異なる白玉 4 個と赤玉 5 個の合計 9 個から、同じ色の玉を 3 個取る方法は何通りですか

1 から 10 までの 10 個の自然数から、異なる 3 個の数字を選ぶと、最小の数が 3 以下の場合は何通りありますか

1 から 8 までの整数の中から異なる 3 個の整数を選ぶと、3 個の整数の和が偶数になる場合は何通りありますか

## いろいろな組合せ

### 組分け

例1 次の場合の数を求めなさい

6人を2人ずつ、3つの組ABCに分ける方法

6人を2人ずつ、3つの組に分ける方法

練習1 次の場合の数を求めなさい

4人を2人ずつ、2つの組ABに分ける方法

4人を2人ずつ、2つの組に分ける方法

6人を3人ずつ、2つの組ABに分ける方法

6人を3人ずつ、2つの組に分ける方法

8人を4人ずつ、2つの組ABに分ける方法

8人を4人ずつ、2つの組に分ける方法

練習2 次の場合の数を求めなさい

9人を3人ずつ、3つの組ABCに分ける方法

9人を3人ずつ、3つの組に分ける方法

6人を2人ずつ、3つの組ABCに分ける方法

6人を2人ずつ、3つの組に分ける方法

8人を2人ずつの4つの組ABCDに分ける方法

8人を2人ずつの4つの組に分ける方法

## 組分け

例2 次の場合の数を求めなさい

5人を2人と3人の2組A Bに分ける方法

5人を2人と3人の2組に分ける方法

練習 次の場合の数を求めなさい

3人を2人と1人の2組A Bに分ける方法は何通りあるか

5人の生徒を3人と2人の2組に分ける方法は何通りあるか

6人の子供を2人と4人の2組A Bに分ける方法は何通りあるか

7人を2人と5人の2組に分ける方法は何通りあるか

8人の生徒を2人と6人の2組A Bに分ける方法は何通りあるか

7人の子供を3人と4人の2組に分ける方法は何通りあるか

8人を3人と5人の2組A Bに分ける方法は何通りあるか

9人の生徒を3人と6人の2組に分ける方法は何通りあるか

10人の子供を3人と7人の2組A Bに分ける方法は何通りあるか

9人を4人と5人の2組に分ける方法は何通りあるか

10人の生徒を4人と6人の2組A Bに分ける方法は何通りあるか

11人の子供を4人と7人の2組に分ける方法は何通りあるか

## 組分け

例3 次の場合の数を求めなさい

6人の生徒を3人、2人、1人の3組  
A B Cに分ける方法は何通りですか

6人の生徒を3人、2人、1人の3組  
に分ける方法は何通りですか

練習 次の場合の数を求めなさい( ~ は電卓を利用しなさい)

6人の子供を1人、3人、2人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

6人の生徒を2人、1人、3人の3組に分ける方法は何通りですか

7人の子供を4人、2人、1人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

8人の生徒を5人、2人、1人の3組に分ける方法は何通りですか

8人の子供を4人、3人、1人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

9人の生徒を5人、3人、1人の3組に分ける方法は何通りですか

9人の子供を4人、3人、2人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

10人の生徒を5人、3人、2人の3組に分ける方法は何通りですか

11人の子供を5人、4人、2人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

11人の生徒を6人、3人、2人の3組に分ける方法は何通りですか

12人の子供を5人、4人、3人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

12人の生徒を7人、3人、2人の3組に分ける方法は何通りですか

## 組分け

例4 次の場合の数を求めなさい

7人の生徒を3人、2人、2人の3組  
A B Cに分ける方法は何通りですか

7人の生徒を3人、2人、2人の3組  
に分ける方法は何通りですか

練習 次の場合の数を求めなさい( ~ は電卓を利用しなさい)

5人の子供を2人、2人、1人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

5人の生徒を2人、2人、1人の3組に分ける方法は何通りですか

7人の子供を3人、2人、2人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

7人の生徒を3人、2人、2人の3組に分ける方法は何通りですか

10人の子供を4人、3人、3人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

10人の生徒を4人、3人、3人の3組に分ける方法は何通りですか

8人の子供を4人、2人、2人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

8人の生徒を4人、2人、2人の3組に分ける方法は何通りですか

11人の子供を5人、3人、3人の3組A B Cに分ける方法は何通りですか

11人の生徒を5人、3人、3人の3組に分ける方法は何通りですか

同じものを含む順列（組合せを含む順列）

例5 1 2 2 3 3 3 の 6 個の数字すべてを並べてできる 6 けたの整数はいくつですか

練習 次の場合の数を求めなさい

1 2 2 3 の 4 個の数字すべてを並べてできる 4 けたの整数はいくつですか

1 2 2 3 3 の 5 個の数字すべてを並べてできる 5 けたの整数はいくつですか

1 2 2 2 3 3 の 6 個の数字すべてを並べてできる 6 けたの整数はいくつですか

1 1 2 2 3 3 の 6 個の数字すべてを並べてできる 6 けたの整数はいくつですか

1 1 2 2 3 3 3 の 7 個の数字すべてを並べてできる 7 けたの整数はいくつですか

1 1 1 2 2 2 3 の 7 個の数字すべてを並べてできる 7 けたの整数はいくつですか

a 3 個、b 2 個、c 1 個全部を 1 列に並べる方法は何通りありますか

A A A B B の 5 文字を 1 列に並べる方法は何通りありますか

a 1 個、b 3 個、c 2 個全部を 1 列に並べる方法は何通りありますか

A A B B B B C の 7 文字を 1 列に並べる方法は何通りありますか

a 2 個、b 1 個、c 3 個全部を 1 列に並べる方法は何通りありますか

A A A B B C C C の 8 文字を 1 列に並べる方法は何通りありますか

同じものを含む順列（組合せを含む順列）

例6 図のような道がある。次のような最短経路は何通りありますか

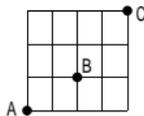
A から C へ行く

A から B へ行く

B から C へ行く

B を通って A から C へ行く

B を通らずに A から C へ行く



練習1 図のような道がある。次のような最短経路は何通りありますか

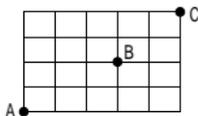
A から C へ行く

A から B へ行く

B から C へ行く

B を通って A から C へ行く

B を通らずに A から C へ行く



練習2 図のような道がある。次のような最短経路は何通りありますか

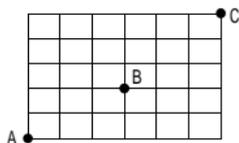
A から C へ行く

A から B へ行く

B から C へ行く

B を通って A から C へ行く

B を通らずに A から C へ行く



練習3 図のような道がある。次のような最短経路は何通りありますか

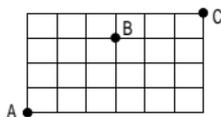
A から C へ行く

A から B へ行く

B から C へ行く

B を通って A から C へ行く

B を通らずに A から C へ行く



二項定理

例7 次の式を展開して同類項を整理すると、項はいくつできますか

$(a + b)^1$

$(a + b)^2$

$(a + b)^3$

$(a + b)^4$

$(a + b)^5$

$(a + b)^6$

----- 二項定理 -----

$$(a + b)^n = {}_n C_0 a^n + {}_n C_1 a^{n-1} b + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_r a^{n-r} b^r + \dots + {}_n C_n b^n$$

二項定理の例  $(a + b)^5 = {}_5 C_0 a^5 + {}_5 C_1 a^4 b + {}_5 C_2 a^3 b^2 + {}_5 C_3 a^2 b^3 + {}_5 C_4 a b^4 + {}_5 C_5 b^5$  ( ${}_n C_0 = 1$ )

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1									
1									
1									
1									
1									
1									
1									
1									
1									
1									

練習1 図のパスカルの三角形を完成しなさい

練習2 パスカルの三角形を使って次の式を展開しなさい

$(a + b)^2$

$(a + b)^3$

$(a + b)^4$

$(a + b)^5$

$(a + b)^6$

$(a + b)^7$

練習3 二項定理を使って次の式の各項の係数を順に書きなさい

$(a + b)^3$

$(a + b)^4$

$(a + b)^5$

$(a + b)^6$

$(a + b)^7$

練習4 二項定理を使って次の項の係数を書きなさい

$(a+b)^5$  の 2 番目の項

$(a+b)^6$  の 2 番目の項

$(a+b)^7$  の 1 番目の項

$(a+b)^3$  の 1 番目の項

$(a+b)^4$  の 3 番目の項

$(a+b)^5$  の 4 番目の項

$(a+b)^7$  の 3 番目の項

$(a+b)^5$  の 1 番目の項

$(a+b)^3$  の 3 番目の項

$(a+b)^4$  の 1 番目の項

$(a+b)^5$  の 6 番目の項

$(a+b)^3$  の 2 番目の項

練習5 二項定理を使って次の項の係数を書きなさい

$(a+b)^5$  の 5 番目の項

$(a+b)^7$  の 4 番目の項

$(a+b)^4$  の 4 番目の項

$(a+b)^6$  の 5 番目の項

$(a+b)^5$  の 3 番目の項

$(a+b)^7$  の 6 番目の項

$(a+b)^5$  の 3 番目の項

$(a+b)^6$  の 6 番目の項

$(a+b)^7$  の 5 番目の項

$(a+b)^6$  の 7 番目の項

$(a+b)^7$  の 7 番目の項

$(a+b)^5$  の 4 番目の項

練習6 二項定理を使って次の式を展開しなさい

$$(x+1)^4$$

$$(x-1)^4$$

$$(x+1)^5$$

$$(2x+1)^5$$

$$(x-1)^6$$

$$(2x+1)^6$$

## 確認問題

**1** 次の場合の数を求めなさい

6 人を 3 人ずつ、2 つの組 A B に分ける方法

6 人を 3 人ずつ、2 つの組に分ける方法

4 人を 2 人ずつ、2 つの組 A B に分ける方法

4 人を 2 人ずつ、2 つの組に分ける方法

6 人を 2 人ずつ、3 つの組 A B C に分ける方法

6 人を 2 人ずつ、3 つの組に分ける方法

9 人を 3 人ずつ、3 つの組 A B C に分ける方法

9 人を 3 人ずつ、3 つの組に分ける方法

**2** 次の場合の数を求めなさい

5 人を 2 人と 3 人の 2 組 A B に分ける方法は何通りあるか

3 人の生徒を 1 人と 2 人の 2 組に分ける方法は何通りあるか

3 人の子供を 2 人と 1 人の 2 組 A B に分ける方法は何通りあるか

4 人を 1 人と 3 人の 2 組に分ける方法は何通りあるか

4 人の生徒を 2 人と 2 人の 2 組 A B に分ける方法は何通りあるか

6 人の子供を 2 人と 4 人の 2 組に分ける方法は何通りあるか

**3** 次の場合の数を求めなさい

4 人の子供を 2 人、1 人、1 人の 3 組 A B C に分ける方法は何通りですか

5 人の生徒を 2 人、2 人、1 人の 3 組に分ける方法は何通りですか

7 人の子供を 2 人、2 人、3 人の 3 組 A B C に分ける方法は何通りですか

6 人の生徒を 1 人、2 人、3 人の 3 組に分ける方法は何通りですか

5 人の子供を 3 人、1 人、1 人の 3 組 A B C に分ける方法は何通りですか

4 人の生徒を 1 人、1 人、2 人の 3 組に分ける方法は何通りですか

6 人の子供を 2 人、2 人、2 人の 3 組 A B C に分ける方法は何通りですか

**4** 次の場合の数を求めなさい

1 2 2 3 3 の 5 個の数字すべてを並べてできる 5 けたの整数はいくつですか

1 2 3 3 の 4 個の数字すべてを並べてできる 4 けたの整数はいくつですか

1 2 2 2 3 の 5 個の数字すべてを並べてできる 5 けたの整数はいくつですか

a 2 個、b 2 個、c 2 個全部を 1 列に並べる方法は何通りありますか

A A B B の 4 文字を 1 列に並べる方法は何通りありますか

a 1 個、b 2 個、c 2 個全部を 1 列に並べる方法は何通りありますか

A A B B B C の 6 文字を 1 列に並べる方法は何通りありますか

5 図のような道がある。次のような最短経路は何通りありますか

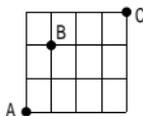
A から C へ行く

A から B へ行く

B から C へ行く

B を通って A から C へ行く

B を通らずに A から C へ行く



6 図のような道がある。次のような最短経路は何通りありますか

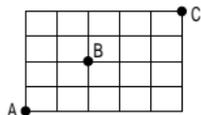
A から C へ行く

A から B へ行く

B から C へ行く

B を通って A から C へ行く

B を通らずに A から C へ行く



1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1									
1									
1									
1									
1									
1									
1									
1									
1									

7 図のパスカルの三角形を完成しなさい

8 パスカルの三角形を使って次の式を展開しなさい

$(a + b)^2$

$(a + b)^3$

$(a + b)^4$

$(a + b)^5$

$(a + b)^6$

$(a + b)^7$

9 二項定理を使って次の式を展開しなさい

$(x + 1)^4$

$(x - 1)^5$

$(2x + 1)^6$



確率  $P = \text{probability}$ 

例2 次の ( ) の中をうめなさい

ある試行において、どの根元事象も同じ程度に起こると期待できるとき、これらの根元事象は、同様に ( ) という。

ある試行で、同様に確からしい起こり得るすべての結果が  $N$  個あり、事象  $A$  の起こる場合の数を  $a$  とするとき、事象  $A$  の確率  $P(A) = ( )$  である。

練習1 1枚の硬貨を投げるという試行を行うとき、表が出る事象の確率を求めなさい

練習2 1つのサイコロを投げる時、次の事象の確率を求めなさい

奇数の目が出る事象

偶数の目が出る事象

素数の目が出る事象

2以上の目が出る事象

2の倍数の目が出る事象

6の約数の目が出る事象

練習3 赤玉3個と白玉4個の入った袋から、玉を1個取り出す。次の確率を求めなさい

赤玉の出る確率

白玉の出る確率

練習4 赤玉2個、白玉4個、青玉3個の入った袋から、玉を1個取り出す。次の確率を求めなさい

赤玉の出る確率

青玉の出る確率

練習5 4本の当たりくじを含む10本のくじから1本を引くとき、次の確率を求めなさい

当たりくじを引く確率

はずれくじを引く確率

練習6 1組のトランプの中の、ハートのカード13枚から1枚を引くとき、次の確率を求めなさい

絵札を引く確率

12の約数のカードを引く確率

練習7 ジョーカーを除いた1組のトランプのカード52枚から1枚を引くとき、次の確率を求めなさい

絵札を引く確率

キングのカードを引く確率

練習8 A B 2 個のサイコロを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい  
目の和が 6 になる  
目の差が 3 となる確率

2 個とも偶数の目が出る

目の積が奇数になる確率

目の積が偶数になる確率

目の積が 18 になる確率

練習9 1 枚のコインを 2 回投げたとき、次の確率を求めなさい

2 回とも表が出る確率

1 回だけ表が出る確率

練習10 3 枚の硬貨を同時に投げるとき、次の確率を求めなさい

すべて表が出る確率

1 枚だけ表が出る確率

練習11 女子 2 人 A B と男子 3 人 C D E の 5 人が 1 列に並ぶとき、次の確率を求めなさい

A が左端にくる確率

A が左端、B が右端にくる確率

女子 2 人が両端にくる確率

男子 2 人が両端にくる確率

女子 2 人が隣り合う確率

男子 3 人が隣り合う確率

練習12 1 から 6 までの 6 枚カードすべてを 1 列に並べるとき、次の確率を求めなさい

3 が左端にくる確率

3 が左端、4 が右端にくる確率

偶数が両端にくる確率

4 以下の数が両端にくる確率

偶数 3 枚が隣り合う確率

6 の約数 4 枚が隣り合う確率

例3 赤玉 2 個と白玉 3 個が入っている袋から、2 個の玉を同時に取り出すとき、次の確率を求めなさい

赤玉 2 個を取り出す確率

白玉 2 個を取り出す確率

同じ色の玉を取り出す確率

異なる色の玉を取り出す確率

練習1 当たりを 3 本含む 7 本のくじがある。このくじから 2 本引くとき、次の確率を求めなさい

当たり 2 本を引く確率

はずれ 2 本を引く確率

当たり 2 本またははずれ 2 本を引く確率

当たりとはずれを 1 本ずつ引く確率

練習2 男子 4 人と女子 5 人の中から、2 人を選ぶとき、次の確率を求めなさい

男子 2 人を選ぶ確率

女子 2 人を選ぶ確率

男子 2 人または女子 2 人を選ぶ確率

男女 1 人ずつ選ぶ確率

練習3 赤玉 3 個と白玉 5 個が入っている袋から、3 個の玉を同時に取り出すとき、次の確率を求めなさい

赤玉 3 個を取り出す確率

白玉 3 個を取り出す確率

同じ色の玉を 3 個取り出す確率

赤玉 2 個、白玉 1 個を取り出す確率

練習4 当たりを4本含む10本のくじがある。このくじから3本引くとき、次の確率を求めなさい

当たり3本を引く確率

はずれ3本を引く確率

当たり3本またははずれ3本を引く確率

当たり2本とはずれ1本を引く確率

練習5 男子5人と女子7人の中から、3人を選ぶとき、次の確率を求めなさい

男子3人を選ぶ確率

女子3人を選ぶ確率

男子3人または女子3人を選ぶ確率

男子1人、女子2人を選ぶ確率

練習6 1から11までの番号を付けた11枚のカードから、4枚のカードを取り出すとき、次の確率を求めなさい

偶数4枚を選ぶ確率

奇数4枚を選ぶ確率

偶数4枚または奇数4枚を選ぶ確率

偶数2枚、奇数2枚を選ぶ確率

練習7 1から6までの番号を付けた6枚のカードから、3枚のカードを取り出し3けたの整数を作るとき、次の確率を求めなさい

200以上の整数になる確率

320以上の整数になる確率

練習8 0 1 2 3 4 5の6個の数字から4個をとり、4けたの整数を作るとき、1300以上の整数になる確率を求めなさい



- 8** A B 2 個のサイコロを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい  
 目の和が 5 になる 目の差が 2 となる確率
- 2 個とも奇数の目が出る 目の積が奇数になる確率
- 目の積が偶数になる確率 目の積が 12 になる確率
- 9** 1 枚のコインを 2 回投げたとき、次の確率を求めなさい  
 2 回とも裏が出る確率 1 回だけ裏が出る確率
- 10** 3 枚の硬貨を同時に投げるとき、次の確率を求めなさい  
 すべて裏が出る確率 1 枚だけ裏が出る確率
- 11** 女子 3 人 A B C と男子 2 人 D E の 5 人が 1 列に並ぶとき、次の確率を求めなさい  
 A が左端にくる確率 A が左端、B が右端にくる確率
- 女子 2 人が両端にくる確率 男子 2 人が両端にくる確率
- 女子 3 人が隣り合う確率 男子 2 人が隣り合う確率
- 12** 1 から 4 までの 4 枚カードすべてを 1 列に並べるとき、次の確率を求めなさい  
 1 が左端にくる確率 1 が左端、4 が右端にくる確率
- 偶数が両端にくる確率 奇数が両端にくる確率
- 偶数 2 枚が隣り合う確率 奇数 2 枚が隣り合う確率
- 13** 赤玉 3 個と白玉 4 個が入っている袋から、2 個の玉を同時に取り出すとき、  
 次の確率を求めなさい  
 赤玉 2 個を取り出す確率 白玉 2 個を取り出す確率
- 同じ色の玉を取り出す確率 異なる色の玉を取り出す確率

- 14 当たりを 3 本含む 6 本のくじがある。このくじから 2 本引くとき、次の確率を求めなさい
- |                        |                    |
|------------------------|--------------------|
| 当たり 2 本を引く確率           | はずれ 2 本を引く確率       |
| 当たり 2 本またははずれ 2 本を引く確率 | 当たりとはずれを 1 本ずつ引く確率 |
- 15 男子 4 人と女子 2 人の中から、2 人を選ぶとき、次の確率を求めなさい
- |                      |              |
|----------------------|--------------|
| 男子 2 人を選ぶ確率          | 女子 2 人を選ぶ確率  |
| 男子 2 人または女子 2 人を選ぶ確率 | 男女 1 人ずつ選ぶ確率 |
- 16 赤玉 3 個と白玉 4 個が入っている袋から、3 個の玉を同時に取り出すとき、次の確率を求めなさい
- |                  |                      |
|------------------|----------------------|
| 赤玉 3 個を取り出す確率    | 白玉 3 個を取り出す確率        |
| 同じ色の玉を 3 個取り出す確率 | 赤玉 2 個、白玉 1 個を取り出す確率 |
- 17 当たりを 4 本含む 9 本のくじがある。このくじから 3 本引くとき、次の確率を求めなさい
- |                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| 当たり 3 本を引く確率           | はずれ 3 本を引く確率         |
| 当たり 3 本またははずれ 3 本を引く確率 | 当たり 2 本とはずれ 1 本を引く確率 |
- 18 男子 4 人と女子 3 人の中から、3 人を選ぶとき、次の確率を求めなさい
- |                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| 男子 3 人を選ぶ確率          | 女子 3 人を選ぶ確率        |
| 男子 3 人または女子 3 人を選ぶ確率 | 男子 1 人、女子 2 人を選ぶ確率 |
- 19 0 1 2 3 4 の 5 個の数字から 3 個をとり、3 けたの整数を作るとき、210 以上の整数になる確率を求めなさい

## 確率の性質

和事象・積事象・排反事象・余事象

例1 次の ( ) の中をうめなさい  
 任意の事象 A について、( )  $P(A)$  ( )

事象 A または事象 B が起こる事象を ( ) といい、 $A \cup B$  で表す  
 事象 A, B がともに起こる事象を ( ) といい、 $A \cap B$  で表す  
 2 つの事象 A, B が決して同時に起こらないとき、事象 A, B は互いに ( )  
 であるといい、 $A \cap B = \emptyset$  のときである。

A, B が排反事象のとき、 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  …… 確率の ( ) 定理  
 A, B が互いに排反でないとき、 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

事象 A に対して「A が起こらない」という事象を A の ( ) といい、 $\bar{A}$   
 で表す。余事象の確率 ……  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

練習1 1個のサイコロを投げるとき、2の倍数が出る事象をA、3の倍数が出る事象をBとすると、次の事象を集合で表しなさい

事象 A

事象 B

事象 A と事象 B の和事象

事象 A と事象 B の積事象

練習2 1個のサイコロを投げるとき、奇数が出る事象をA、3以下の数が出る事象をBとすると、次の事象を集合で表しなさい

事象 A

事象 B

事象 A と事象 B の和事象

事象 A と事象 B の積事象

練習3 1つのサイコロを投げるとき、奇数の目が出る事象をA、4の目が出る事象をBとすると、次の事象を集合で表しなさい

事象 A

事象 B

事象 A と事象 B の積事象

事象 A と事象 B はどのような関係か

練習4 1組のトランプから1枚のカードを引くとき、エースを引く事象をA、ハートを引く事象をB、キングを引く事象をCとすると、排反事象はどの事象ですか

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

例2 1等1本、2等3本、3等6本を含む20本のくじの中から1本引くとき、次の確率を求めなさい

1等または2等に当たる

2等または3等に当たる

練習1 1個のサイコロを1回投げるとき、3の約数が出るかまたは偶数が出る確率を求めなさい

練習2 1等3本、2等4本、3等5本を含む30本のくじの中から1本引くとき、次の確率を求めなさい

1等または2等に当たる

1等または3等に当たる

練習3 赤玉5個、白玉4個が入っている袋から同時に2個の玉を取り出すとき、同じ色の玉が出る確率を求めなさい

練習4 1から9までの番号をつけた9枚のカードから同時に2枚を選ぶとき、2枚とも偶数または2枚とも奇数である確率を求めなさい

練習5 当たり3本を含む11本のくじから同時に2本のくじを引くとき、2本とも当たりを引くかまたは2本ともはずれを引く確率を求めなさい

練習6 赤玉2個、白玉3個、青玉4個の入った袋から3個の玉を同時に取り出すとき、3個とも同じ色である確率を求めなさい

練習7 1から13までの番号をつけた13枚のカードから同時に3枚を選ぶとき、3枚とも偶数または3枚とも奇数である確率を求めなさい

練習8 A、B 2人でジャンケンをするとき、AまたはBのどちらかが勝つ確率を求めなさい

練習9 A、B、Cの3人がジャンケンをするとき、1人だけが勝つ確率を求めなさい

練習10 A、B、Cの3人がジャンケンをするとき、あいこになる確率を求めなさい

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

例3 1 から 60 までの番号を書いた 60 枚のカードから 1 枚を取るとき、次の確率を求めなさい

2 の倍数を取る確率

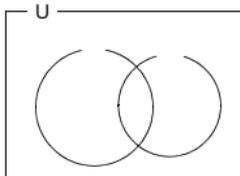
3 の倍数を取る確率

2 と 3 の公倍数を取る確率

2 の倍数または 3 の倍数を取る確率

2, 3 のどちらの倍数でもない数  
を取る確率

2 の倍数であり、3 の倍数でない数  
を取る確率



練習1 1 から 50 までの番号を書いた 50 枚のカードから 1 枚を取るとき、次の確率を求めなさい

3 の倍数を取る確率

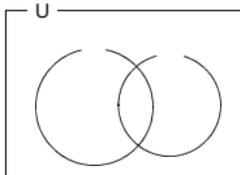
5 の倍数を取る確率

3 と 5 の公倍数を取る確率

3 の倍数または 5 の倍数を取る確率

3, 5 のどちらの倍数でもない数  
を取る確率

3 の倍数であり、5 の倍数でない数  
を取る確率



練習2 1 から 100 までの番号を書いた 100 枚のカードから 1 枚を取るとき、次の確率を求めなさい

4 の倍数を取る確率

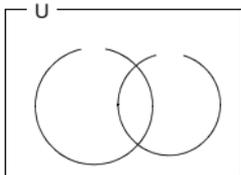
6 の倍数を取る確率

4 と 6 の公倍数を取る確率

4 の倍数または 6 の倍数を取る確率

4, 6 のどちらの倍数でもない数  
を取る確率

6 の倍数であり、4 の倍数でない数  
を取る確率



余事象  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

例4 2個のサイコロを同時に投げるとき、異なる数の目が出る確率を求めなさい

練習1 1個のサイコロを1回投げるとき、素数が出る事象Aの余事象を答えなさい

練習2 1から15までの番号を付けた15枚のカードから1枚を選ぶとき、2の倍数でも3の倍数でもない数を選ぶ確率を求めなさい

練習3 2個のサイコロを同時に投げるとき、目の積が偶数になる確率を求めなさい

練習4 3つのサイコロを同時に投げるとき、目の積が偶数になる確率を求めなさい

練習5 3枚の硬貨を同時に投げるとき、少なくとも1枚は裏が出る確率を求めなさい

練習6 3つのサイコロを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい  
少なくとも1個は1の目が出る                      少なくとも1個は奇数の目が出る

