

目次

第1章	式の計算	
1	多項式の計算	2
2	乗法公式	7
3	多項式の計算の応用	16
4	因数分解	20
5	複雑な因数分解と応用	28
6	式の計算を使った証明	33
第2章	平方根	
1	平方根	38
2	根号	43
3	根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の乗法の基礎	47
4	根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の乗除	54
5	根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の加減	63
6	根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の四則混合	68
7	根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の応用問題	72
8	有理数と無理数	76
第3章	2次方程式	
1	2次方程式の解き方	82
2	複雑な2次方程式の解き方	89
3	2次方程式の解の公式	93
4	2次方程式の応用	102
第4章	いろいろな関数	
1	2乗に比例する関数	116
2	2乗に比例する関数のグラフ	120
3	変域と変化の割合	127
4	2乗に比例する関数と1次関数	133
5	2乗に比例する関数と1次関数の交点	140
6	2乗に比例する関数と方程式	145
7	いろいろな関数	152
第5章	相似な図形	
1	相似	158
2	三角形の相似条件	163
3	相似の証明	168
4	相似の利用	172
5	平行線と比	176
6	平行線と比の利用	182
7	中点連結定理	189
8	中点連結定理を使う証明	193
9	相似と図形の計量	196
第6章	円	
1	円周角	204
2	円と相似	211
3	円と接線	215
第7章	三平方の定理	
1	三平方の定理	218
2	平面図形への応用	223
3	特別な直角三角形