練習7 A B C Dの4人を1列に並べるとき、A Bの2人が隣り合わない確率を求めなさい

練習8 A B C D Eの5人を1列に並べるとき、A Bの2人が隣り合わない確率を求めなさい

練習9 当たりを4本含む12本のくじから同時に2本を引くとき、少なくとも1本が当たる確率を求めなさい

練習10 白玉5個、青玉6個が入っている袋から同時に2個の玉を取り出すとき、少なくとも1個は白玉である確率を求めなさい

練習11 1から8までの数字が付いた8枚のカードから同時に2枚のカードを引くとき、その2数の積が偶数である確率を求めなさい

練習12 2個の不良品を含む製品 10 個から、同時に 2 個を取り出すとき、少なくとも 1 個が不良品である確率を求めなさい

練習13 当たりを 5 本含む 9 本のくじから同時に 3 本を引くとき、少なくとも 1 本が当たる確率を求めなさい

練習14 白玉 4 個、青玉 7 個が入っている袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき、少なくとも 1 個は白玉である確率を求めなさい

練習15 1 から 10 までの数字が付いた 10 枚のカードから同時に 2 枚のカードを引くとき、少なくとも 1 枚は素数のカードである確率を求めなさい

練習16 3 個の不良品を含む製品 8 個から、同時に 3 個を取り出すとき、少なくとも 1 個が不良品である確率を求めなさい

#### 独立な試行の確率

例5 次の ( ) の中をうめなさい

いくつかの試行で、どの試行の結果も他の試行の結果に影響を与えないとき、

これらの試行は ( ) であるという

2 つの試行が独立で、それらの事象がそれぞれ A, B であるときの確率は

$P( ) \times P( )$  となる

練習1 1 から 10 までの番号を付けた 10 枚のカードから、2 人が 1 枚ずつ取る。ただし、取り出したカードは元に戻すとす。このとき 2 人の試行は独立ですか

練習2 1 個のサイコロと 1 枚のコインを同時に投げるとき、サイコロは素数の目が出て、コインは表が出る場合の確率を求めなさい

練習3 赤玉 3 個、白玉 2 個が入っている袋から、玉を 1 個ずつ 2 回取る。取り出した玉を袋に戻すとき、1 回目に白玉、2 回目に赤玉を取り出す確率を求めなさい





## 確認問題

- 1 1個のサイコロを投げるとき、素数が出る事象をA、5の約数が出る事象をBとするとき、次の事象を集合で表しなさい

事象 A

事象 B

事象 A と事象 B の和事象

事象 A と事象 B の積事象

- 2 1組のトランプから1枚のカードを引くとき、エースを引く事象をA、ハートを引く事象をB、ダイヤを引く事象をCとするとき、排反事象はどの事象ですか

- 3 1個のサイコロを1回投げるとき、5の約数が出るかまたは偶数が出る確率を求めなさい

- 4 1等2本、2等3本、3等4本を含む20本のくじの中から1本引くとき、次の確率を求めなさい

1等または2等に当たる

2等または3等に当たる

- 5 次の確率を求めなさい

赤玉3個、白玉5個が入っている袋から同時に2個の玉を取り出すとき、同じ色の玉が出る確率を求めなさい

1から7までの番号をつけた7枚のカードから同時に2枚を選ぶとき、2枚とも偶数または2枚とも奇数である確率を求めなさい

当たり4本を含む10本のくじから同時に2本のくじを引くとき、2本とも当たりを引くかまたは2本ともはずれを引く確率を求めなさい

赤玉3個、白玉5個、青玉1個の入った袋から3個の玉を同時に取り出すとき、3個とも同じ色である確率を求めなさい

1から11までの番号をつけた11枚のカードから同時に3枚を選ぶとき、3枚とも偶数または3枚とも奇数である確率を求めなさい

**6** 次の場合の数を求めなさい

A B 2人でジャンケンをするとき、AまたはBのどちらかが勝つ確率を求めなさい

A B Cの3人がジャンケンをするとき、1人だけが勝つ確率を求めなさい

A B Cの3人がジャンケンをするとき、あいこになる確率を求めなさい

**7** 1から60までの番号を書いた60枚のカードから1枚を取るとき、次の確率を求めなさい

4の倍数を取る確率

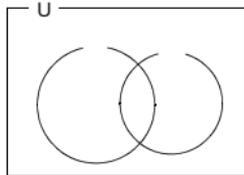
5の倍数を取る確率

4と5の公倍数を取る確率

4の倍数または5の倍数を取る確率

4, 5のどちらの倍数でもない数  
を取る確率

4の倍数であり、5の倍数でない数  
を取る確率

**8** 1から13までの番号を付けた13枚のカードから1枚を選ぶとき、2の倍数でも3の倍数でもない数を選ぶ確率を求めなさい**9** 次の確率を求めなさい

2個のサイコロを同時に投げるとき、目の積が偶数になる確率を求めなさい

3つのサイコロを同時に投げるとき、目の積が偶数になる確率を求めなさい

3枚の硬貨を同時に投げるとき、少なくとも1枚は表が出る確率を求めなさい

**10** 3つのサイコロを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい

少なくとも1個は6の目が出る

少なくとも1個は偶数の目が出る

**11** 次の確率を求めなさい

A B C D の 4 人を 1 列に並べるとき、C D の 2 人が隣り合わない確率を求めなさい

当たりを 3 本含む 10 本のくじから同時に 2 本を引くとき、少なくとも 1 本が当たる確率を求めなさい

白玉 3 個、青玉 5 個が入っている袋から同時に 2 個の玉を取り出すとき、少なくとも 1 個は白玉である確率を求めなさい

1 から 7 までの数字が付いた 7 枚のカードから同時に 2 枚のカードを引くとき、その 2 数の積が偶数である確率を求めなさい

3 個の不良品を含む製品 15 個から、同時に 2 個を取り出すとき、少なくとも 1 個が不良品である確率を求めなさい

**12** 次の確率を求めなさい

1 から 9 までの番号を付けた 9 枚のカードから、2 人が 1 枚ずつ取る。ただし、取り出したカードは元に戻すとす。このとき 2 人の試行は独立ですか

1 個のサイコロと 1 枚のコインを同時に投げるとき、サイコロは奇数の目が出て、コインは裏が出る場合の確率を求めなさい

赤玉 3 個、白玉 3 個が入っている袋から、玉を 1 個ずつ 2 回取る。取り出した玉を袋に戻すとき、1 回目に白玉、2 回目に赤玉を取り出す確率を求めなさい

1 枚の硬貨を 3 回投げるとき、1 回目は裏、2 回目は表、3 回目は裏が出る確率を求めなさい

**13** 1 個のサイコロと 2 枚のコインを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい

サイコロは偶数の目が出てコインは 2 枚とも表が出る確率

サイコロは 4 の約数の目が出てコインは少なくとも 1 枚は裏が出る確率



## いろいろな確率

### 反復試行の確率

例1 次の ( ) の中をうめなさい

同じ条件のもとでくり返し行い、それらの試行が独立であるとき、このような試行のくり返しを ( ) という

1 回の試行で事象 A の起こる確率を  $P$  とする。この試行を  $n$  回行う反復試行で、A がちょうど  $r$  回起こる確率は  ${}_n C_r P^r (1 - P)^{n-r}$  となる

練習1 次の確率または確率を求める式を書きなさい

1 つのサイコロをくり返し 4 回投げるとき、1 の目が 2 回だけ出る確率

1 つのサイコロを 3 回続けて投げるとき、2 の目が 1 回だけ出る確率

1 つのサイコロを 3 回続けて投げるとき、3 の目が 2 回だけ出る確率

1 個のサイコロを 4 回投げるとき、4 の目がちょうど 3 回出る確率

1 個のサイコロを 7 回投げるとき、5 の目がちょうど 2 回出る確率の式だけでよい

1 個のサイコロを 5 回投げるとき、2 以下の目がちょうど 3 回出る確率の式だけ

1 つのサイコロを 6 回続けて投げるとき、5 の約数の目が 1 回だけ出る確率の式だけ

1 つのサイコロを 9 回続けて投げるとき、奇数の目が 2 回だけ出る確率の式だけ

1 枚の硬貨を 5 回続けて投げるとき、表が 2 回だけ出る確率

1 枚の硬貨を 6 回続けて投げるとき、表が 3 回だけ出る確率

1 枚の硬貨を 3 回続けて投げるとき、表が 1 回だけ出る確率



## いろいろな確率の問題

- 例2 A B C の3人がジャンケンをして、次の確率を求めなさい
- |             |              |
|-------------|--------------|
| Aだけが勝つ確率    | 3人とも同じ手を出す確率 |
| 3人が違う手を出す確率 | あいこになる確率     |

練習1 2本の当たりくじを含む9本のくじから、A B の2人が順に1本ずつ引くとき、Bが当たりを引く確率を求めなさい

練習2 8から12までの番号を書いた5枚の札全部を1列に並べるとき、次の確率を求めなさい

3枚の2けたの数の札が隣り合う確率      両端に2けたの数の札がくる確率

8の札が端にこない確率      8の札が9の札より左にある確率

練習3 男子3人と女子2人を1列に並べるとき、次の確率を求めなさい

男子と女子が交互に並ぶ確率      両端に男子が並ぶ確率

練習4 1から8までの8個の整数から、3個を取り出し3けたの整数を作るとき、次の確率を求めなさい

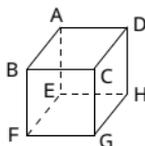
3けたの奇数になる確率      500以上になる確率

練習5 1枚の硬貨を4回投げるとき、3回目以降に初めて表が出る確率を求めなさい

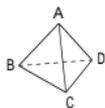
練習6 1個のサイコロを3回投げるとき、次の確率を求めなさい

3回の目の積が奇数になる確率      3回の目の積が偶数になる確率

練習7 図の立方体で、辺上を通って頂点Aから頂点Gに行く最短経路のうち、A B C Gを通る確率を求めなさい



練習8 図の正四面体で、頂点Aを出発し、辺上を通って1秒間に1辺を移動すると、3秒後に頂点Aに戻る確率を求めなさい



練習9 A B C D の 4 文字を一列に並べるとき、次の確率を求めなさい

A と B が隣り合う確率

A が B より左にある確率

練習10 1 から 9 までの 9 枚の番号札から 3 枚選ぶとき、次の確率を求めなさい

全部が 5 以上である確率

最小の番号が 4 以下である確率

練習11 白玉 3 個と赤玉 4 個が入っている袋から、同時に 2 個の玉を取り出すとき、取り出した 2 個の玉の色が異なる確率を求めなさい

練習12 赤玉 2 個、白玉 3 個、青玉 4 個が入っている袋から、同時に 3 個の玉を取り出すとき、次の確率を求めなさい

3 個とも同じ色の玉がでる確率

2 個だけ同じ色の玉が出る確率

練習13 点 P は、数直線上を原点から出発し、サイコロの目で、奇数が出ると + 1、偶数が出ると - 1 移動する。これを 6 回くり返すとき P が次の点にくる確率を求めなさい

原点にいる確率

座標 + 4 の位置にいる確率

練習14 点 P は、数直線上を原点から出発し、サイコロの目で、6 の約数が出ると + 1、他の目が出ると - 1 移動する。これを 4 回くり返すとき P が次の点にくる確率を求めなさい

原点にいる確率

座標 + 2 の位置にいる確率

練習15 点 P は、数直線上を原点から出発し、1 枚のコインを投げて、表が出ると + 3 移動し、裏が出ると - 2 移動する。コインを 5 回投げたとき、P が原点に戻っている確率を求めなさい

練習16 最初0点からスタートし、1個のサイコロを投げて、6の約数の目が出れば-3点、それ以外の目が出れば+2点となるゲームがある。サイコロを4回投げて得点が3点となる確率を求めなさい

練習17 最初0点からスタートし、1枚のコインを投げて、表が出れば+3点、裏が出れば-2点となるゲームがある。コインを6回投げて得点が8点となる確率を求めなさい

練習18 赤玉と白玉あわせて6個の玉が入っている袋から、同時に2個の玉を取り出すとき、異なる色の玉が出る確率は $\frac{1}{3}$ である。袋に入っていた赤玉の個数を求めなさい

練習19 赤玉と白玉あわせて4個の玉が入っている袋から、同時に2個の玉を取り出すとき、異なる色の玉が出る確率は $\frac{1}{2}$ である。袋に入っていた赤玉の個数を求めなさい

練習20 赤玉と白玉あわせて8個の玉が入っている袋から、同時に2個の玉を取り出すとき、同じ色の玉が出る確率は $\frac{3}{4}$ である。袋に入っていた赤玉の個数を求めなさい

練習21 赤玉と白玉あわせて5個の玉が入っている袋から、同時に2個の玉を取り出すとき、同じ色の玉が出る確率は $\frac{3}{5}$ である。袋に入っていた赤玉の個数を求めなさい

## 確認問題

**1** 次の確率または確率を求める式を書きなさい

1つのサイコロをくり返し3回投げるとき、1の目が2回だけ出る確率

1つのサイコロを5回続けて投げるとき、2の目が1回だけ出る確率の式だけ

1つのサイコロを4回続けて投げるとき、3の目が2回だけ出る確率の式だけ

1個のサイコロを6回投げるとき、4の目がちょうど3回出る確率の式だけ

1個のサイコロを4回投げるとき、2以下の目がちょうど3回出る確率

1枚の硬貨を3回続けて投げるとき、表が2回だけ出る確率

1枚の硬貨を5回続けて投げるとき、表が3回だけ出る確率

1枚の硬貨を4回続けて投げるとき、表が1回だけ出る確率

**2** 次の確率を求めなさい

ジョーカーを含まない52枚のトランプから1枚のカードを引き、元に戻す。これを4回くり返すとき、ダイヤのカードを2回だけ引く確率を求めなさい

白玉3個と赤玉3個が入った袋から玉を1個取り出し、元の袋に戻す。これを4回くり返すとき、白玉が3回だけ出る確率を求めなさい

3本の当たりくじを含む9本のくじから1本を引き、元に戻す。当たりくじを2回引くまでこれをくり返し、3回目で終わる確率を求めなさい

4枚の硬貨を同時に投げて、少なくとも裏が1枚出る確率を求めなさい

- 3 確率  $\frac{4}{5}$  で的に命中させる射撃手が 3 回うつとき、次の確率を求めなさい

2 回だけ命中させる確率

少なくとも 1 回命中させる確率

- 4 次の確率を求めなさい

A B 2 人が、引き分けのないゲームをして、先に 3 勝した方が優勝する。A は 1 回のゲームに  $\frac{1}{2}$  の確率で勝つとき、A が 3 回までに 2 勝して、4 回目に優勝する確率を求めなさい。

赤玉 3 個と白玉 1 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し、元に戻す。これを 4 回くり返すとき、白玉を 3 回以上取り出す確率を求めなさい

赤玉 3 個と白玉 3 個の入っている袋から玉を 1 個取り出し、元に戻す。これを 3 回くり返すとき、赤玉が 2 回以上出る確率を求めなさい

3 回のうち 2 回の割合で的にあてる射手がいる。この射手が 5 回矢を放つとき、4 回以上の的に当てる確率を求めなさい

A B 2 人が、引き分けのないゲームをして、先に 4 勝した方が優勝する。A B の勝つ確率は同程度に確からしとするとき、A が優勝する確率を求めなさい

- 5 2 本の当たりくじを含む 8 本のくじから、A B の 2 人が順に 1 本ずつ引くとき、B が当たりを引く確率を求めなさい

- 6 8 から 13 までの番号を書いた 6 枚の札全部を 1 列に並べるとき、次の確率を求めなさい

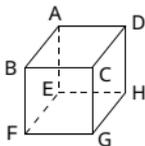
4 枚の 2 けたの数の札が隣り合う確率

両端に 2 けたの数の札がくる確率

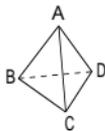
8 の札が端にこない確率

8 の札が 9 の札より左にある確率

- 7 男子 4 人と女子 3 人を 1 列に並べるとき、次の確率を求めなさい  
 男子と女子が交互に並ぶ確率                      両端に男子が並ぶ確率
- 8 1 から 9 までの 9 個の整数から、3 個を取り出し 3 けたの整数を作るとき、次の確率を求めなさい  
 3 けたの奇数になる確率                              600 以上になる確率
- 9 1 枚の硬貨を 4 回投げるとき、2 回目以降に初めて裏が出る確率を求めなさい
- 10 1 個のサイコロを 4 回投げるとき、次の確率を求めなさい  
 4 回の目の積が奇数になる確率                      4 回の目の積が偶数になる確率
- 11 図の立方体で、辺上を通って頂点 A から頂点 G に行く最短経路のうち、A D H G を通る確率を求めなさい



- 12 図の正四面体で、頂点 A を出発し、辺上を通って 1 秒間に 1 辺を移動すると、3 秒後に頂点 A に戻る確率を求めなさい



- 13 A B C D E の 5 文字を一列に並べるとき、次の確率を求めなさい  
 A と B が隣り合う確率                              A が B より左にある確率
- 14 1 から 8 までの 8 枚の番号札から 3 枚選ぶとき、次の確率を求めなさい  
 全部が 5 以上である確率                              最小の番号が 3 以下である確率
- 15 白玉 2 個と赤玉 5 個が入っている袋から、同時に 2 個の玉を取り出すとき、取り出した 2 個の玉の色が異なる確率を求めなさい

- 16 赤玉 3 個、白玉 2 個、青玉 3 個が入っている袋から、同時に 3 個の玉を取り出すとき、次の確率を求めなさい  
3 個とも同じ色の玉がでる確率 2 個だけ同じ色の玉が出る確率
- 17 点 P は、数直線上を原点から出発し、サイコロの目で、奇数が出ると + 1、偶数が出ると - 1 移動する。これを 8 回くり返すとき P が次の点にくる確率を求めなさい  
原点にいる確率 座標 + 4 の位置にいる確率
- 18 点 P は、数直線上を原点から出発し、サイコロの目で、6 の約数が出ると + 1、他の目が出ると - 1 移動する。これを 6 回くり返すとき P が次の点にくる確率を求めなさい  
原点にいる確率 座標 + 2 の位置にいる確率
- 19 最初 0 点からスタートし、1 個のサイコロを投げて、6 の約数の目が出れば - 3 点、それ以外の目が出れば + 2 点となるゲームがある。サイコロを 4 回投げて得点が 3 点となる確率を求めなさい
- 20 最初 0 点からスタートし、1 枚のコインを投げて、表が出れば + 3 点、裏が出れば - 2 点となるゲームがある。コインを 5 回投げて得点が 5 点となる確率を求めなさい
- 21 赤玉と白玉あわせて 7 個の玉が入っている袋から、同時に 2 個の玉を取り出すとき、異なる色の玉が出る確率は  $\frac{4}{7}$  である。袋に入っていた赤玉の個数を求めなさい

## 期待値

例1 総本数 1000 本のくじの中に、1等賞金 1万円が 1本、2等賞金千円が 10本、3等賞金百円が 100本のくじが入っている。このくじを 1本引くとき、賞金の期待値を求めなさい

練習1 次の問に答えなさい

総本数 1000 本のくじの中に、1等賞金二千円が 10本、2等賞金千円が 20本、3等賞金二百円が 50本のくじが入っている。このくじを 1本引くとき、賞金の期待値を求めなさい

毎日 100 円のおこづかいをもらうのと、毎日サイコロを 1 回投げて、出た目の 30 倍の金額のおこづかいをもらうのとでは、どちらを選ぶのが得ですか

1 個のサイコロを投げるゲームで、偶数が出れば 1 点、3 の約数が出れば 2 点、5 の目が出れば 3 点がそれぞれもらえるとき、得点の期待値を求めなさい

ジョーカーを含まない 52 枚のトランプからカードを 1 枚引くとき、ハートなら 10 点、ダイヤなら 5 点、スペードなら 2 点がもらえる。このゲームの得点の期待値を求めなさい

練習2 1 から 4 までの番号札が、それぞれ番号と同じ枚数ある。この中から 1 枚を引くゲームをするとき、次の得点の期待値を求めなさい  
引いた番号と同じ得点をもらうとき

3 が出ると 6 点、4 が出ると 8 点で、他は 0 点のとき

練習3 3 枚の 10 円硬貨を同時に投げて、表が出るとその 10 円硬貨がもらえるゲームを 1 回するとき、賞金の期待値を求めなさい

## 練習4 次の問に答えなさい

3枚の100円硬貨を同時に投げて、表が出た硬貨がもらえるゲームを1回するとき、賞金の期待値を求めなさい

赤玉が1回出ると10円もらえるゲームがある。いま、赤玉2個と白玉3個が入った袋から玉を1個取り出し、色を見て袋に戻す。これを2回くり返すとき、このゲームの賞金の期待値を求めなさい

赤玉が1回出ると5円もらえるゲームがある。いま、赤玉4個と白玉5個が入った袋から玉を1個取り出し、色を見て袋に戻す。これを2回くり返すとき、このゲームの賞金の期待値を求めなさい

赤玉1個が出ると10円、白玉1個が出ると5円もらえるゲームをする。いま、赤玉3個と白玉4個が入った袋から、同時に2個の玉を1回取り出すとき、賞金の期待値を求めなさい

赤玉1個が出ると1円、白玉1個が出ると5円もらえるゲームがある。いま、赤玉6個と白玉3個が入った袋から同時に2個の玉を1回取り出すとき、賞金の期待値を求めなさい

1個のサイコロを1回投げるとき、出る目の期待値を求めなさい

2個の不良品を含む9個の製品から、同時に2個取り出すとき、その中に含まれる不良品の個数の期待値を求めなさい

赤玉2個、白玉5個が入っている袋から、同時に3個の玉を取り出すとき、その中に含まれる赤玉の個数の期待値を求めなさい

## 練習5 次の問に答えなさい

男子 3 人と女子 4 人の中から 3 人の代表を選ぶとき、選ばれる女子の人数の期待値を求めなさい

2 個のサイコロを同時に投げるとき、出る目の和の期待値を求めなさい

三択の問題で、でたために答えるとき、答えの出方は同様に確からしいとする。いま、三択の問題が 4 問あるとき、でたために答えるときの正答数の期待値を求めなさい

二択の問題で、でたために答えるとき、答えの出方は同様に確からしいとする。いま、二択の問題が 5 問あるとき、でたために答えるときの正答数の期待値を求めなさい

三択の問題で、でたために答えるとき、答えの出方は同様に確からしいとする。いま、三択の問題が 5 問あり、全問正解すると 90 円、4 問または 3 問正解すると 30 円の褒美をもらえるとする。この 5 問の問題にてたために答えるときの褒美の期待値を求めなさい

1 から 5 までの整数を 1 つずつ書いた 5 枚のカードから 3 枚を引き、その 3 枚のうち最小の数と同じ枚数の 10 円硬貨がもらえるゲームをする。このゲームを 1 回するとき、賞金の期待値を求めなさい。また、このゲームの参加料が 20 円の時、このゲームに参加するのは損・得のどちらですか

アイスクリームの利益は、気温 25 度以上のとき平均 1 万円、気温 25 度未満のときは平均四千元が予想できる。アイスクリーム保険では 1 日千円の掛け金で、気温 25 度未満の時は三千円の保険料が支払われる。気温 25 度以上と気温 25 度未満の日数の比が 3 : 1 のとき、この保険に参加するのは損・得のどちらですか

## 確認問題

## 1 次の間に答えなさい

総本数 100 本のくじの中に、1 等賞金千円が 5 本、2 等賞金五百円が 10 本、3 等賞金十円が 20 本のくじが入っている。このくじを 1 本引くとき、賞金の期待値を求めなさい

毎日 100 円のおこづかいをもらうのと、毎日サイコロを 1 回投げて、出た目の 20 倍の金額のおこづかいをもらうのとでは、どちらを選ぶのが得ですか

1 個のサイコロを投げるゲームで、奇数が出れば 1 点、4 の約数が出れば 2 点、6 の目が出れば 3 点がそれぞれもらえるとき、得点の期待値を求めなさい

ジョーカーを含まない 52 枚のトランプからカードを 1 枚引くとき、ハートなら 8 点、ダイヤなら 4 点、スペードなら 1 点がもらえる。このゲームの得点の期待値を求めなさい

2 1 から 5 までの番号札が、それぞれ番号と同じ枚数ある。この中から 1 枚を引くゲームをするとき、次の得点の期待値を求めなさい  
引いた番号と同じ得点をもろうとき

3 が出ると 5 点、4 が出ると 10 点で、他は 0 点のとき

## 3 次の間に答えなさい

4 枚の 10 円硬貨を同時に投げて、表が出るとその 10 円硬貨がもらえるゲームを 1 回するとき、賞金の期待値を求めなさい

赤玉が 1 回出ると 10 円もらえるゲームがある。いま、赤玉 3 個と白玉 2 個が入った袋から玉を 1 個取り出し、色を見て袋に戻す。これを 2 回くり返すとき、このゲームの賞金の期待値を求めなさい

**4** 次の問に答えなさい

赤玉 1 個が出ると 10 円、白玉 1 個が出ると 5 円もらえるゲームをする。いま、赤玉 4 個と白玉 3 個が入った袋から、同時に 2 個の玉を 1 回取り出すとき、賞金の期待値を求めなさい

1 個のサイコロを 1 回投げるとき、出る目の期待値を求めなさい

3 個の不良品を含む 9 個の製品から、同時に 2 個取り出すとき、その中に含まれる不良品の個数の期待値を求めなさい

赤玉 3 個、白玉 5 個が入っている袋から、同時に 3 個の玉を取り出すとき、その中に含まれる赤玉の個数の期待値を求めなさい

**5** 次の問に答えなさい

男子 4 人と女子 3 人の中から 3 人の代表を選ぶとき、選ばれる女子の人数の期待値を求めなさい

三択の問題で、でたために答えるとき、答えの出方は同様に確からしいとする。いま、三択の問題が 3 問あるとき、でたために答えるときの正答数の期待値を求めなさい

三択の問題で、でたために答えるとき、答えの出方は同様に確からしいとする。いま、三択の問題が 4 問あり、全問正解すると 100 円、3 問または 2 問正解すると 50 円の褒美をもらえるとする。この 4 問の問題にてたために答えるときの褒美の期待値を求めなさい

# 第 4 章 論理と集合

## 論理と集合

例1 次の ( ) の中をうめなさい

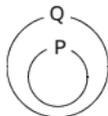
正しいか正しくないかが定まる文や式を ( ) という。命題が正しいとき、その命題は ( ) であるといい、正しくないときは ( ) であるという。

文字を含んだ文や式を ( ) という

「 $p$  ならば  $q$  である」という命題を  $p( )q$  と表す。

$p$  をこの命題の ( )、 $q$  を ( ) という。

命題  $p q$  が真であることと、 $P Q$  は ( ) である。



ただし、 $P$  は条件  $p$  を満たすものの集合、 $Q$  は条件  $q$  を満たすものの集合とする。

例えば、 $p$  を 2 より小さい数、 $q$  を 5 より小さい数とすると

$p q$  すなわち「2 より小さい数 ならば 5 より小さい数 である」は真であり、

2 より小さい数の集合  $P$  は 5 より小さい数の集合  $Q$  に含まれ、 $P Q$  となる

練習1 次の命題の真偽を調べ、真には、偽には  $x$  を付けなさい

楽器ならばピアノである

東京に住んでいる人は日本に住んでいる

3 は素数である

1 は素数である

すべての既約分数は小数で表せる

3 と 4 の最大公約数は 12 である

4 の倍数ならば 2 の倍数である

6 の倍数は、2 の倍数である

3 の倍数ならば 6 の倍数である

9 の倍数は、3 の倍数である

4 の倍数は 8 の倍数である

6 の約数ならば 3 の約数である

4 の約数ならば 8 の約数である

$x$  が自然数ならば、 $x$  は整数である

$x$  が自然数ならば、 $x$  は素数である

$x$  が 2 の倍数ならば、 $x$  は 4 の倍数である

練習2 次の命題の真偽を調べ、真には、偽には  $\times$  を付けなさい

$x$  が 8 の倍数ならば、 $x$  は 4 の倍数である      ある数  $x$  が 6 の倍数ならば、 $x$  は 3 の倍数である

ある数  $x$  が 3 の約数ならば、 $x$  は 9 の約数である

2 つの数  $m, n$  が奇数ならば、その積  $mn$  も奇数である

対頂角は等しい

錯角は等しい

平行な 2 直線ならば、同位角は等しい

三角形の内角の和は  $180^\circ$  である

三角形の外角の和は  $360^\circ$  である

三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より短い

正三角形の 3 つの内角の大きさは等しい

正三角形の 3 つの角はすべて  $60^\circ$  である

2 つの内角の等しい三角形は二等辺三角形である

三角形ならば二等辺三角形である

練習3 次の命題の真偽を調べ、真には、偽には  $\times$  を付けなさい

2 つの角が等しい三角形は正三角形である      正三角形ならば二等辺三角形である

三角形で、対応する 3 つの角が等しいときは、合同である

2 つの辺が等しい三角形は、2 つの角が等しい三角形である

合同な 2 つの三角形は、面積が等しい

1 辺  $6\text{ cm}$  の正方形の周の長さは  $36\text{ cm}$  である

長方形の 2 つの対角線は等しい

長方形の対角線は直交する

ひし形の対角線の長さは等しい

平行四辺形の対辺の長さは等しい

台形は平行四辺形である

4 つの角が等しい四角形は、正方形である

練習4 次の命題の真偽を調べ、真には、偽には×を付けなさい

4つの辺が等しい四角形は、正方形である

$A B C$ で  $B = C$ ならば、  
 $A B = A C$ である

$A B C$ で、 $A B = A C$ ならば、  
 $B = C$ である

$A B C$ で、 $A B = B C = C A$ ならば、  
 $A = B = C$ である

頂角  $a^\circ$  の二等辺三角形の底角は  $180^\circ - a^\circ$  である

底角  $a^\circ$  の二等辺三角形の頂角は  $180^\circ - a^\circ$  である

$A B C$ で  $A = 90^\circ$ 、 $A B = A C$ ならば  $B = C = 45^\circ$  である

空間において、交わらない2直線は、平行である

空間において、平行な2直線は、交わらない

角の2等分線上の点は、角の2辺から等距離にある

線分の垂直2等分線上の点は、線分の両端から等距離にある

四角形  $A B C D$ で、4つの内角が等しいとき、 $A C = B D$ である

四角形  $A B C D$ で、4辺が等しいとき、 $A C = B D$ である

$n$ 角形の内角の和は  $180(n - 2)^\circ$  である

$n$ 角形の外角の和は  $180(n - 2)^\circ$  である

$n$ 角形の対角線の本数は  $n(n - 3)$  本である

練習5 次の命題の真偽を調べ、真には、偽には×を付けなさい

$x=4$  ならば  $5x=20$  である

$x^2=9$  のとき、 $x=3$  である

$2x-8=0$  のとき、 $x=4$  である

$3x+1=10$  ならば、 $x=3$  である

$x=1$  ,  $y=3$  ならば、 $x+y=4$  である

$x=1$  ,  $y=-1$  ならば  $x^2-2xy+y^2=0$  である

$xy=0$  のとき、 $x=0$  である

$xy=1$  ならば  $x=y=1$

$x=y$  ,  $y=z$  のとき、 $x=z$  である

3.001 は3以下である

$ab>0$  ならば、 $a>0$  ,  $b>0$  である

$a<0$  ,  $b<0$  ならば、 $ab<0$  である

$2x-5<11$  ならば  $x>8$  である

$2-3x>8$  ならば  $x>2$  である

$x<2$  ならば  $4x-3>5$  である

$x<1$  ならば、 $-5x+1>-4$  である

練習6 次の条件  $p$  ,  $q$  で、命題  $p \rightarrow q$  の真偽を集合を使って調べなさい。(真、偽×)

実数  $x$  で、 $p: x \geq 3$  ,  $q: x < 6$

$p$ : 自然数  $n$  は4の約数 ,  $q$ : 自然数  $n$  は8の約数

$p$ : 自然数  $n$  は3の倍数 ,  $q$ : 自然数  $n$  は6の倍数

実数  $x$  で、 $p: x < 0$  ,  $q: x^2 < 2$

練習7 命題「自然数  $n$  は6の倍数  $p$ 」が真となる条件  $p$ 、  
また命題「 $q$  自然数  $n$  は6の倍数」が真となる条件  $q$  を、  
次の中からそれぞれ選びなさい

自然数  $n$  は3の倍数

自然数  $n$  は8の倍数

自然数  $n$  は12の倍数

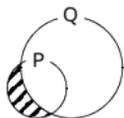
反例・逆

例2 次の ( ) の中をうめなさい

命題「 $p \rightarrow q$ 」が偽であることを示すには「 $p$ を満たすが $q$ を満たさない」

例を1つだけ示せばよい。このような例を ( ) という

命題「 $p \rightarrow q$ 」で、仮定と結論を入れかえた命題「 $q \rightarrow p$ 」を  
もとの命題の ( ) という



練習1 次の命題は偽である。反例をあげなさい

楽器 ピアノ

日本に住んでいる 東京に住んでいる

自然数 素数

素数 奇数

3の倍数 6の倍数

6の約数 3の約数

$x$  は整数  $x$  は自然数

自然数  $m, n$  で、  
積  $mn$  が偶数  $m, n$  は偶数

$x^2$  は整数  $x$  は整数

三角形 二等辺三角形

平行四辺形 長方形

空間で、交わらない2直線 平行

練習2 次の命題は偽である。反例をあげなさい

$x^2 = 9$   $x = 3$

$x^2 - 2xy + y^2 = 0$   $x = 1, y = 1$

$xy = 0$   $x = 0$

$ax = ay$   $x = y$

自然数  $m, n$  で、  
積  $mn$  は偶数 和  $m + n$  は偶数

自然数  $m, n$  で、  
積  $mn$  は偶数 和  $m + n$  は奇数

$x < 5$   $x < 2$

$xy < 0$   $x + y = 0$

$x + y > 0$   $x > 0, y > 0$

$x > 0 > y$   $x + y > 0$

練習3 次の命題は偽である。反例をあげなさい

$$x < 3 \quad x^2 < 9$$

$$x^2 < 25 \quad x < 2$$

$$x > y \quad x^2 > y^2$$

$$x^2 > y^2 \quad x > y$$

$$x > -5 \quad 1 > -\frac{5}{x}$$

$$\frac{3}{x} < 1 \quad 3 < x$$

練習4 次の命題の逆を作り、その真偽を言いなさい

$$x = 0 \quad x^2 = 0$$

$$\text{実数 } x \text{ で、} x = 5 \quad x^2 = 25$$

必要条件・十分条件

例3 次の( )の中をうめなさい

命題  $p$   $q$  が真のとき、 $p$  は  $q$  であるための( )条件で、

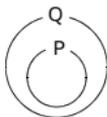
$q$  は  $p$  であるための( )条件である、という。

命題  $p$   $q$  が真のとき、 $p$  は  $q$  であるための( )条件

といい、 $p$  と  $q$  は( )であるという (例 2 の倍数 偶数)

条件  $p$  に対して、「 $p$  でない」という条件を  $p$  の( )といい、

( )で表す



練習1 次の( )に適する言葉を入れよ

$a$  が偶数であることは、 $a = 2$  であるための( )

$a = 2$  であることは、 $a$  が偶数であるための( )

$x > 1$  は  $x > 0$  であるための( )  $x > 0$  は  $x > 1$  であるための( )

整数  $m, n$  が同符号なのは、整数  $m, n$  の積が正であるための( )

整数  $m, n$  の積が正であることは、整数  $m, n$  が同符号であるための( )

自然数  $m$  が 3 の倍数なのは、自然数  $m$  が 2 の倍数であるための ( )

自然数  $m$  が 2 の倍数なのは、自然数  $m$  が 3 の倍数であるための ( )

練習2 次の、条件  $p$  は条件  $q$  であるための、何条件ですか

$$p: x = -2, q: x^2 = 4$$

$$p: x^2 = 4, q: x = -2$$

$$p: x = y = 2, q: xy = 4$$

$$p: xy = 4, q: x = y = 2$$

$$p: x(x - y) = 0, q: x = y$$

$$p: x = y, q: x(x - y) = 0$$

$$p: x + y = 0, q: x = y = 0$$

$$p: x = y = 0, q: x + y = 0$$

$$p: a = b, q: a^2 = b^2$$

$$p: a^2 = b^2, q: a = b$$

$$p: a = b, q: a + c = b + c$$

$$p: a + c = b + c, q: a = b$$

$$p: a = b, q: (a - b)^2 = 0$$

$$p: (a - b)^2 = 0, q: a = b$$

$$p: x = y = 0, q: x^2 + y^2 = 0$$

$$p: x^2 + y^2 = 0, q: x = y = 0$$

練習3 次の、条件  $p$  は条件  $q$  であるための、何条件ですか

整数  $m, n$  で、 $p: m + n > 0$  ,  
 $q: 整数 m, n$  はともに正

整数  $m, n$  で、 $p: 整数 m, n$  は  
 ともに正 ,  $q: m + n > 0$

自然数  $m, n$  で、 $p: 積 mn$  が偶数 ,  
 $q: m$  が偶数

自然数  $m, n$  で、 $p: m$  が偶数 ,  
 $q: 積 mn$  が偶数

$$p: x > y, q: ax > ay$$

$$p: ax > ay, q: x > y$$

$$p: xy > 0, q: x + y > 0$$

$$p: x + y > 0, q: xy > 0$$

練習4 次の、条件  $p$  は条件  $q$  であるための、何条件ですか

$$p: x > y, q: x^2 > y^2$$

$$p: x^2 > y^2, q: x > y$$

四角形で、 $p$ : 正方形,  $q$ : 長方形

四角形で、 $p$ : 長方形,  $q$ : 正方形

三角形で、 $p$ : 正三角形である,  $q$ : 二等辺三角形である

三角形で、 $p$ : 二等辺三角形である,  $q$ : 正三角形である

三角形で、 $p$ : 3つの内角の大きさが等しい,  $q$ : 正三角形である

三角形で、 $p$ : 正三角形である,  $q$ : 3つの内角の大きさが等しい

四角形で、 $p$ : 4つの内角の大きさが等しい,  $q$ : 正方形である

四角形で、 $p$ : 正方形である,  $q$ : 4つの内角の大きさが等しい

練習5 次の条件の否定を述べなさい

$x$  は偶数である

$x$  は奇数である

$x$  は有理数である

$x$  は負の数である

$x$  は4以上である

$x$  は7より小さい

$$x \leq -5$$

$$x > -7$$

$m, n$  はともに偶数である

$a, b$  はともに奇数である

$m, n$  の少なくとも一方は偶数

$a, b$  の少なくとも一方は奇数である

かつ・または

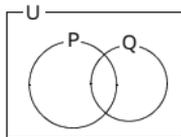
例4 次の ( ) の中をうめなさい

条件  $p$  を満たすものの集合を  $P$ 、条件  $q$  を満たすものの集合を  $Q$  とすると条件 「  $p$  かつ  $q$  」 を満たすものの集合は  $P$  ( )  $Q$ 条件 「  $p$  または  $q$  」 を満たすものの集合は  $P$  ( )  $Q$ 

ド・モルガンの法則

$$\overline{P \cap Q} = \overline{P} \cap \overline{Q} \quad \text{より} \quad \overline{p \text{ かつ } q} = \overline{p} \text{ または } \overline{q}$$

$$\overline{P \cup Q} = \overline{P} \cap \overline{Q} \quad \text{より} \quad \overline{p \text{ または } q} = \overline{p} \text{ かつ } \overline{q}$$



練習1 次の、条件  $p$  は条件  $q$  であるための、何条件ですか  
 自然数  $m, n$  で、 $p: m$  または  $n$  が偶数,  $q: mn$  が偶数

自然数  $m, n$  で、 $p: mn$  が偶数,  $q: m$  または  $n$  が偶数

$$p: xy=0 \text{ かつ } x+y=0, \quad q: x=y=0$$

$$p: x=y=0, \quad q: xy=0 \text{ かつ } x+y=0$$

$$p: x>y \text{ かつ } a>b, \quad q: x+a>y+b$$

$$p: x+a>y+b, \quad q: x>y \text{ かつ } a>b$$

$$p: x>y \text{ かつ } a>b, \quad q: ax>by$$

$$p: ax>by, \quad q: x>y \text{ かつ } a>b$$

$$p: x \geq 0 \text{ かつ } y \geq 0, \quad q: xy \geq 0$$

$$p: xy \geq 0, \quad q: x \geq 0 \text{ かつ } y \geq 0$$

練習2 次の条件の否定を作りなさい

$$a=0 \text{ または } b=0$$

$$x \geq 2 \text{ かつ } y \geq 6$$

$$x \geq 1 \text{ または } y > 5$$

$$x > 0 \text{ かつ } y > 0$$

$$x \geq 4 \text{ または } x \geq 7$$

$$x \geq 3 \text{ かつ } y \geq 3$$

$$x < -5 \text{ または } 4 < x$$

$$x < 2 \text{ かつ } x < 8$$

## 対偶

例5 次の ( ) の中をうめなさい

命題「 $p \quad q$ 」に対して

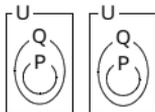
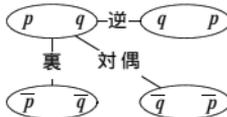
「 $q \quad p$ 」をもとの命題の ( ) という

「 $\bar{q} \quad \bar{p}$ 」をもとの命題の ( ) という

命題「 $p \quad q$ 」が真でも、逆「 $q \quad p$ 」は真とは限らない

命題「 $p \quad q$ 」とその対偶「 $\bar{q} \quad \bar{p}$ 」は、( )

が一致する



練習 次の命題の対偶を書いて、その真偽を調べなさい

自然数  $a$  で、 $a$  は 6 の倍数  $a$  は 2 の倍数

自然数  $a$  で、 $a$  は 9 の倍数  $a$  は 3 の倍数

自然数  $a$  で、 $a^2$  は偶数  $a$  は奇数

自然数  $a$  で、 $a^2$  は 3 の倍数  $a$  は 3 の倍数

$x=0 \quad x^2=0$

四角形で、ひし形 平行四辺形

自然数  $a, b$  で、積  $ab$  は偶数  $a$  は偶数かつ  $b$  は偶数

$x+y<0 \quad x<0$  または  $y<0$

$a+b$  は無理数  $a, b$  の少なくとも一方は無理数

$ab<0 \quad a, b$  の少なくとも一方は 0 より小さい

自然数  $a, b$  で、積  $ab$  は偶数  $a, b$  の少なくとも一方は偶数

**証明**

## 復習

例1 次の証明をしない

奇数と偶数の和は奇数になることを証明しない

偶数と偶数の和は偶数になることを証明しない

練習 次の証明をしない

奇数と奇数の和は偶数になることを証明しない

奇数と奇数の積は奇数になることを証明しない

奇数の平方は奇数になることを証明しない

3で割ると2余る整数の平方は、3で割ると1余る。これを証明しない

## 対偶を利用する証明

例2 対偶を利用して、次の命題を証明しなさい

自然数  $n$  で、 $n^2$  が奇数ならば、 $n$  は奇数である

練習 対偶を利用して次の命題を証明しなさい

自然数  $n$  で、 $n^2$  が偶数ならば、 $n$  は偶数である

自然数  $n$  で、 $3n+1$  が偶数  $n$  は奇数である

自然数  $n$  で、 $3n-1$  が奇数  $n$  は偶数である

自然数  $n$  で、 $n^2+3$  が偶数ならば、 $n$  は奇数である

自然数  $n$  で、 $n^2 - 1$  が奇数ならば、 $n$  は偶数である

$$a + b > 0 \quad a > 0 \text{ または } b > 0$$

自然数  $n$  で、 $n^2$  は 3 の倍数  $n$  は 3 の倍数

### 背理法を利用する証明

例3 背理法を利用して、次の命題を証明しなさい

$\sqrt{5}$  が無理数ならば、 $3\sqrt{5}$  は無理数である

練習 背理法を利用して、次の命題を証明しなさい

$\sqrt{3}$  が無理数ならば、 $2\sqrt{3} - 1$  は無理数である


 確 認 問 題

1 次の命題の真偽を調べ、真には、偽には  $\times$  を付けなさい

ギターならば楽器である

日本に住んでいる人は大阪に住んでいる

素数は5である

1は素数である

2と3の最小公倍数は6である

2の倍数ならば4の倍数である

8の倍数は4の倍数である

3の約数ならば6の約数である

8の約数ならば4の約数である

$x$ が整数ならば、 $x$ は自然数である

$x$ が素数ならば、 $x$ は自然数である

$x$ が4の倍数ならば、 $x$ は2の倍数である

2つの数  $m, n$  が偶数ならば、その積  $mn$  も偶数である

平行な2直線ならば、錯角は等しい

正三角形の3つの外角の大きさは等しい

二等辺三角形ならば正三角形である

平行四辺形は台形である

空間で、平行な2直線は、交わらない

2 次の命題の真偽を調べ、真には、偽には  $\times$  を付けなさい

$x=4$  のとき、 $x^2=16$  である

$x=2, y=5$  ならば、 $x+y=7$  である

$x=0$  のとき、 $xy=0$  である

$xy=1$  ならば  $x=y=1$

$x=y, y=z$  のとき、 $x=z$  である

$a>0, b>0$  ならば、 $ab>0$  である

$a<0, b<0$  ならば、 $ab<0$  である

実数  $x$  で、 $x<0$  ならば  $x^2<0$  である

## 3 次の命題は偽である。反例をあげなさい

動物　ねこ

四国に住んでいる　香川に住んでいる

自然数　素数

奇数　素数

4 の倍数　8 の倍数

9 の約数　3 の約数

 $x$  は有理数　 $x$  は整数自然数  $m, n$  で、  
積  $mn$  が偶数　 $m, n$  は偶数 $x^2$  は自然数　 $x$  は自然数

三角形　二等辺三角形

平行四辺形　ひし形

空間で、交わらない 2 直線　平行

## 4 次の命題は偽である。反例をあげなさい

 $x^2 = 25$ 　 $x = 5$  $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 　 $x = 0$  ,  $y = 0$  $xy = 0$ 　 $x = 0$  $ax = ay$ 　 $x = y$ 自然数  $m, n$  で、  
積  $mn$  は偶数　和  $m + n$  は偶数自然数  $x, y, z$  で、  
積  $xyz$  は偶数　 $x, y, z$  はすべて偶数 $x > 4$ 　 $x > 6$  $xy > 0$ 　 $x + y = 0$  $x + y < 0$ 　 $x < 0$  ,  $y < 0$  $x < 0 < y$ 　 $x + y < 0$  $x > 4$ 　 $x^2 < 16$  $x^2 > 9$ 　 $x > 3$  $x < y$ 　 $x^2 < y^2$  $x^2 < y^2$ 　 $x < y$

## 5 次の命題の逆を作り、その真偽を言いなさい

$x=0 \quad x^2=0$

実数  $x$  で、 $x=4 \quad x^2=16$

## 6 次の ( ) に適する言葉を入れよ

 $a$  が奇数であることは、 $a=5$  であるための ( ) $x < 3$  は  $x < 8$  であるための ( )整数  $m, n$  が異符号なのは、整数  $m, n$  の積が負であるための ( )自然数  $m$  が 4 の倍数なのは、自然数  $m$  が 5 の倍数であるための ( )7 次の、条件  $p$  は条件  $q$  であるための、何条件ですか

$p: x = -3, q: x^2 = 9$

$p: xy = 9, q: x = y = 3$

$p: x = y, q: x(x - y) = 0$

$p: x + y = 2, q: x = y = 1$

$p: a = b, q: a^2 = b^2$

$p: a = b, q: a + c = b + c$

$p: (a - b)^2 = 0, q: a = b$

$p: x = y = 0, q: x^2 + y^2 = 0$

整数  $m, n$  で、 $p: m + n < 0$  ,  
 $q: 整数 m, n$  はともに負自然数  $m, n$  で、 $p: m$  が奇数 ,  
 $q: 積 mn$  が奇数

$p: x < y, q: ax < ay$

$p: x + y < 0, q: xy < 0$

$p: x < y, q: x^2 < y^2$

四角形で、 $p: 正方形$  ,  $q: ひし形$ 三角形で、 $p: 二等辺三角形である$  ,  $q: 正三角形である$

**8** 次の条件の否定を述べなさい $x$  は奇数である $x$  は正の数である $x$  は 5 以下である $x$  は 4 より大きい $x > -2$  $x < -8$  $m, n$  はともに奇数である $a, b$  はともに偶数である $m, n$  の少なくとも一方は奇数 $a, b$  の少なくとも一方は偶数である**9** 次の、条件  $p$  は条件  $q$  であるための、何条件ですか自然数  $m, n$  で、 $p: m$  または  $n$  が偶数,  $q: mn$  が偶数自然数  $m, n$  で、 $p: mn$  が偶数,  $q: m$  または  $n$  が偶数 $p: xy=0$  かつ  $x+y=0$ ,  $q: x=y=0$  $p: x=y=0$ ,  $q: xy=0$  かつ  $x+y=0$  $p: x>y$  かつ  $a>b$ ,  $q: x+a>y+b$  $p: x+a>y+b$ ,  $q: x>y$  かつ  $a>b$  $p: x>y$  かつ  $a>b$ ,  $q: ax>by$  $p: ax>by$ ,  $q: x>y$  かつ  $a>b$  $p: x \geq 0$  かつ  $y \geq 0$ ,  $q: xy \geq 0$  $p: xy \geq 0$ ,  $q: x \geq 0$  かつ  $y \geq 0$ **10** 次の条件の否定を作りなさい $a=0$  または  $b=0$  $x < 4$  かつ  $y \geq 9$  $x \geq 2$  または  $y > 4$  $x < 0$  かつ  $y > 0$  $x \geq 5$  または  $x < 9$  $x < 2$  かつ  $y \geq 7$

**11** 次の命題の対偶を書いて、その真偽を調べなさい

自然数  $a$  で、 $a$  は 8 の倍数  $a$  は 2 の倍数

自然数  $a$  で、 $a$  は 6 の倍数  $a$  は 3 の倍数

自然数  $a$  で、 $a^2$  は偶数  $a$  は偶数

自然数  $a$  で、 $a^2$  は 5 の倍数  $a$  は 5 の倍数

$x = 0$   $x^2 = 0$

四角形で、長方形 平行四辺形

自然数  $a, b$  で、積  $ab$  は偶数  $a$  は偶数かつ  $b$  は偶数

$x + y < 0$   $x < 0$  または  $y < 0$

$a + b$  は無理数  $a, b$  の少なくとも一方は無理数

$ab < 0$   $a, b$  の少なくとも一方は 0 より小さい

自然数  $a, b$  で、積  $ab$  は偶数  $a, b$  の少なくとも一方は偶数

**12** 次の証明をしなさい

奇数と奇数の和は偶数になることを証明しなさい

奇数と奇数の積は奇数になることを証明しなさい

奇数の平方は奇数になることを証明しなさい

3で割ると2余る整数の平方は、3で割ると1余る。これを証明しなさい

**13** 対偶を利用して次の命題を証明しなさい

自然数  $n$  で、 $n^2$  が偶数ならば、 $n$  は偶数である

自然数  $n$  で、 $3n+1$  が偶数  $n$  は奇数である

自然数  $n$  で、 $3n-1$  が奇数  $n$  は偶数である

自然数  $n$  で、 $n^2+3$  が偶数ならば、 $n$  は奇数である

自然数  $n$  で、 $n^2 - 1$  が奇数ならば、 $n$  は偶数である

$$a + b > 0 \quad a > 0 \text{ または } b > 0$$

自然数  $n$  で、 $n^2$  は 3 の倍数  $n$  は 3 の倍数

**14** 背理法を利用して、次の命題を証明しなさい

$\sqrt{3}$  が無理数ならば、 $2\sqrt{3} - 1$  は無理数である

$a, b$  を有理数とするとき、 $\sqrt{3}$  が無理数であることを用いて、 $a + b\sqrt{3} = 0$  ならば  $a = b = 0$  を証明しなさい

## 第 5 章 三角形と比

### 平行線と比 (復習 1)

内分・外分

例1 次の問いに答えなさい

4 cm の線分 AB を 1 : 3 に内分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

4 cm の線分 AB を 3 : 2 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

4 cm の線分 AB を 1 : 3 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

練習1 次の問いに答えなさい

6 cm の線分 AB を 1 : 2 に内分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

6 cm の線分 AB を 4 : 3 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

6 cm の線分 AB を 1 : 7 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

8 cm の線分 AB を 1 : 2 に内分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

8 cm の線分 AB を 5 : 3 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

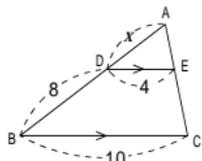
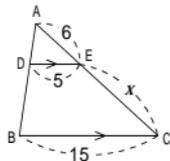
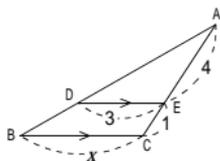
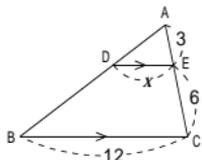
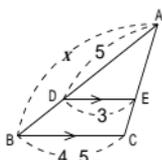
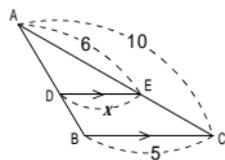
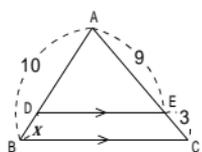
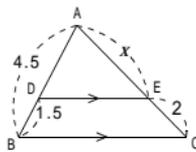
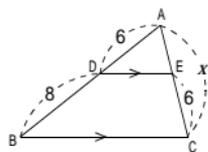
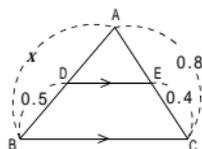
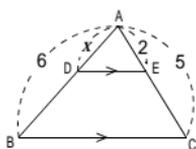
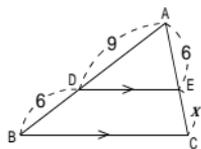
8 cm の線分 AB を 2 : 7 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

9 cm の線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

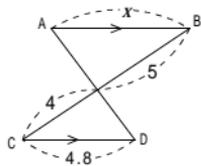
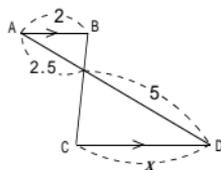
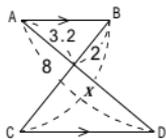
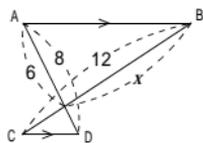
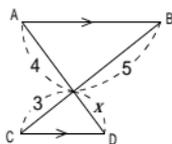
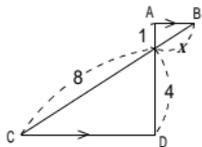
9 cm の線分 AB を 5 : 2 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

9 cm の線分 AB を 3 : 7 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

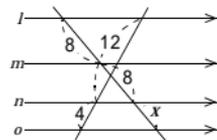
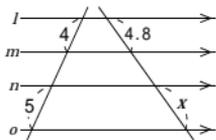
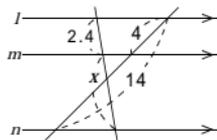
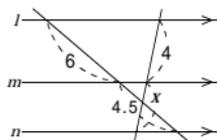
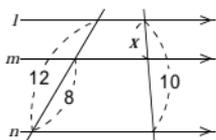
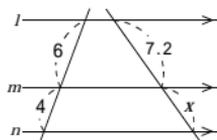
練習2 DE//BCのとき  $x$  の値を求めなさい



練習3  $AB \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい

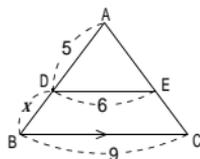
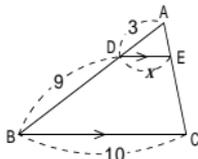
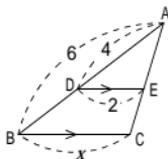
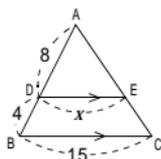
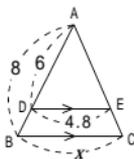
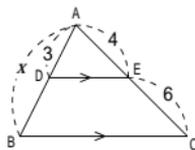
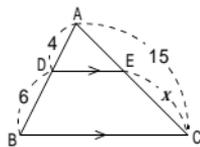
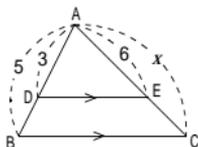
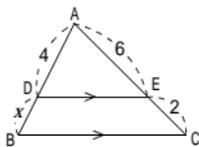
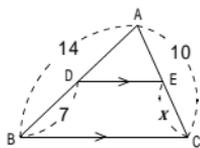
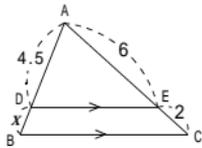
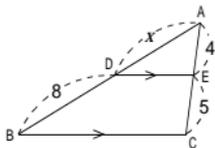


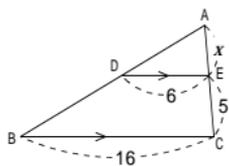
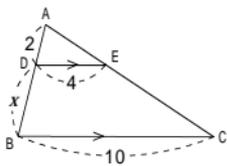
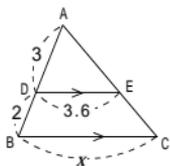
練習4  $l \parallel m \parallel n \parallel o$  のとき  $x$  の値を求めなさい



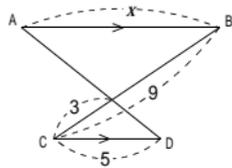
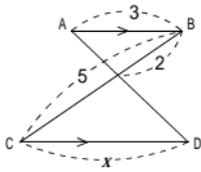
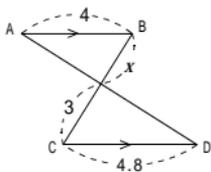
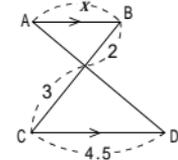
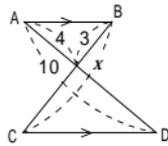
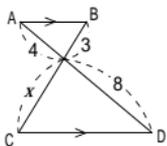
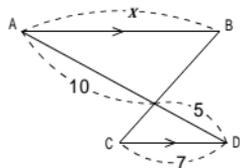
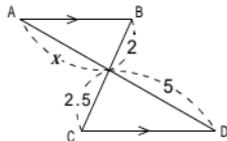
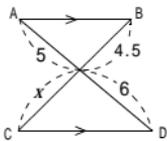
# 確認問題

1  $DE \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい

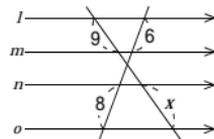
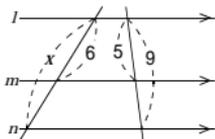
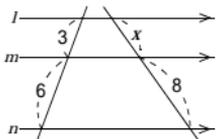
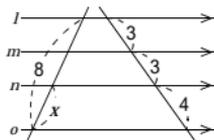
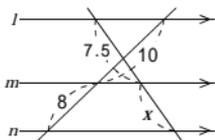
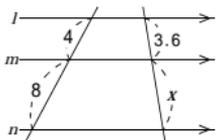




2  $AB \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい



3  $l \parallel m \parallel n \parallel o$  のとき  $x$  の値を求めなさい



4 次の問に答えなさい

5 cm の線分 AB を 3 : 2 に内分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

5 cm の線分 AB を 6 : 1 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

5 cm の線分 AB を 2 : 3 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

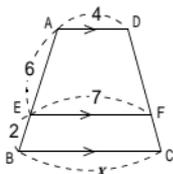
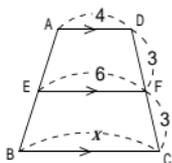
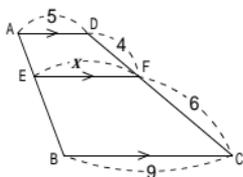
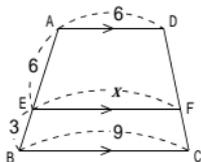
10 cm の線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

10 cm の線分 AB を 8 : 3 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

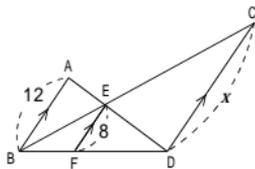
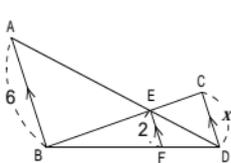
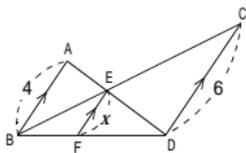
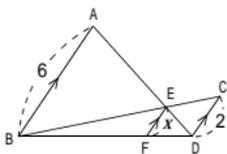
10 cm の線分 AB を 2 : 7 に外分する点 P とし、AP の長さを求めなさい

# 平行線と比 (復習 2)

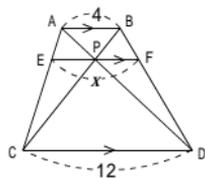
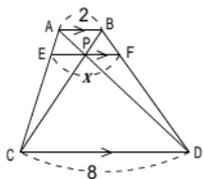
練習1  $AD \parallel EF \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい



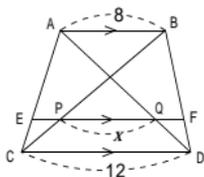
練習2  $AB \parallel EF \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい



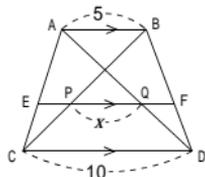
練習3  $AB \parallel EF \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい



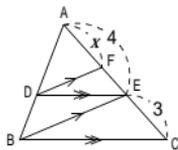
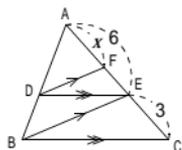
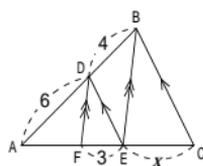
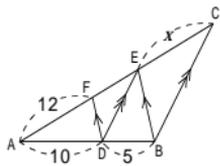
( $AE : EC = 3 : 1$ )



( $AE : EC = 3 : 2$ )

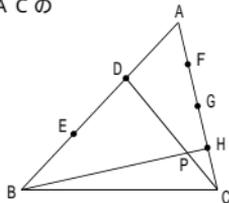


練習4  $DE \parallel BC$ ,  $BE \parallel DF$  のとき  $x$  の値を求めなさい

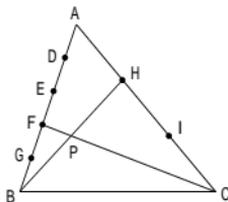


求めたい線分に平行線を引く

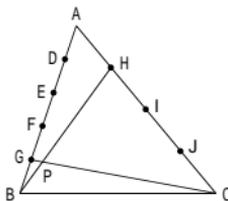
例1 右の図で、点D, EはABの3等分点、点F, G, HはACの4等分点である。このときBP : PHを求めなさい



練習1 右の図で、点D, E, F, G, はABの5等分点、点H, IはACの3等分点である。このときCP : PFを求めなさい

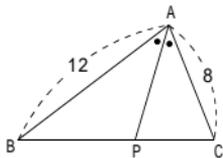


練習2 右の図で、点D, E, F, G, はABの5等分点、点H, I, JはACの4等分点である。このときGP : PCを求めなさい

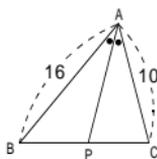
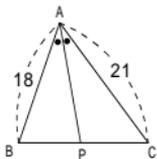
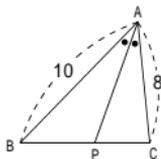


2等線に平行線を引く

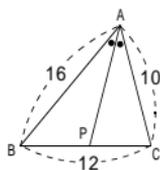
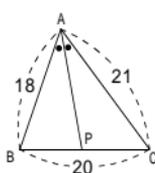
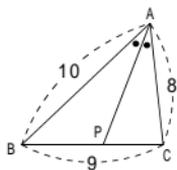
例2 APが  $\angle BAC$  ( $\angle A$ の二等分線)のときBP : PCを求めなさい。また、 $BC = 13 \text{ cm}$ のときBP、PCの長さを求めなさい



練習1 APが  $\angle BAC$ の二等分線のときBP : PCを求めなさい

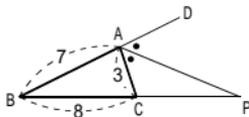


練習2 APが  $\triangle ABC$  の二等分線するときBPの長さを求めなさい

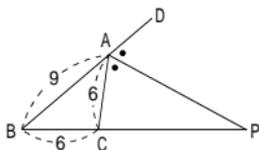
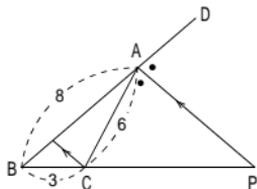
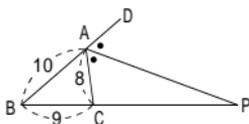
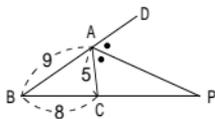


2等分線に平行線を引く

例3 APが  $\triangle DAC$  ( $\triangle ABC$ の外角)の二等分線するときCPの長さを求めなさい

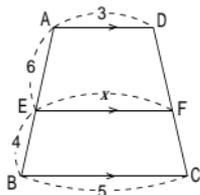
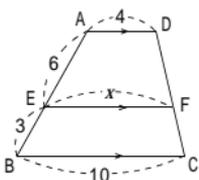
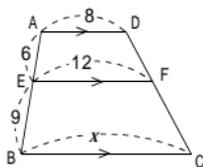
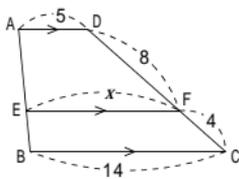
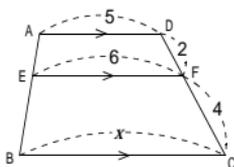
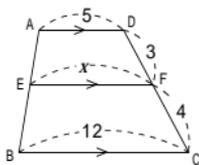


練習 APが  $\triangle DAC$  ( $\triangle ABC$ の外角)の二等分線するときCPの長さを求めなさい

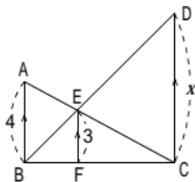
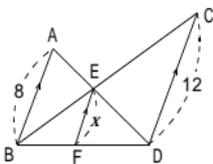
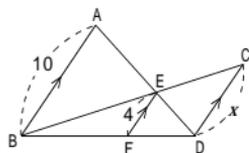
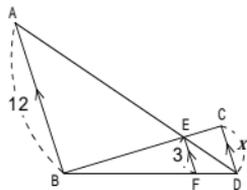
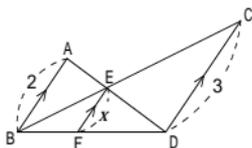
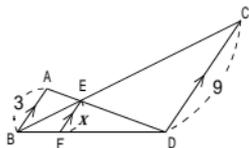


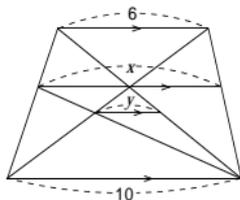
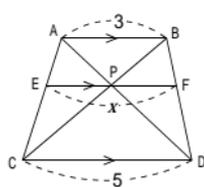
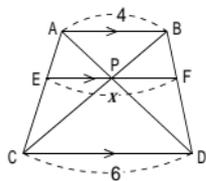
確認問題

1  $AD \parallel EF \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい



2  $AB \parallel EF \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい



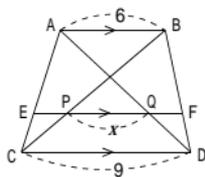
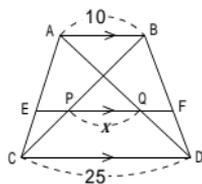
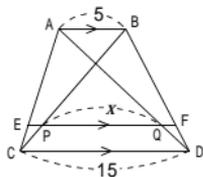


3  $AB \parallel EF \parallel CD$  のとき  $x$  の値を求めなさい

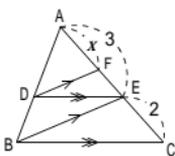
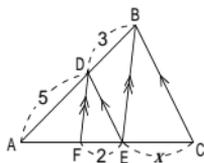
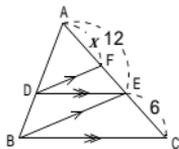
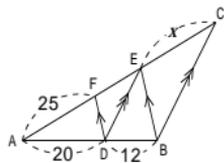
(  $AE : EC = 4 : 1$  )

(  $AE : EC = 3 : 2$  )

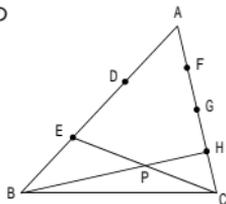
(  $AE : EC = 2 : 1$  )



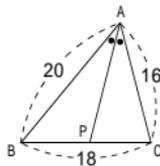
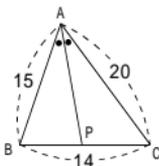
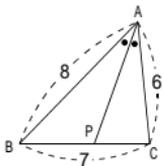
4  $DE \parallel BC$ ,  $BE \parallel DF$  のとき  $x$  の値を求めなさい



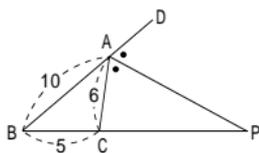
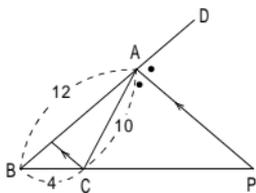
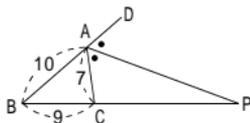
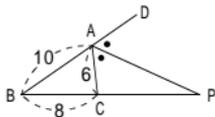
- 5 右の図で、点D, EはABの3等分点、点F, G, HはACの4等分点である。このときBP : PHを求めなさい



- 6 APがBACの二等分線のときBPの長さを求めなさい



- 7 APがDAC (ABCの外角)の二等分線のときCPの長さを求めなさい

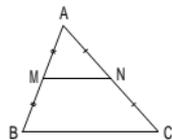


## 中点連結定理

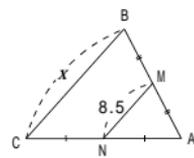
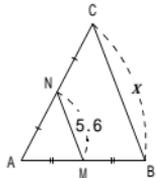
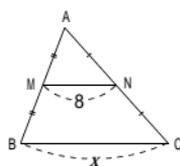
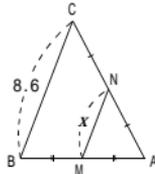
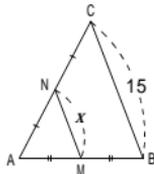
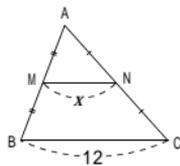
例1 図で、 $M, N$ が $AB, AC$ の中点のとき、  
すなわち $AM = MB, AN = NC$ ならば

$$MN \parallel BC, \quad MN = \frac{1}{2} BC$$

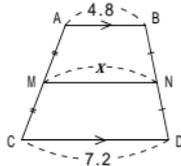
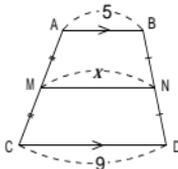
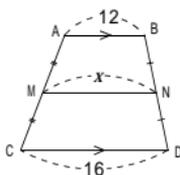
このことを中点連結定理という。

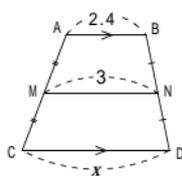
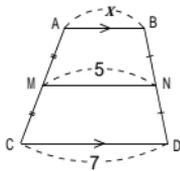
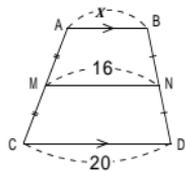


練習1  $M, N$ が $AB, AC$ の中点であるとき  $x$ の値を求めなさい

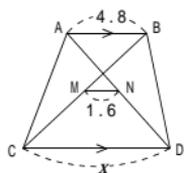
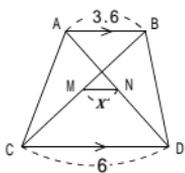
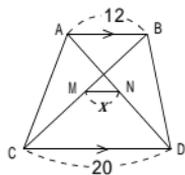


練習2  $AB \parallel CD$ ,  $AC$ の中点を $M$ ,  $BD$ の中点を $N$ とすると  $x$ の値を求めなさい

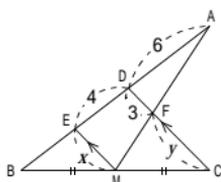
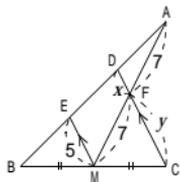
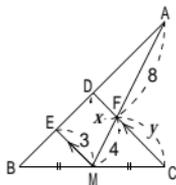
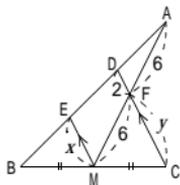




練習3  $AB \parallel CD$ ,  $BC$  の中点を  $M$ ,  $AD$  の中点を  $N$  とするとき  $x$  の値を求めなさい

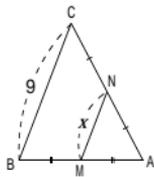
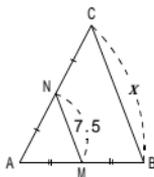
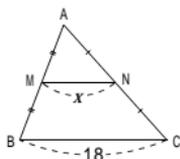


練習4  $EM \parallel CD$ ,  $BC$  の中点を  $M$  とするときの  $x, y$  値を求めなさい

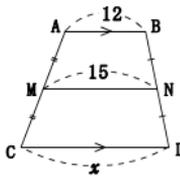
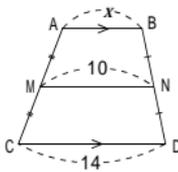
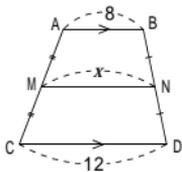
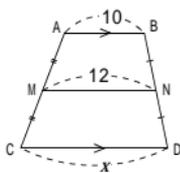
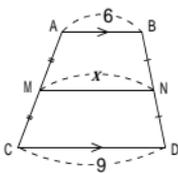
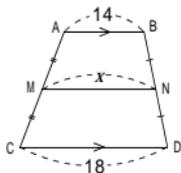


# ● ● ● 確認問題 ● ● ●

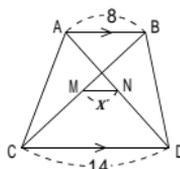
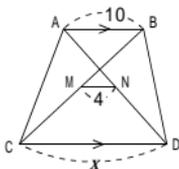
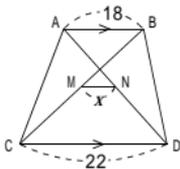
- 1  $M, N$  が  $AB, AC$  の中点であるとき  $x$  の値を求めなさい

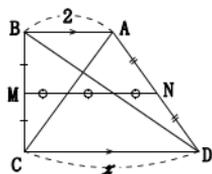
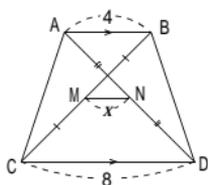
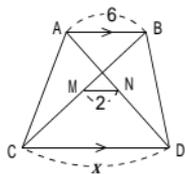


- 2  $AB \parallel CD$ ,  $A$ 、 $C$  の中点を  $M$ ,  $B$ 、 $D$  の中点を  $N$  とするとき  $x$  の値を求めなさい

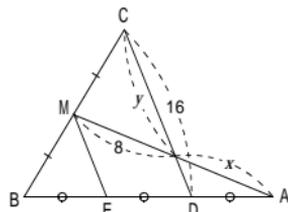
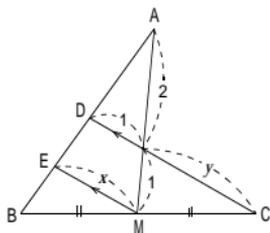
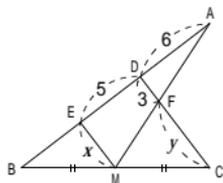
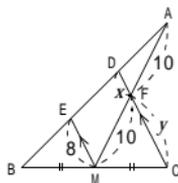


- 3  $AB \parallel CD$ ,  $B$ 、 $C$  の中点を  $M$ ,  $A$ 、 $D$  の中点を  $N$  とするとき  $x$  の値を求めなさい

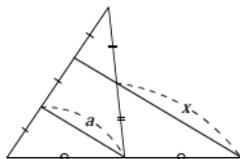




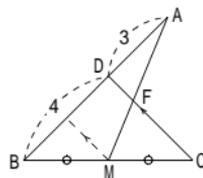
4  $EM \parallel CD$ ,  $B$   $C$  の中点を  $M$  とするとき  $x, y$  の値を求めなさい



$x$  を  $a$  を用いて表しなさい



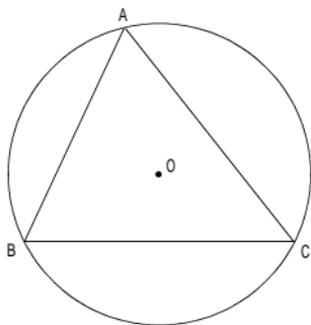
$AF : FM$  を求めなさい



# 三角形の 3 心

外心

例1 外接円について ( ) をうめなさい

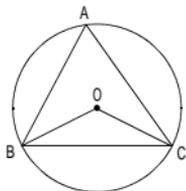


外接円の中心(外心)の作図方法

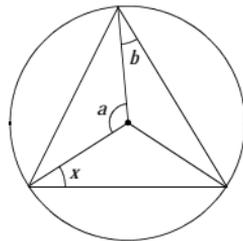
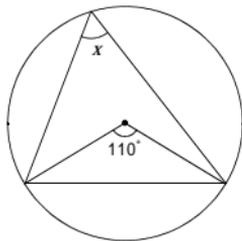
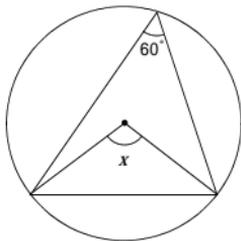
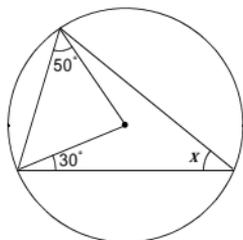
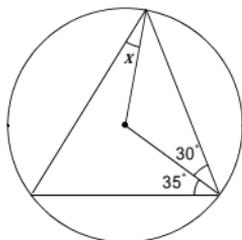
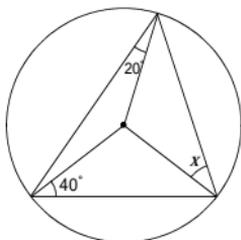
( )

二等辺三角形が ( ) つできる

$\angle BOC = 2$  ( )

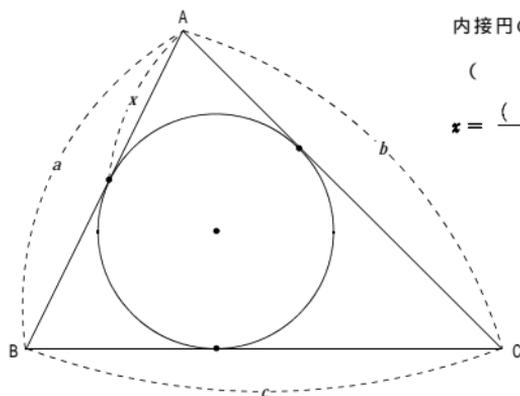


練習 ~ は  $x$  を求めなさい、 は  $x$  を  $a$ 、 $b$  を用いて表しなさい



内心

例2 内接円について ( ) をうめなさい

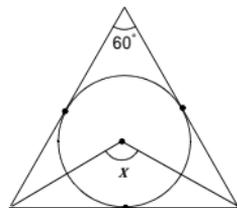
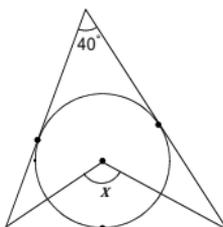
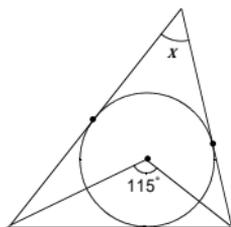
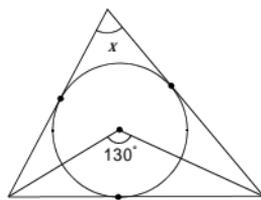
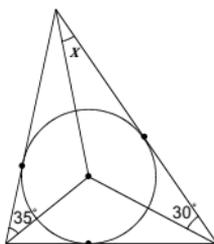
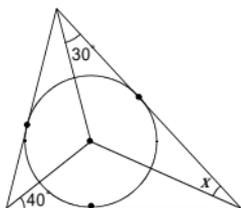


内接円の中心(内心)の作図方法

( )

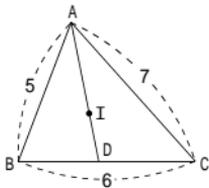
$$x = \frac{(\quad)}{2}$$

練習  $x$  を求めなさい



例3 図で、点Iは  $\triangle ABC$  の内心である。次の問に答えなさい  
 $BD$  の長さを求めなさい

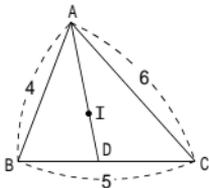
$AI : ID$  を求めなさい



練習1 図で、点Iは  $\triangle ABC$  の内心である。次の問に答えなさい

$BD$  の長さを求めなさい

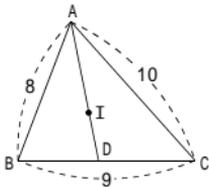
$AI : ID$  を求めなさい



練習2 図で、点Iは  $\triangle ABC$  の内心である。次の問に答えなさい

$BD$  の長さを求めなさい

$AI : ID$  を求めなさい



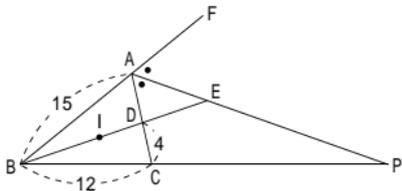
練習3 図で、点Iは  $\triangle ABC$  の内心であり、 $AP$  は  $\triangle FAC$  の2等分線である。次の問に答えなさい

$AD$  の長さを求めなさい

$BI : ID$  を求めなさい

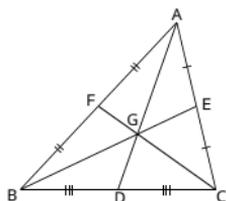
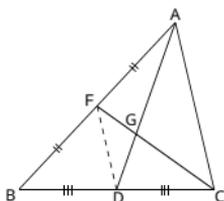
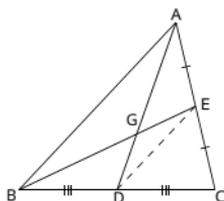
$CP$  の長さを求めなさい

$AE : EP$  を求めなさい



重心

例4 次の問いに答えなさい

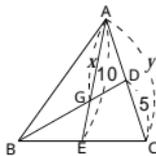
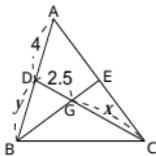
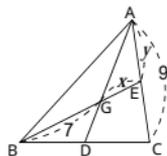
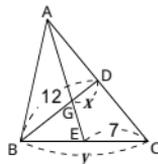
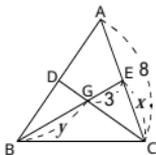
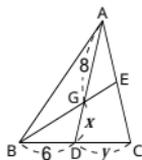


(1) 図で  $AB : DE$ ,  $ABG$  と  $DEG$  の相似比,  $AG : GD$  を求めなさい

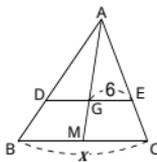
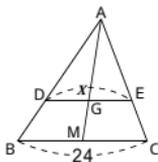
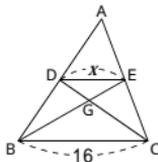
(2) 図で  $AC : DF$ ,  $ACG$  と  $DFG$  の相似比,  $AG : GD$  を求めなさい

三角形の頂点とそれに向かい合う辺の中点を結ぶ線分を(㉑) という  
 三角形の3つの(㉑) は1点で交わる。その点を三角形の(㉒) という。  
 (㉒) は3つの中線をそれぞれ(㉓) : ( )に分ける。  
 上の 図で  $AG : GD = BG : GE = CG : GF = (㉔) : ( )$  である。

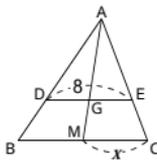
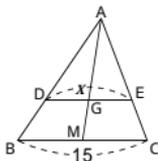
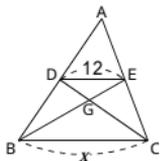
練習 Gが  $ABC$  の重心であるとき  $x, y$  の値を求めなさい



例5  $G$  が  $ABC$  の重心で  $DE \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい



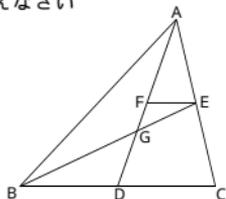
練習  $G$  が  $ABC$  の重心で  $DE \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい



例6  $G$  が  $ABC$  の重心で  $FE \parallel BC$  のとき次の問いに答えなさい

$FG : GD$  を求めなさい

$AF : FG$  を求めなさい

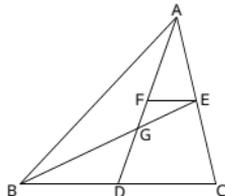


練習  $G$  は  $ABC$  の重心で  $FE \parallel BC$ 、 $AD = 24$  cm のとき次の問いに答えなさい

$AF$  の長さを求めなさい

$FG$  の長さを求めなさい

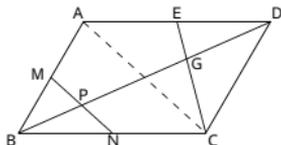
$GD$  の長さを求めなさい



例7 右の図の平行四辺形  $ABCD$  で点  $M, N, E$  はそれぞれ  $AB, BC, AD$  の中点である。このとき次の問いに答えなさい

$BG : GD$  を求めなさい

$PG : GD$  を求めなさい



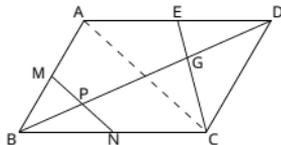
練習 右の図の平行四辺形  $ABCD$  で点  $M, N, E$  はそれぞれ  $AB, BC, AD$  の中点である。

$BD = 12 \text{ cm}$  のとき次の問いに答えなさい

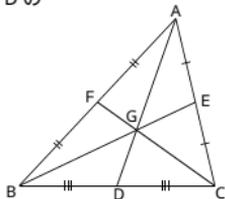
$GD$  の長さを求めなさい

$BP$  の長さを求めなさい

$PG$  の長さを求めなさい



例8  $G$  が  $ABC$  の重心であるとき  $ABC$  の面積は  $GBD$  の面積の何倍ですか。

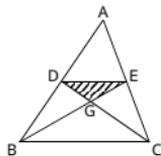
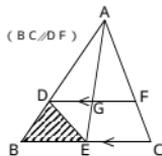
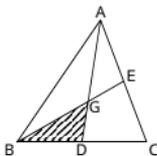


練習  $G$  が  $ABC$  の重心であるとき次の問いに答えなさい

$BDG$  の面積が  $6 \text{ cm}^2$  のとき  $ABG$  の面積を求めなさい

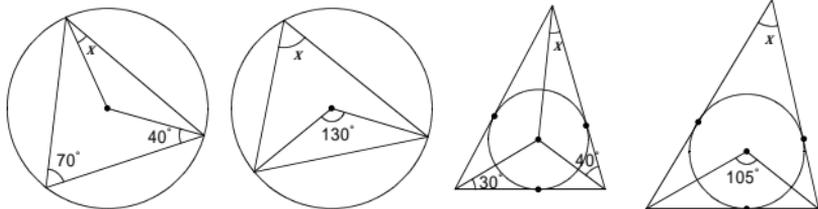
$ABC$  の面積が  $18 \text{ cm}^2$  のとき  $DBE$  の面積を求めなさい

$DEG$  の面積が  $3 \text{ cm}^2$  のとき  $ABC$  の面積を求めなさい

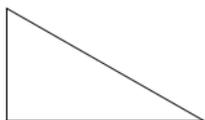
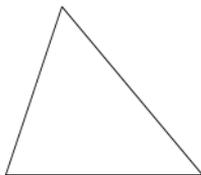
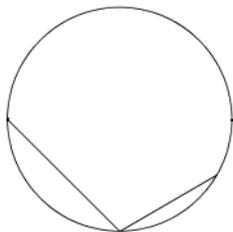


● ● ● ● 確 認 問 題 ● ● ● ●

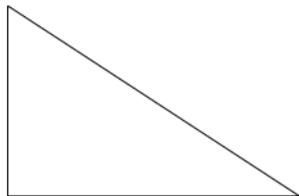
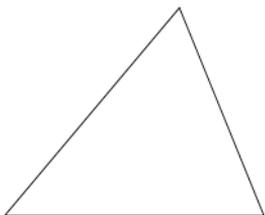
1  $x$  を求めなさい



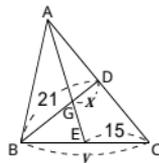
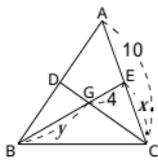
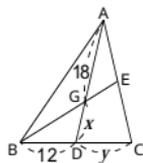
2 右の図で、円の中心を作図で求めなさい    3 次の三角形の外接円を作図しなさい



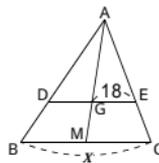
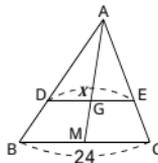
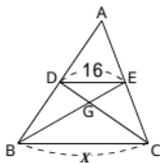
4 次の三角形の内接円を作図しなさい



- 5  $G$  が  $ABC$  の重心であるとき  $x, y$  の値を求めなさい



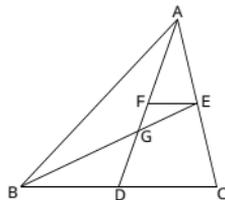
- 6  $G$  が  $ABC$  の重心で  $DE \parallel BC$  のとき  $x$  の値を求めなさい



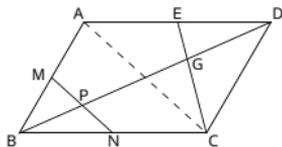
- 7  $G$  は  $ABC$  の重心で  $FE \parallel BC$  である。  $AD = 18$  cm のとき次の問いに答えなさい  
 $AF$  の長さを求めなさい                       $FG$  の長さを求めなさい

$GD$  の長さを求めなさい

$AEF$  の面積が  $6 \text{ cm}^2$  のとき  
 $GBD$  の面積を求めなさい

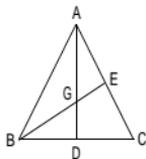


- 8 右の図の平行四辺形  $ABCD$  で点  $M, N, E$  はそれぞれ  $AB, BC, AD$  の中点である。  
 このとき次の問いに答えなさい  
 $PG : GD$  を求めなさい

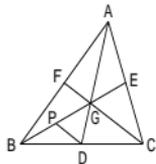


$BD = 18$  cm のとき  $PG$  の長さを求めなさい

- 9 右の図で、点Gは重心、 $BC = a$ 、 $AD = b$ 、 $BE = c$ とすると、 $GBD$ の周りの長さを  $a$ 、 $b$ 、 $c$  を用いて表しなさい



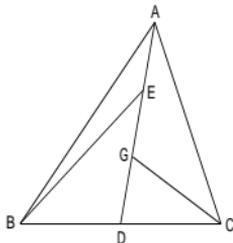
- 10 右の図で3つの中線の長さを、 $AD = 60$  cm、 $BE = 54$  cm、 $CF = 48$  cm とする。Gを重心としてPがBGの中点の時、 $GPD$ の周りの長さを求めなさい



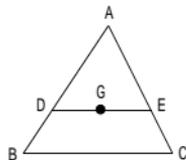
- 11 右の図で、 $ABC$ の重心をG、AGの中点をEとする。次の問に答えなさい  
 $AG : GD$ を求めなさい

$AD = 12$  cm の時、EGの長さを求めなさい

$ABC$ の面積は、 $GDC$ の面積の何倍ですか



- 12 右の図で、 $ABC$ の重心をGとし、Gを通してBCと平行な線分をDEとし、 $BC = 18$  cm の時、DEの長さを求めなさい

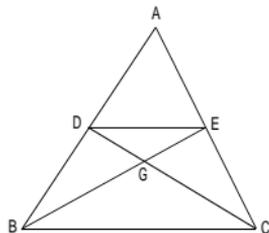


- 13 右の図で、点Gは  $ABC$ の重心であり、 $DE = 12$  cm、 $BE = 21$  cm、 $CD = 18$  cmである。  
 次の線分の長さを求めなさい

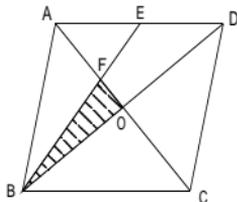
GE

GC

BC



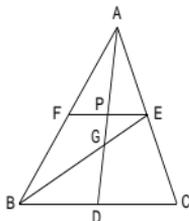
- 14 右の図の斜線の部分の面積は、平行四辺形  $ABCD$  の面積の何分のいくつですか。  
 $E$  は  $AD$  の中点です



- 15 右の図で、点  $G$  は  $\triangle ABC$  の重心である。 $FE \parallel BC$  の時、次の間に答えなさい  
 $\triangle BGD$  と相似な三角形はどれですか

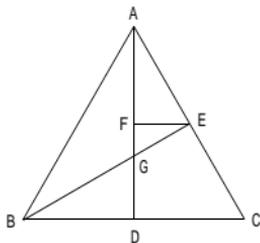
$PG : GD$  を求めなさい

$AP : PG$  を求めなさい



- 16 右の  $\triangle ABC$  で  $AD$ 、 $BE$  はそれぞれ中線である。 $AD$  と  $BE$  との交点を  $G$  とし、 $E$  から  $BC$  に平行に引いた線が  $AD$  と交わる点を  $F$  とする。 $AD = 12 \text{ cm}$  の時、次の間に答えなさい  
 $FG$  の長さを求めなさい

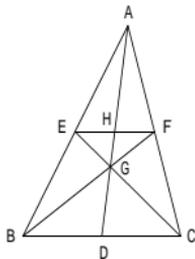
$\triangle ABC$  の面積は  $\triangle FGE$  の面積の何倍ですか



- 17 右の図において、 $G$  を  $\triangle ABC$  の重心とすると、次の間に答えなさい  
 $EH = 3 \text{ cm}$  の時  $BC$  の長さを求めなさい

$HG = 3 \text{ cm}$  の時  $AH$  の長さを求めなさい

$\triangle EFC$  の面積が  $8 \text{ cm}^2$  の時、 $\triangle BFC$  の面積を求めなさい

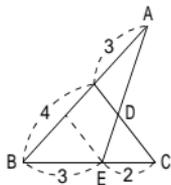


# いろいろな定理

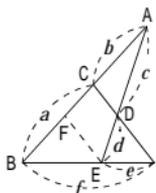
## メネラウスの定理

例1 次の問に答えなさい

図で、 $AD : DE$  を求めなさい



図で、 $\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} \times \frac{f}{e} = 1$  となる



(証明)

$$BC : CF = f : e$$

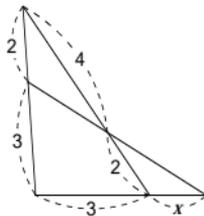
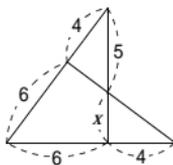
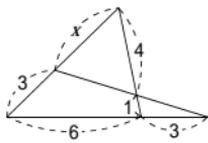
$$\text{よって } CF = a \times \frac{e}{f}$$

$$\text{よって } c : d = b : \frac{ae}{f}$$

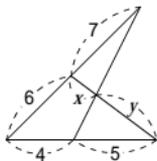
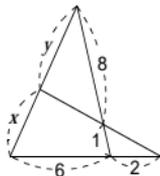
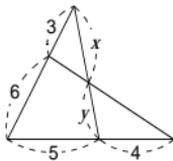
整理すると  $bd = \frac{ace}{f}$  両辺に  $\frac{f}{ace}$  をかけると

$$\frac{bdf}{ace} = 1 \text{ よって } \frac{b}{a} \times \frac{d}{c} \times \frac{f}{e} = 1 \text{ となる}$$

練習1  $x$  の長さを求めなさい



練習2  $x : y$  を求めなさい

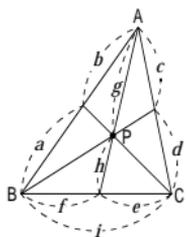


チェバの定理

例2 図で、ABC内の適当な点をPとする。次の問に答えなさい

図で、 $\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} \times \frac{f}{e} = 1$  となる

図で、 $x : y$  を求めなさい



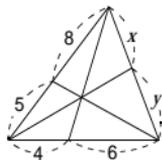
(証明)  
 凹四角形 ABCP より

$$\frac{b}{a} \times \frac{h}{g} \times \frac{i}{e} = 1 \dots$$

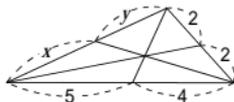
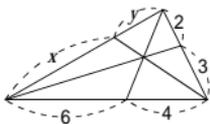
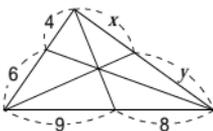
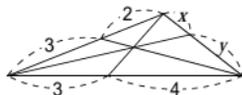
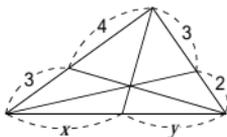
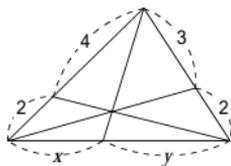
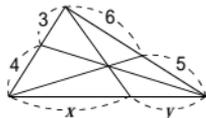
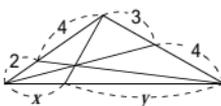
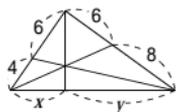
凹四角形 ACBP より

$$\frac{c}{d} \times \frac{h}{g} \times \frac{i}{f} = 1 \dots$$

より  $\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} \times \frac{f}{e} = 1$  となる



練習  $x : y$  を求めなさい

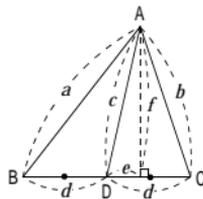


## 中線定理

例3 図の  $ABC$  で、点  $D$  は  $BC$  の中点とする。次の問に答えなさい

図で、 $a^2 + b^2 = 2(c^2 + d^2)$  となる

図で、 $x$  の長さを求めなさい



(証明)

$$a^2 = f + (d+e)^2 \quad \dots$$

$$b^2 = f + (d-e)^2 \quad \dots$$

の両辺を加えると

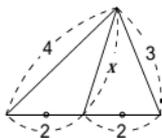
$$a^2 + b^2 = 2f + (d+e)^2 + (d-e)^2$$

整理すると

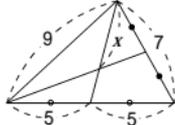
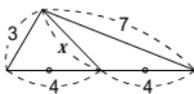
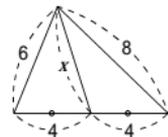
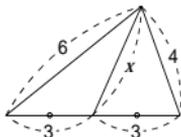
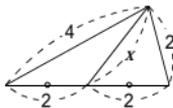
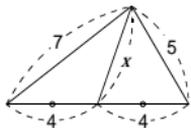
$$a^2 + b^2 = 2f + 2d^2 + 2e^2$$

$$= 2(f+e^2) + 2d^2$$

ここで  $f+e^2 = c^2$  だから  $a^2 + b^2 = 2(c^2 + d^2)$  となる



練習  $x$  の長さを求めなさい



## 三角形の決定

例4 次のような3辺で、三角形はできますか

4 cm, 5 cm, 6 cm

2 cm, 3 cm, 7 cm

練習 次のような3辺の三角形は存在しますか

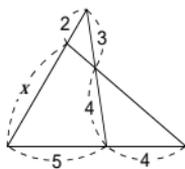
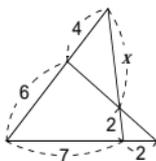
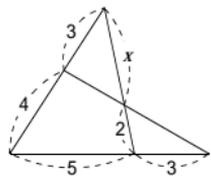
4 cm, 5 cm, 8 cm

3 cm, 6 cm, 9 cm

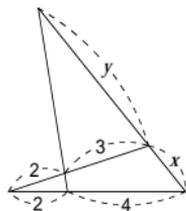
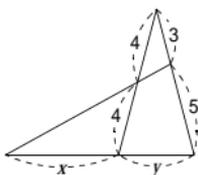
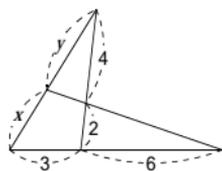
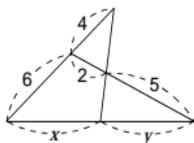
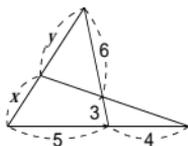
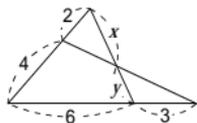
3 cm, 5 cm, 9 cm

確認問題

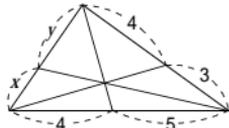
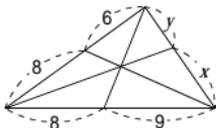
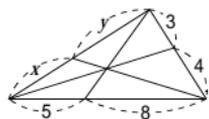
1  $x$  の長さを求めなさい

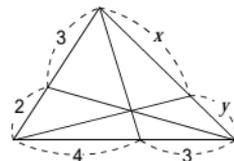
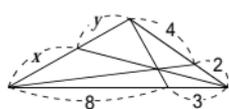
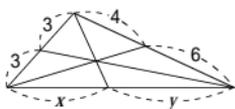
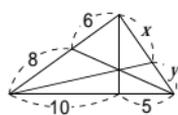
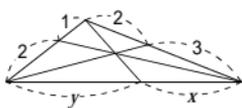
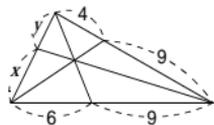


2  $x : y$  を求めなさい

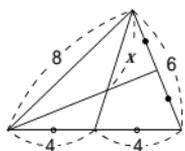
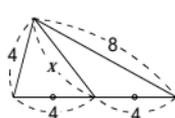
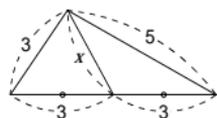
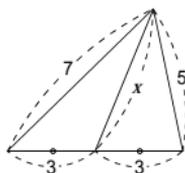
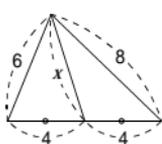
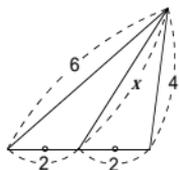


3  $x : y$  を求めなさい





4  $x$  の長さを求めなさい



5 次のような3辺の三角形は存在しますか

$2\text{ cm}, 6\text{ cm}, 7\text{ cm}$

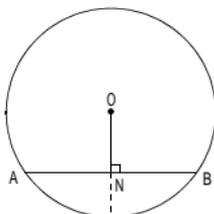
$4\text{ cm}, 5\text{ cm}, 9\text{ cm}$

$2\text{ cm}, 5\text{ cm}, 8\text{ cm}$

# 第 6 章 円

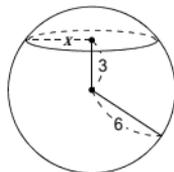
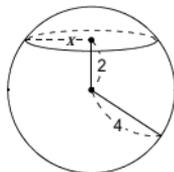
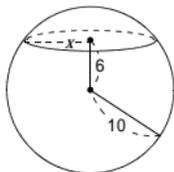
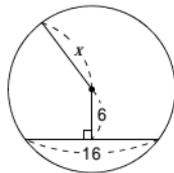
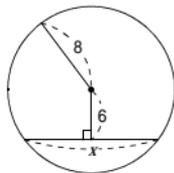
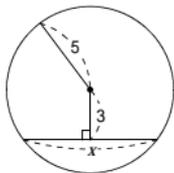
## 円周角 (復習)

例1 円の中心から弦に引いた垂線は、その弦を 2 等分する。  
このことを証明しなさい



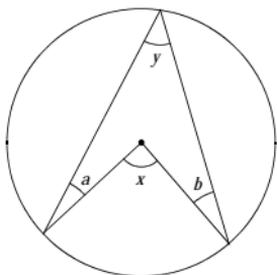
弦 円の中心から弦に引いた垂線は、その弦を 2 等分する (定理)  
円の中心は、弦の垂直二等分線上にある (定理)

練習 - は  $x$  の長さを、 - は球を平面で切った。切り口の円の半径  $x$  を求めなさい



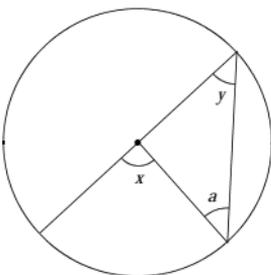
## 円周角

例2 下図で、 $x$ 、 $y$ を  $a$ 、 $b$ を用いて表しなさい (  $b$  は  $a$  だけを用いる )



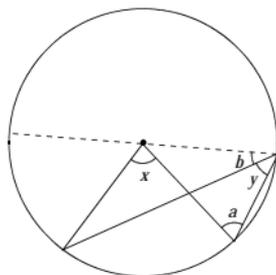
$$y =$$

$$x =$$



$$y =$$

$$x =$$

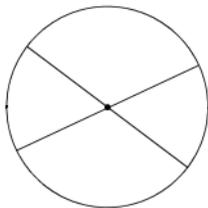
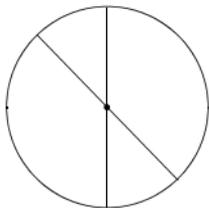


$$y =$$

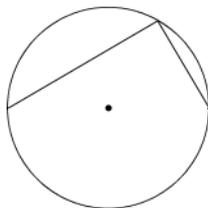
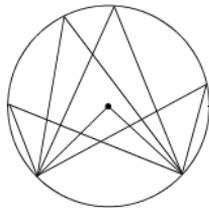
$$x =$$

練習 次の文は弧、中心角、円周角についての定理である。( )をうめなさい

1つの円で、等しい中心角  
に対する( )は等しい

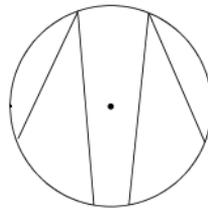
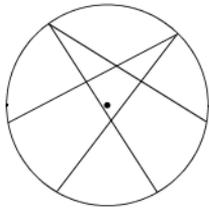


1つの円で、等しい弧に対  
する( )は等しい



1つの弧に対する( )  
は全て等しく、その弧に対する  
( )の半分である

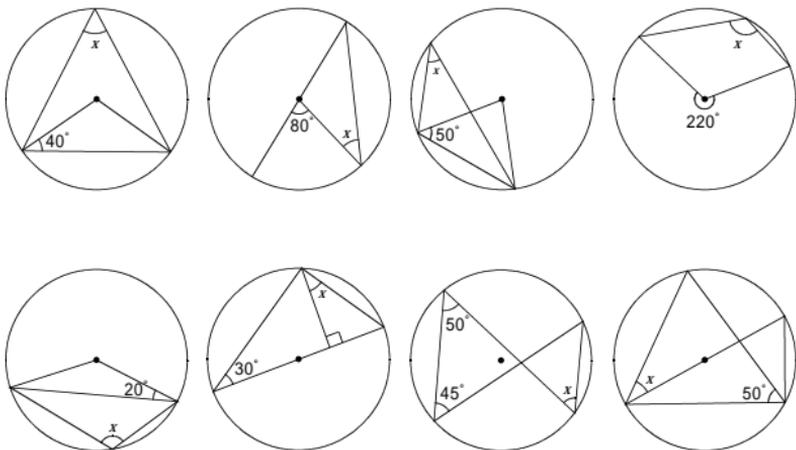
半円の弧に対する円周角は  
( )である



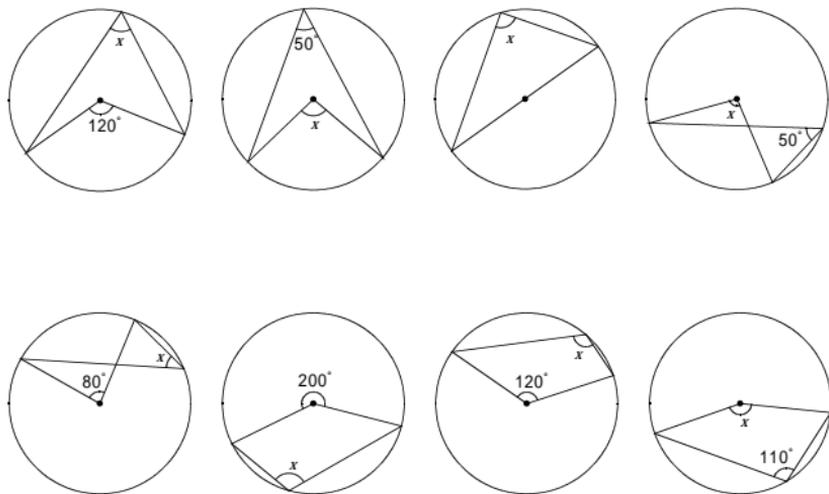
1つの円で、等しい弧に対  
する( )は等しい

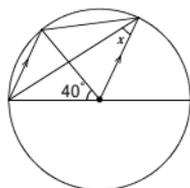
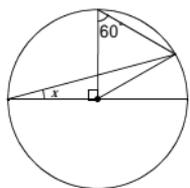
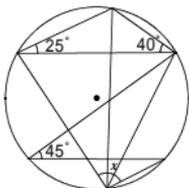
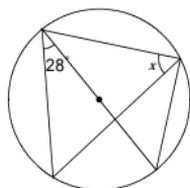
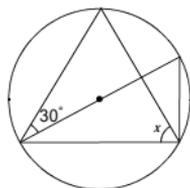
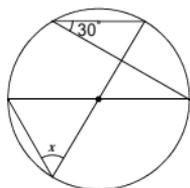
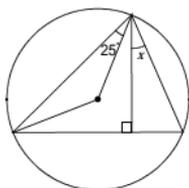
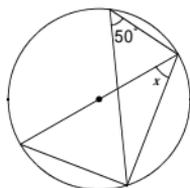
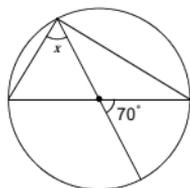
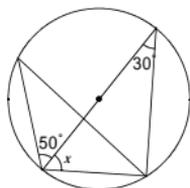
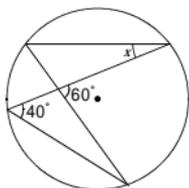
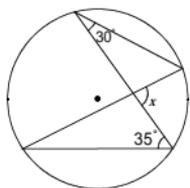
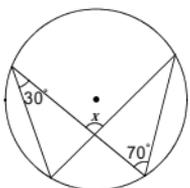
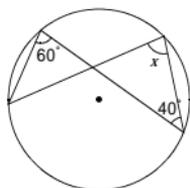
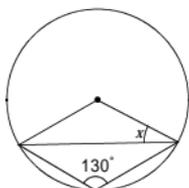
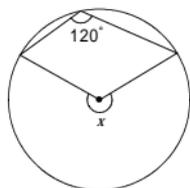
1つの円で、等しい円周角  
に対する( )は等しい

例3  $x$  を求めなさい

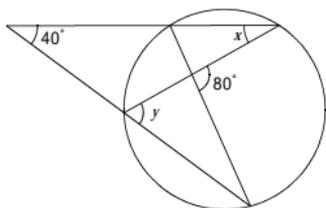
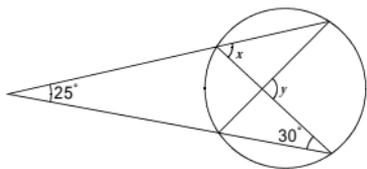


練習1  $x$  を求めなさい

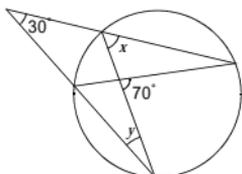
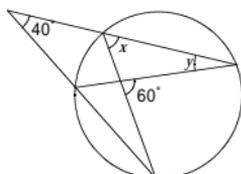
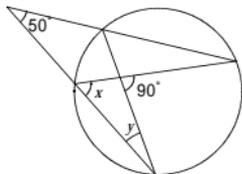
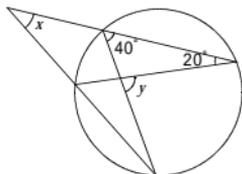
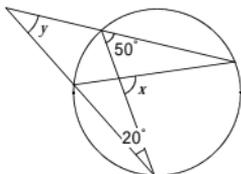
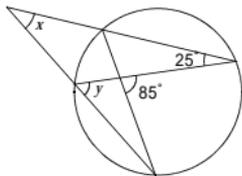


練習2  $x$  を求めなさい

例4  $x$ 、 $y$  を求めなさい

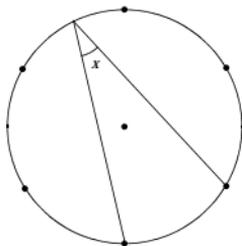


練習  $x$ 、 $y$  を求めなさい

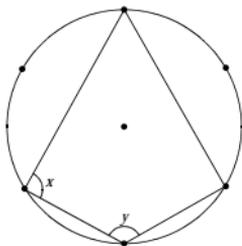


例5 円周上の点は円周を等しく分ける点である。  $x$ 、 $y$ 、 $z$  を求めなさい

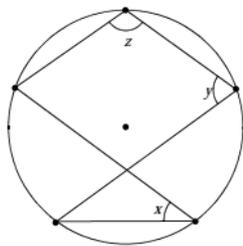
6等分



6等分

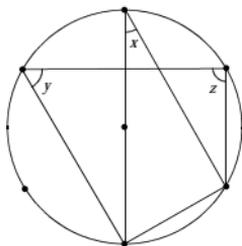


5等分

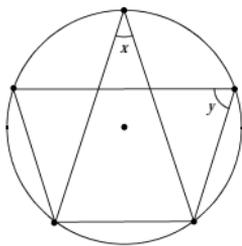


練習 円周上の点は円周を等しく分ける点である。  $x$ 、 $y$ 、 $z$  を求めなさい

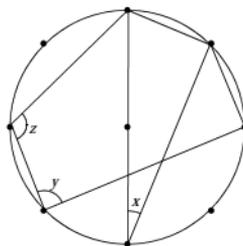
6等分



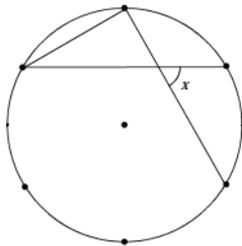
5等分



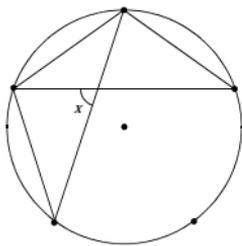
8等分



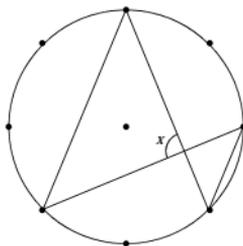
6等分



5等分



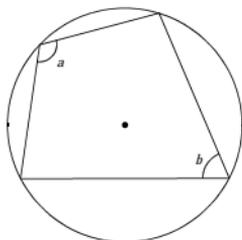
8等分



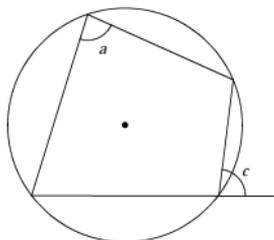
## 円に内接する四角形

例1 次の問に答えなさい

$a$  と  $b$  の関係式を作りなさい



$a$  と  $c$  の関係式を作りなさい

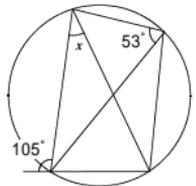
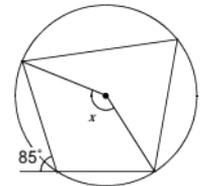
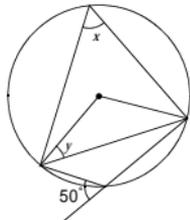
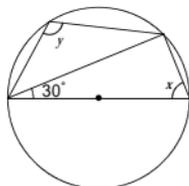
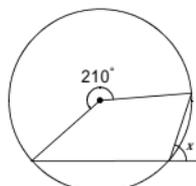
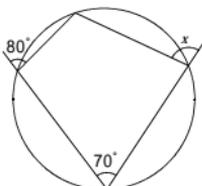
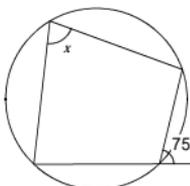
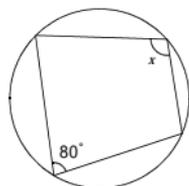


四角形が円に  
内接する時

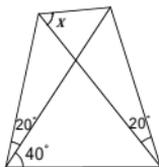
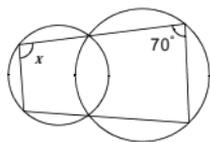
1組の向かい合う角の和は  $180^\circ$  である(定理)

1つの内角は、それに向かい合う内角の外角に等しい(定理)

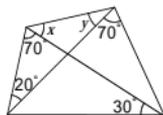
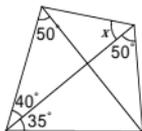
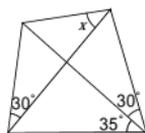
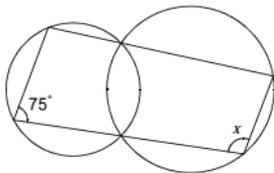
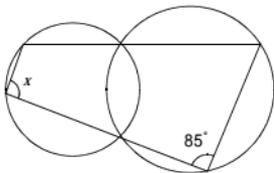
練習  $x$ 、 $y$  を求めなさい



例2  $x$  を求めなさい

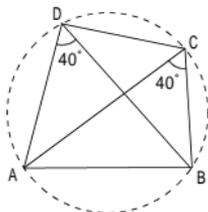


練習  $x, y$  を求めなさい

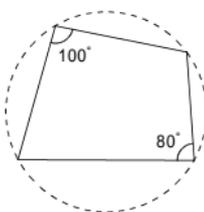


四角形が円に内接する条件(定理)

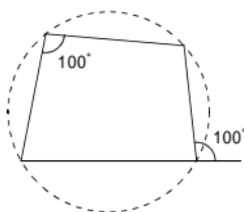
$\angle ADB = \angle ACB$  の時



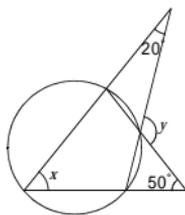
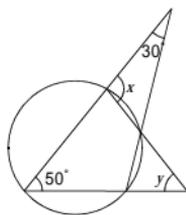
1組の向かいあう内角の和が  $180^\circ$  の時



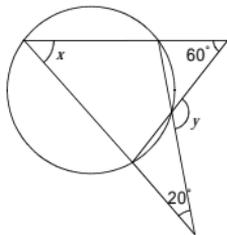
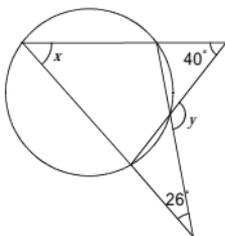
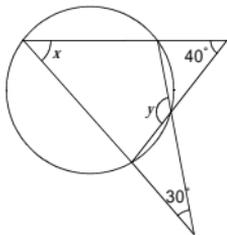
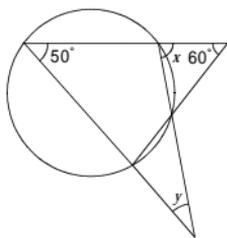
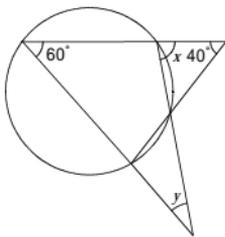
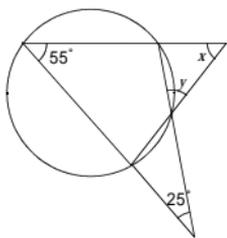
1つの内角と向かいの内角の外角が等しい時



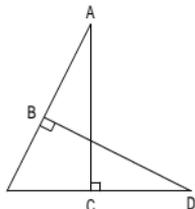
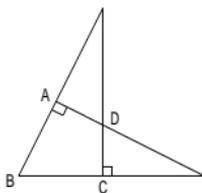
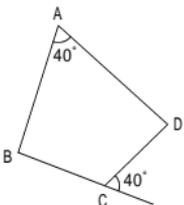
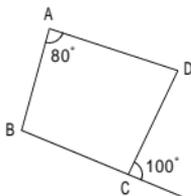
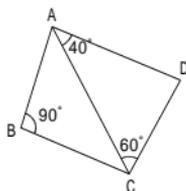
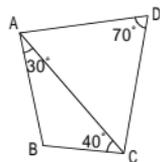
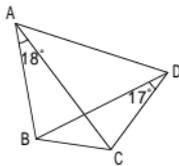
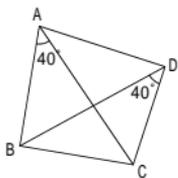
例3  $x$ 、 $y$  を求めなさい



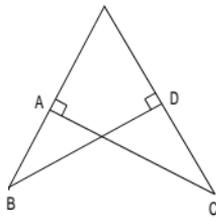
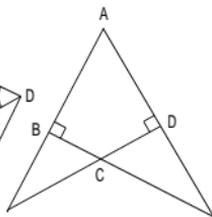
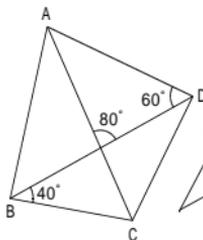
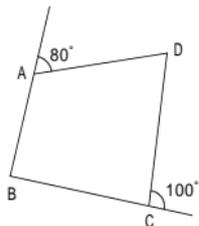
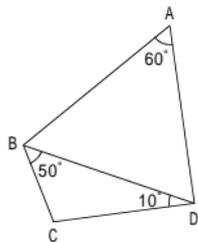
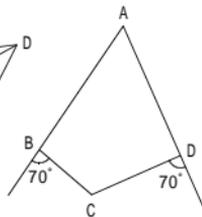
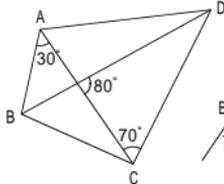
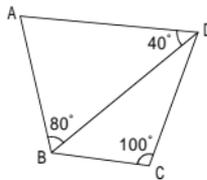
練習  $x$ 、 $y$  を求めなさい



例4 次の四角形  $ABCD$  で、円に内接するものをすべて選び番号を で囲みなさい

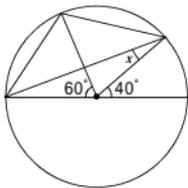
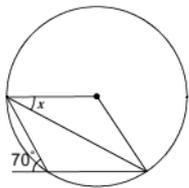
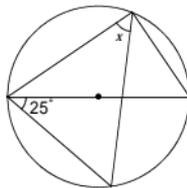
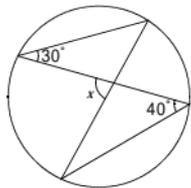
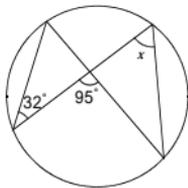
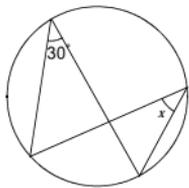
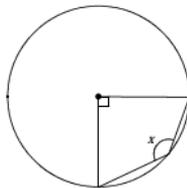
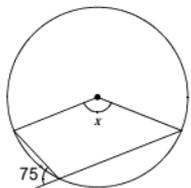
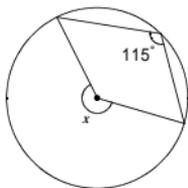
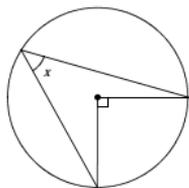
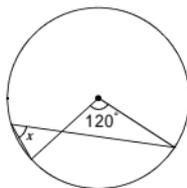
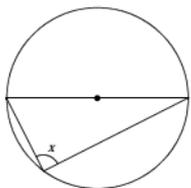
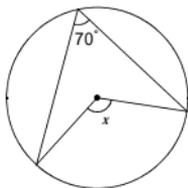
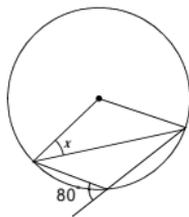
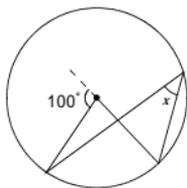
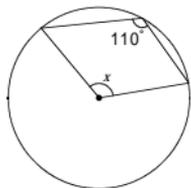


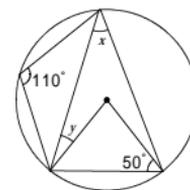
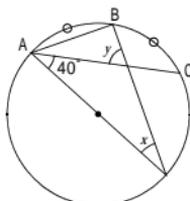
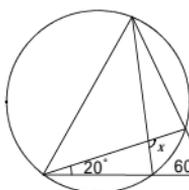
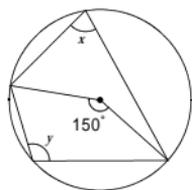
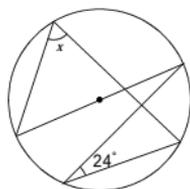
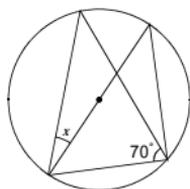
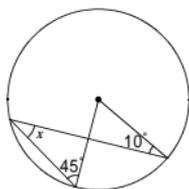
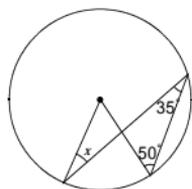
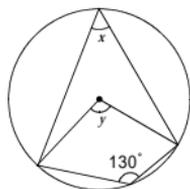
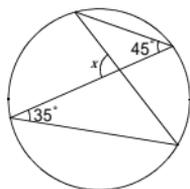
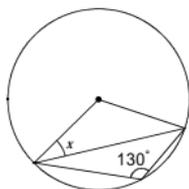
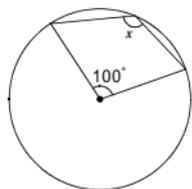
練習 次の四角形  $ABCD$  で、円に内接するものをすべて選び番号を で囲みなさい



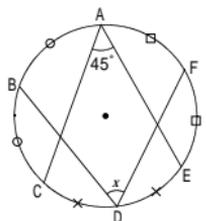
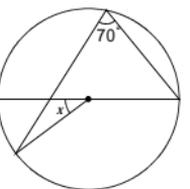
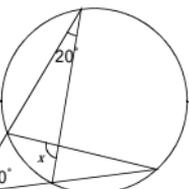
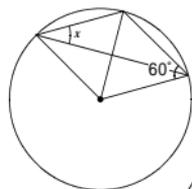
確認問題

1  $x$  を求めなさい



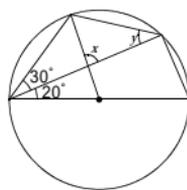
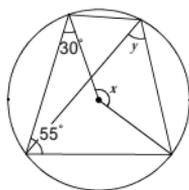
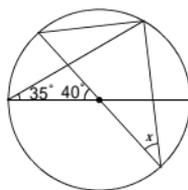
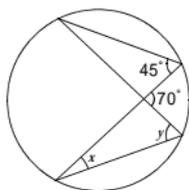
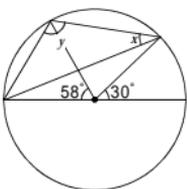
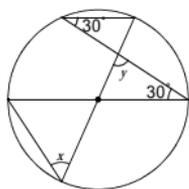
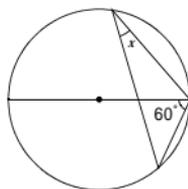
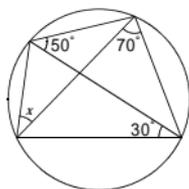
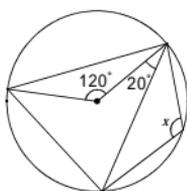
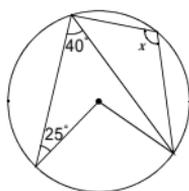
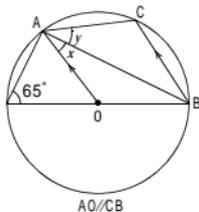
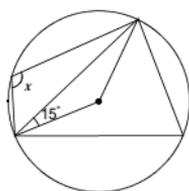
2  $x, y$  を求めなさい

$AB=BC$

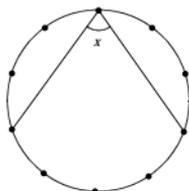


$AB=BC, CD=DE, EF=FA$

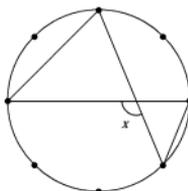
3  $x$ 、 $y$  を求めなさい



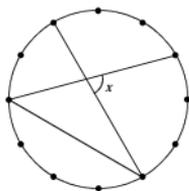
円周の10等分点



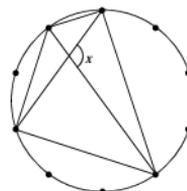
円周の8等分点

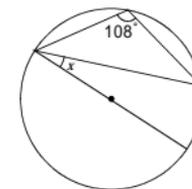
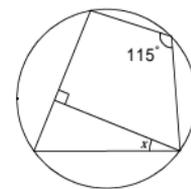
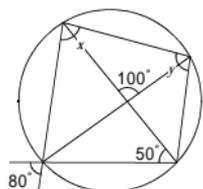
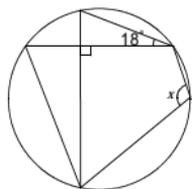
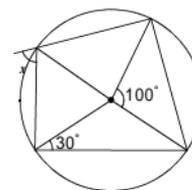
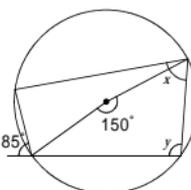
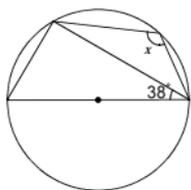
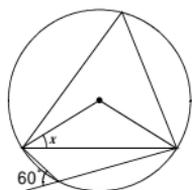
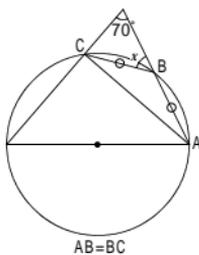
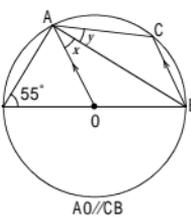
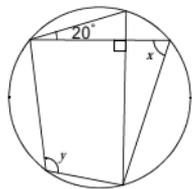
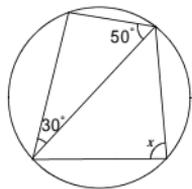
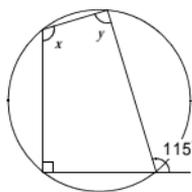
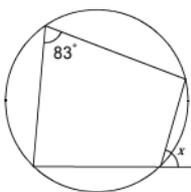
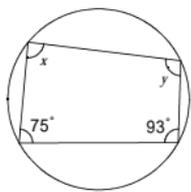
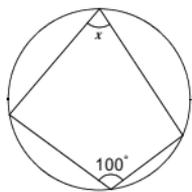


円周の12等分点

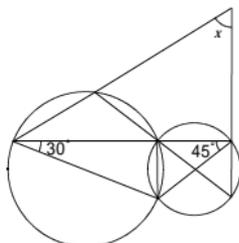
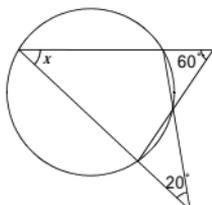
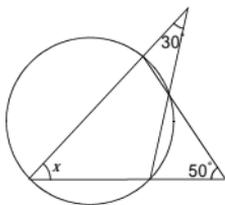
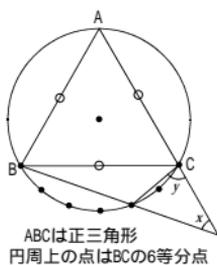
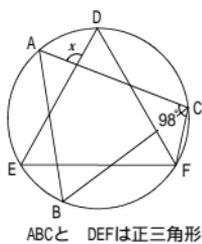
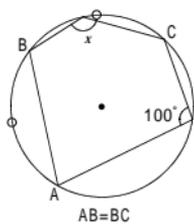
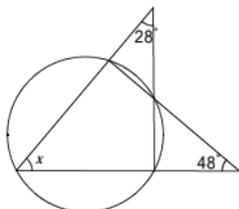
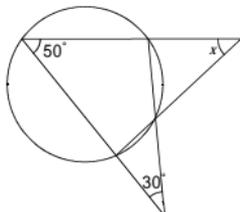
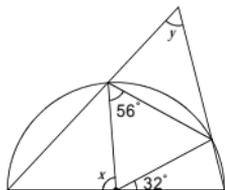
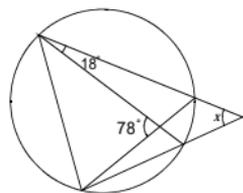
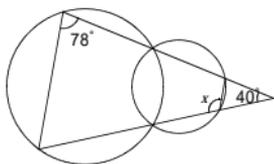
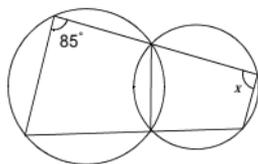


円周の10等分点



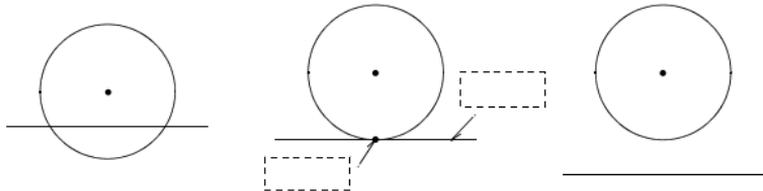
4  $x$ 、 $y$  を求めなさい

5  $x$ 、 $y$  を求めなさい



# 円と接線

例1 下の表をうめなさい



位置関係

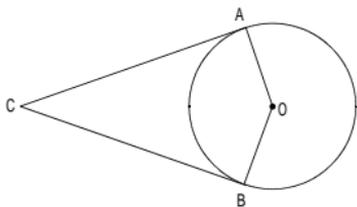
共有点

大小関係

(円の中心から直線までの距離を  $d$ 、円の半径を  $r$  とする)

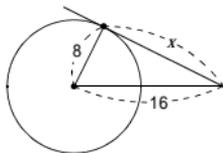
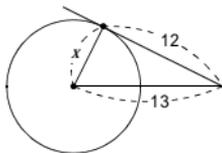
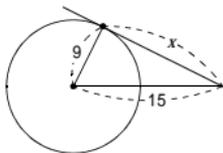
接線 円の接線は、接点を通る半径に垂直である(定義)  
 円外の点から、その円に引いた2つの接線の長さは等しい(定理)

練習1 円外の点から、その円に引いた2つの接線の長さは等しい。  
 このことを証明しなさい



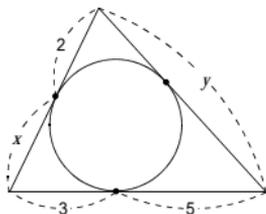
円の中心Oは ACB からみると、どのような位置にあるか考えよう

練習2  $x$  の長さを求めなさい

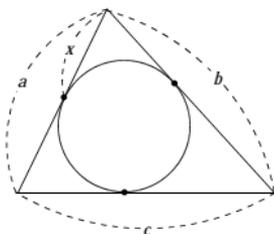


例2 次の問に答えなさい

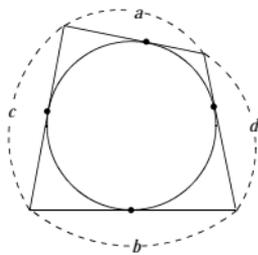
$x$ 、 $y$  の長さを求めよ



$x$  の長さを  $a$ 、 $b$ 、 $c$  を用いて表せ

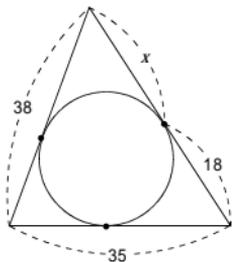


$a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  の関係式を作れ

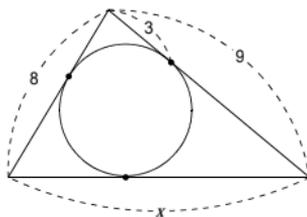


練習 次の問に答えなさい

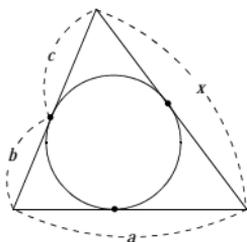
$x$  の長さを求めよ



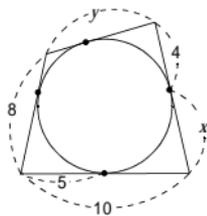
$x$  の長さを求めよ



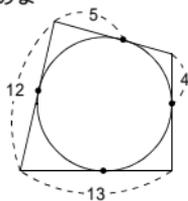
$x$  を  $a$ 、 $b$ 、 $c$  を用いて表せ



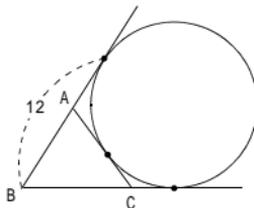
$x$ 、 $y$  の長さを求めよ

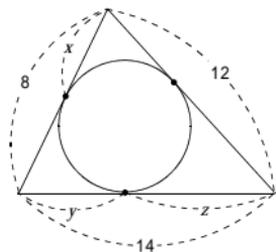
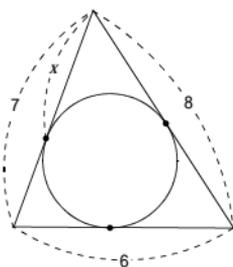
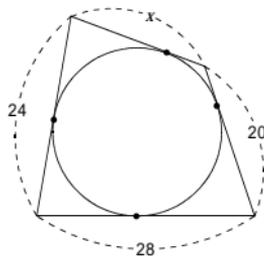


四角形の周の長さを求めよ

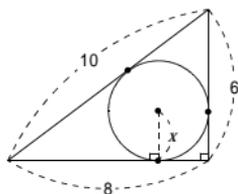
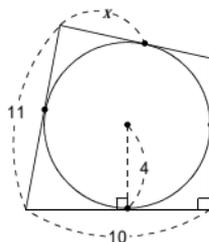


ABCの周の長さを求めよ

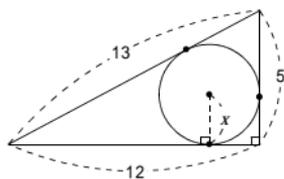
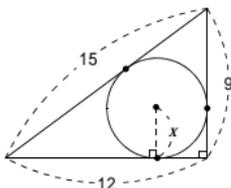
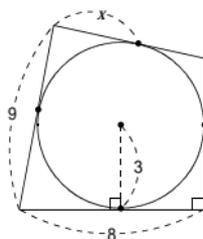


$x, y, z$  の長さを求めよ $x$  の長さを求めよ $x$  の長さを求めよ

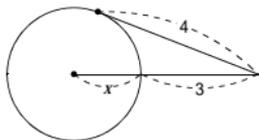
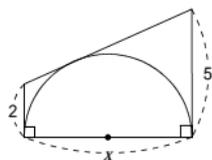
例3 次の間に答えなさい

内接円の半径  $x$  を求めよ $x$  の長さを求めよ

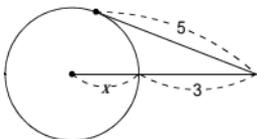
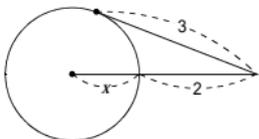
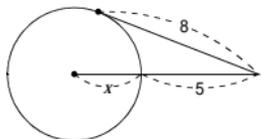
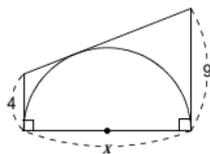
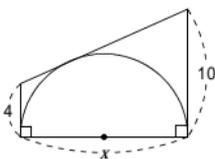
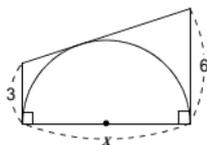
練習 次の間に答えなさい

内接円の半径  $x$  を求めよ内接円の半径  $x$  を求めよ $x$  の長さを求めよ

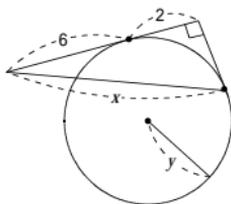
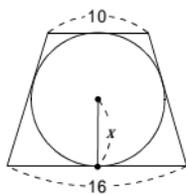
例4 図で  $x$  の長さを求めなさい



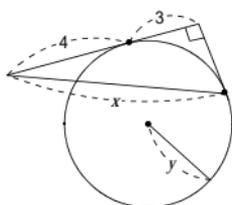
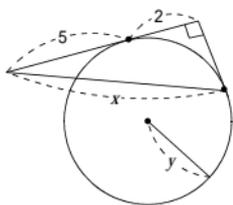
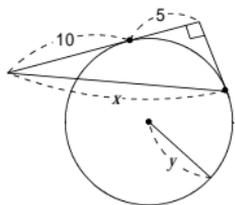
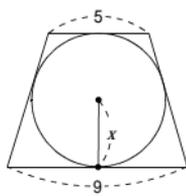
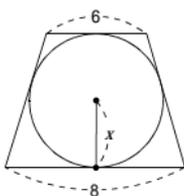
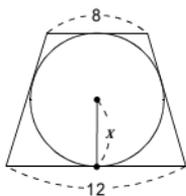
練習 図で  $x$  の長さを求めなさい



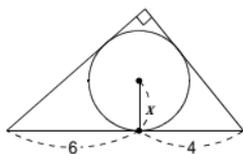
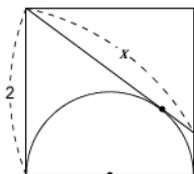
例5 は等脚台形と内接円、 は直角三角形に円が接する。 $x$ 、 $y$ の長さを求めなさい



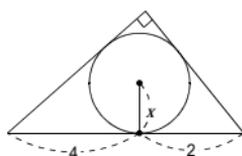
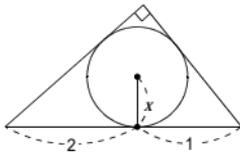
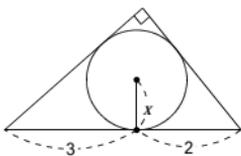
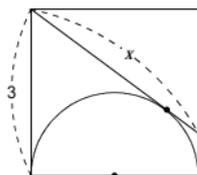
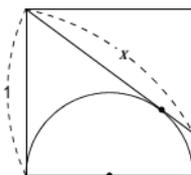
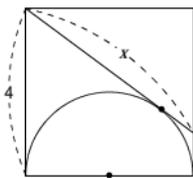
練習 は等脚台形と内接円、 は直角三角形に円が接する。 $x$ 、 $y$ の長さを求めなさい



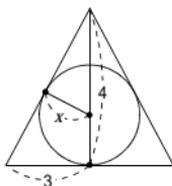
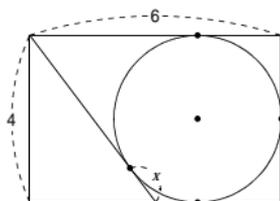
例6  $x$  の長さを求めなさい。 の四角形は正方形です



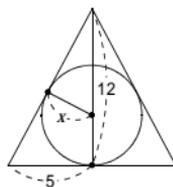
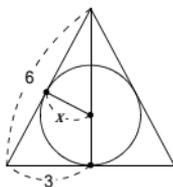
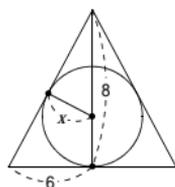
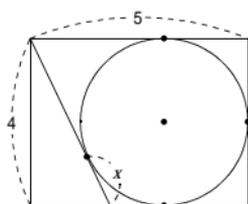
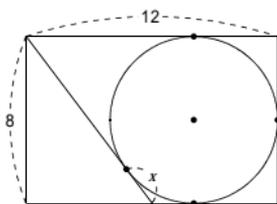
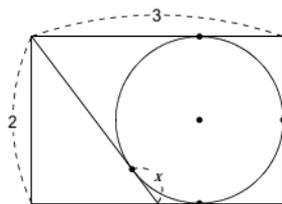
練習  $x$  の長さを求めなさい。 - の四角形は正方形です



例7 は長方形の中に円がある。 は二等辺三角形と内接円。  $x$  の長さを求めなさい

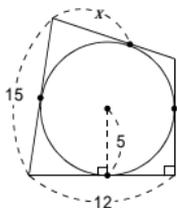
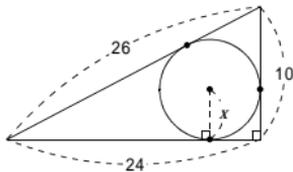
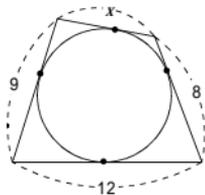
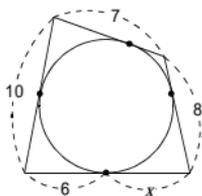
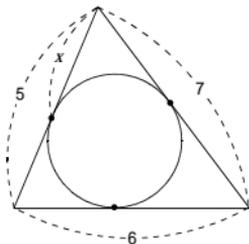
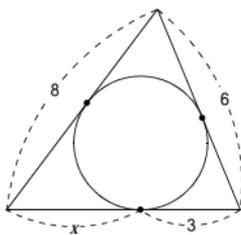


練習 図で、 $x$  の長さを求めなさい

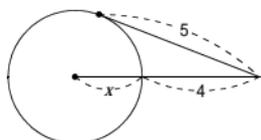
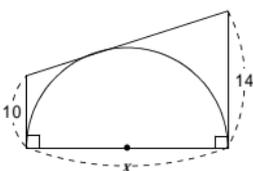
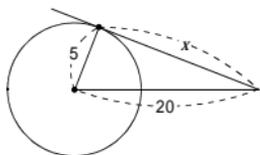


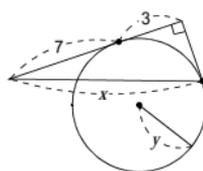
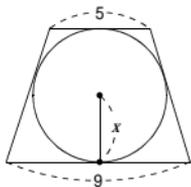
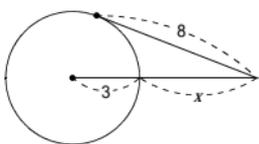
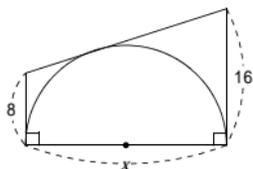
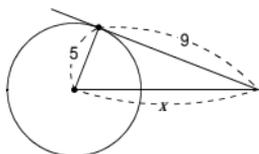
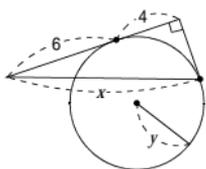
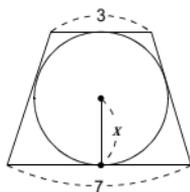
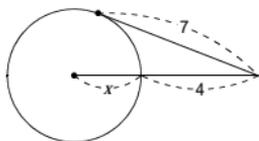
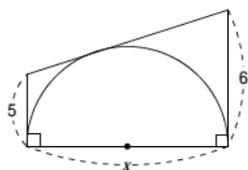
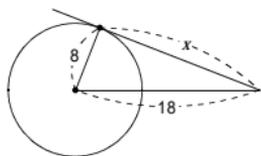
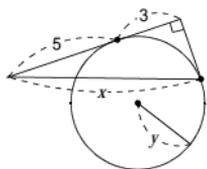
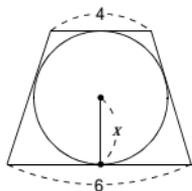
確認問題

1  $x$  の長さを求めなさい

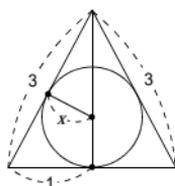
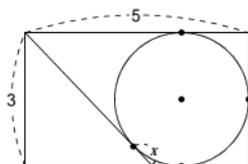
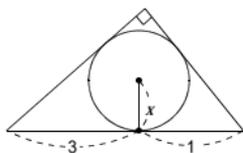
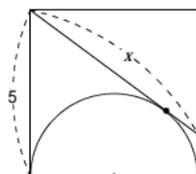
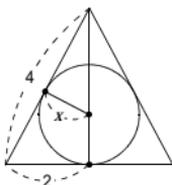
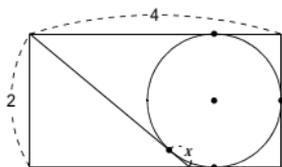
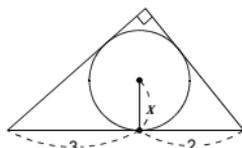
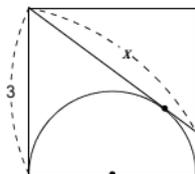
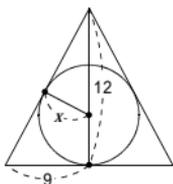
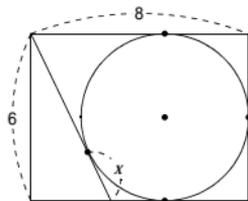
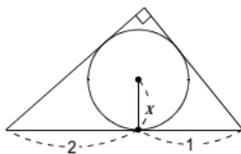
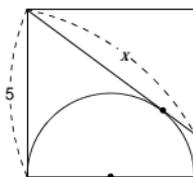


2  $x, y$  の長さを求めなさい



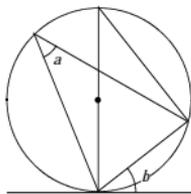
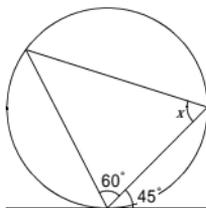
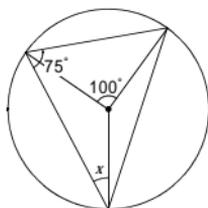
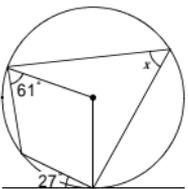
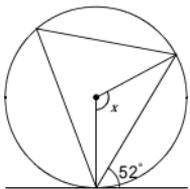
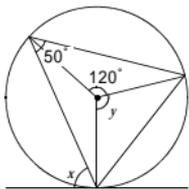
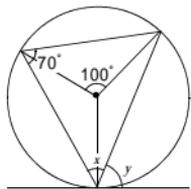
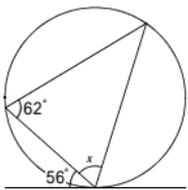
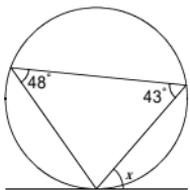
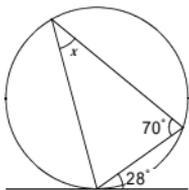
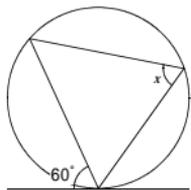


3  $x$  の長さを求めなさい



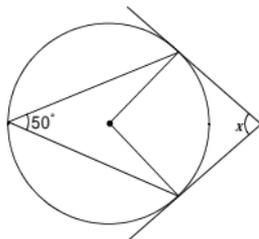
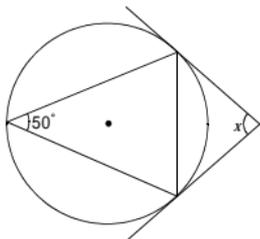
## 接線と弦の定理

例1 次の問に答えなさい

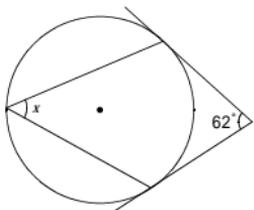
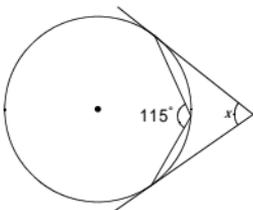
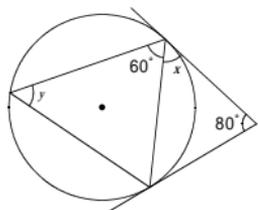
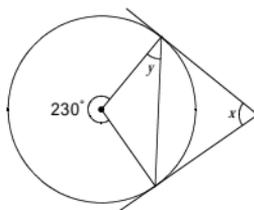
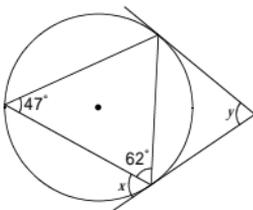
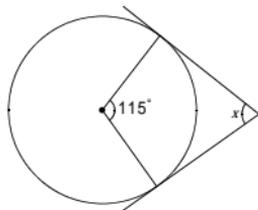
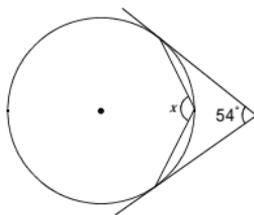
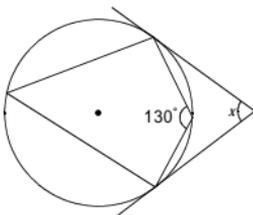
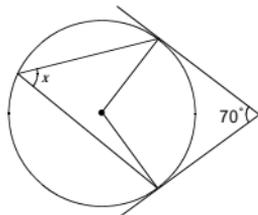
 $a$ と  $b$ の関係式を作れ $x$ を求めよ $x$ を求めよ練習  $x$ ,  $y$ を求めなさい

接線と接点を通る弦のつくる角は、この角内にある弧に対する円周角に等しい(定理)

例2  $x$  を求めなさい

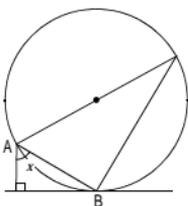
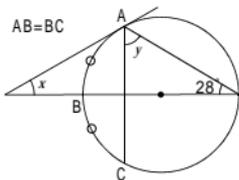
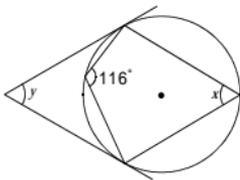
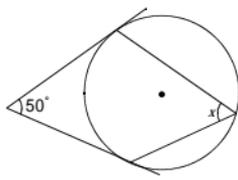
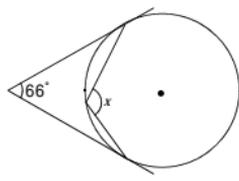
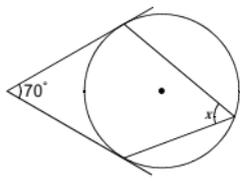
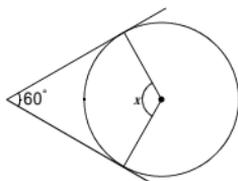


練習  $x, y$  を求めなさい

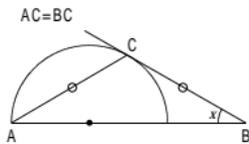
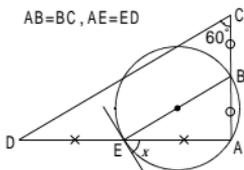
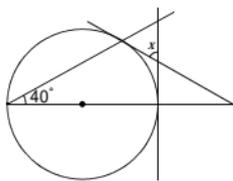
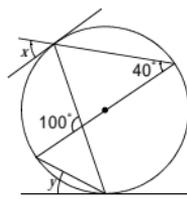
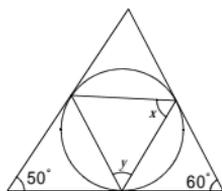






2  $x, y$  を求めなさい

ABは円周の5分の1

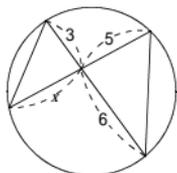


# 円と相似

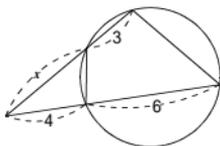
## 方べきの定理

例1  $x$  の長さを求めなさい

方べきの定理



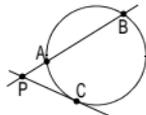
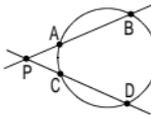
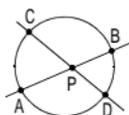
方べきの定理



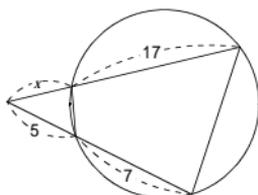
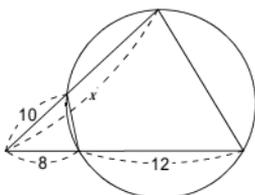
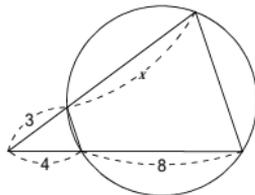
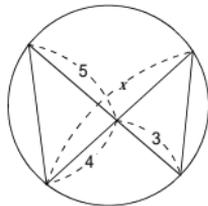
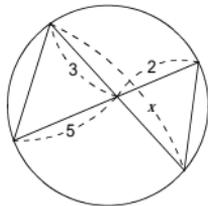
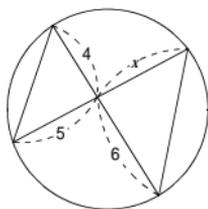
方べきの定理

2 直線の交点を P、2 直線と円の交点を A と B、C と D とするとき

$$PA \times PB = PC \times PD$$



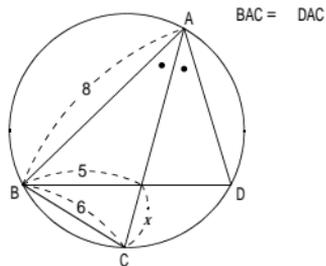
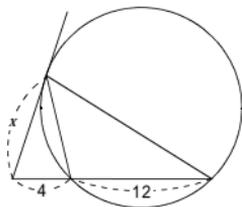
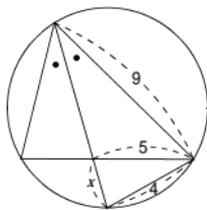
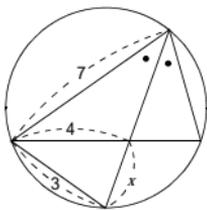
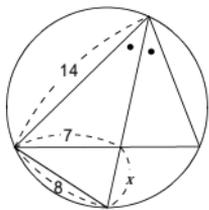
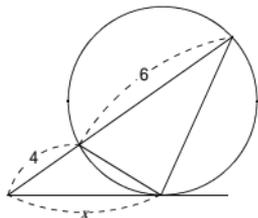
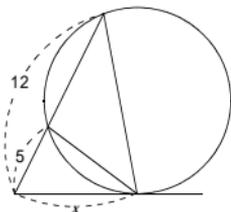
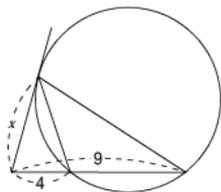
練習  $x$  の長さを求めなさい



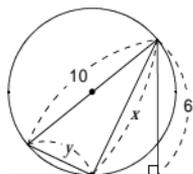
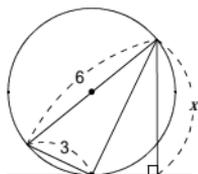
## 方べきの定理

例2  $x$  の長さを求めなさい

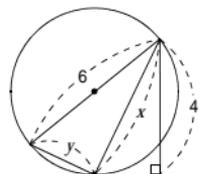
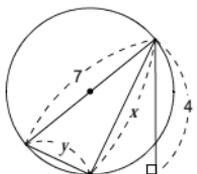
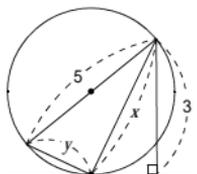
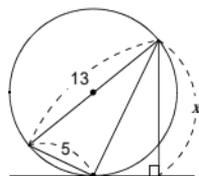
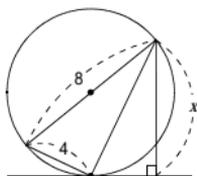
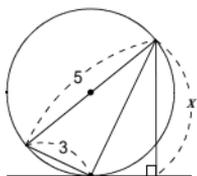
方べきの定理

練習  $x$  の長さを求めなさい

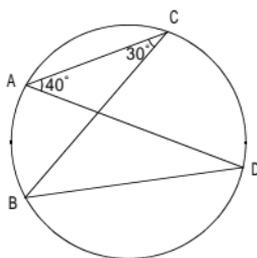
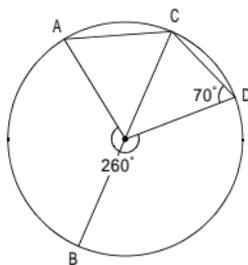
例3  $x, y$  の長さを求めなさい



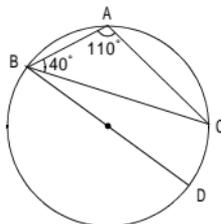
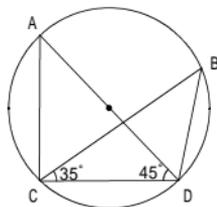
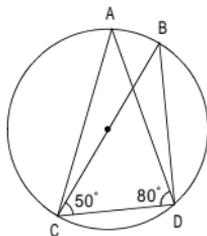
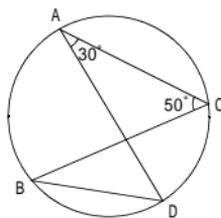
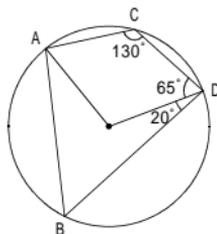
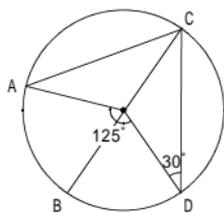
練習  $x, y$  の長さを求めなさい



例4 弧  $AB$  と弧  $CD$  の長さの比を求めなさい

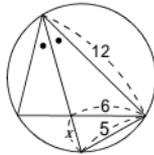
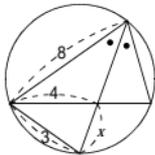
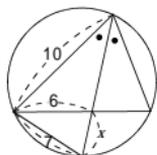
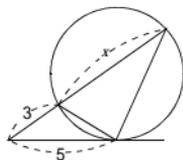
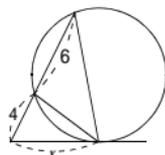
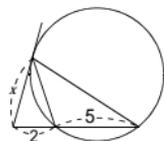
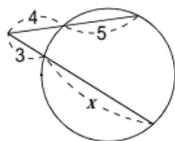
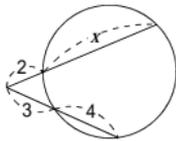
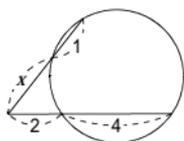
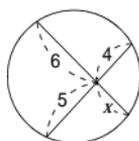
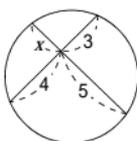
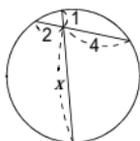


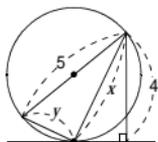
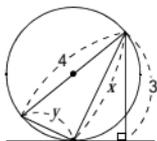
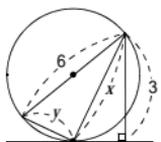
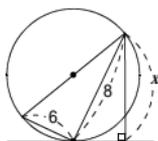
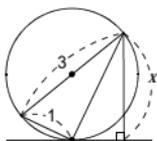
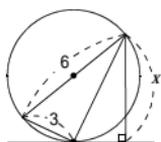
練習 弧  $AB$  と弧  $CD$  の長さの比を求めなさい



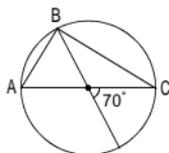
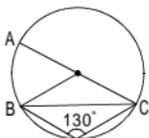
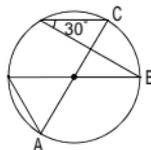
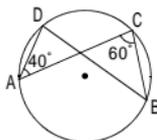
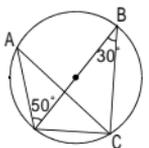
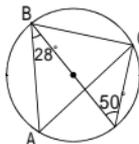
確認問題

1  $x$  の長さを求めなさい



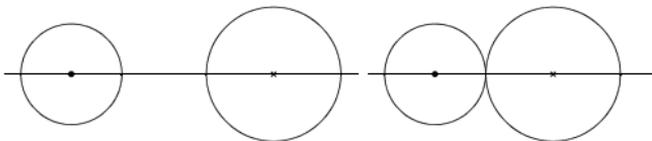
2  $x, y$  の長さを求めなさい

## 3 次の弧の長さの比を求めなさい

弧  $AB$  : 弧  $BC$ 弧  $AB$  : 弧  $BC$ 弧  $AB$  : 弧  $BC$ 弧  $AB$  : 弧  $CD$ 弧  $AB$  : 弧  $BC$ 弧  $AB$  : 弧  $BC$ 

## 2 円の位置関係

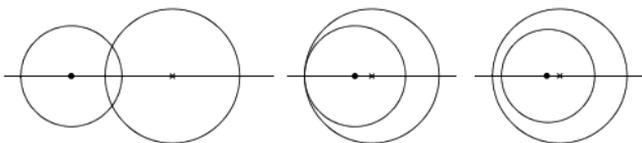
例1 次の表をうめなさい



位置関係

大小関係

共通接線



位置関係

大小関係

共通接線

(2つの円の中心間の距離を  $d$ 、半径をそれぞれ  $r_1$ 、 $r_2$  とする)

練習 2つの円の半径をそれぞれ  $r_1$ 、 $r_2$  とし、中心間の距離を  $d$  とするとき次の場合の2円の位置関係を求めなさい

$$r_1 = 2, r_2 = 3, d = 7$$

$$r_1 = 3, r_2 = 5, d = 8$$

$$r_1 = 3, r_2 = 4, d = 5$$

$$r_1 = 4, r_2 = 1, d = 3$$

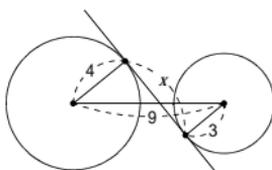
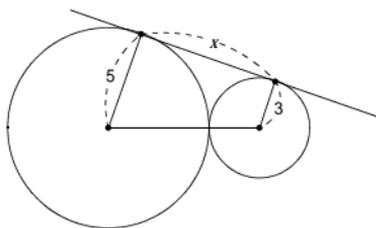
$$r_1 = 5, r_2 = 1, d = 2$$

$$r_1 = 6, r_2 = 2, d = 4$$

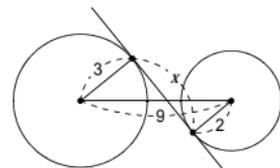
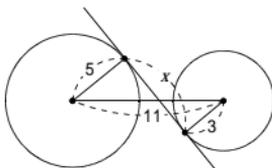
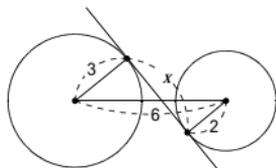
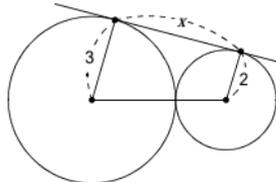
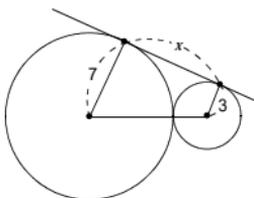
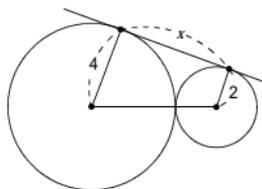
$$r_1 = 5, r_2 = 6, d = 10$$

$$r_1 = 8, r_2 = 2, d = 4$$

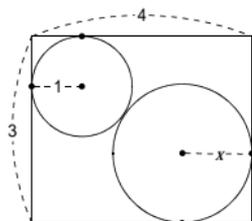
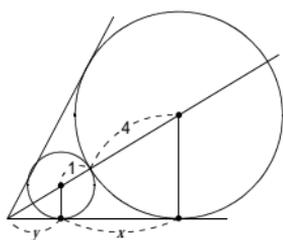
例2 2円の共通接線の接点間の長さ  $x$  を求めなさい



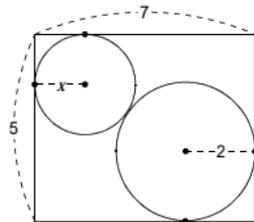
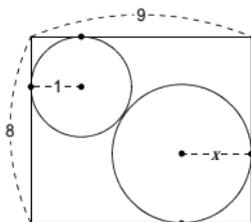
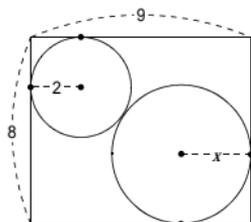
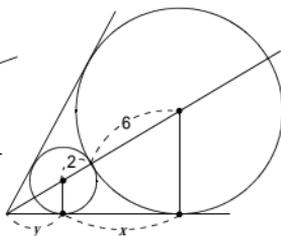
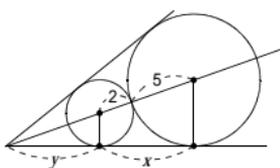
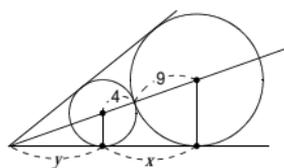
練習 2円の共通接線の接点間の長さ  $x$  を求めなさい



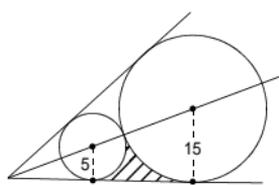
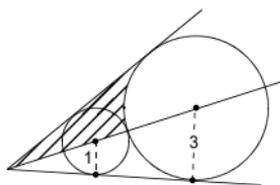
例3  $x$ 、 $y$  の長さを求めなさい



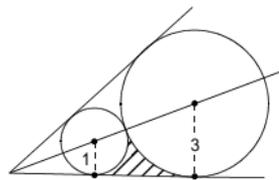
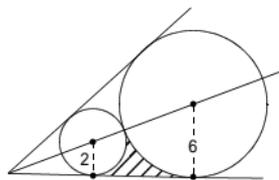
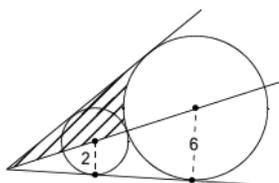
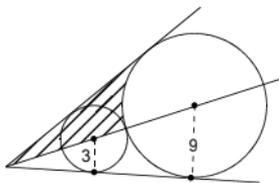
練習  $x$ 、 $y$  の長さを求めなさい



例4 斜線部分の面積を求めなさい

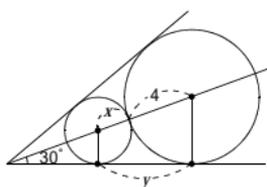
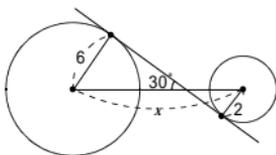
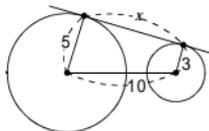
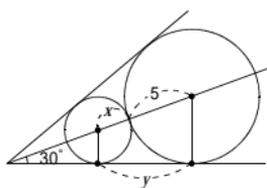
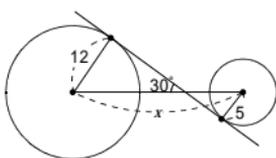
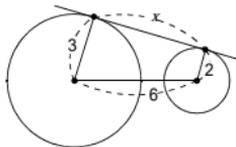
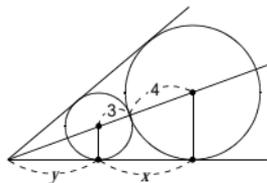
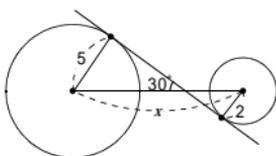
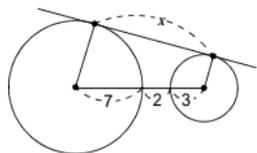
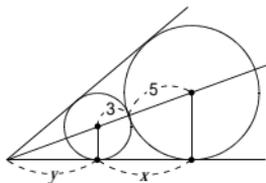
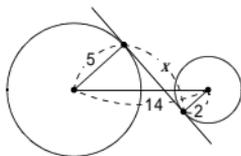
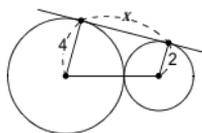


練習 斜線部分の面積を求めなさい



確 認 問 題

1  $x, y$  の長さを求めなさい



2 - は  $x$  の長さを、 - は斜線部の面積を求めなさい

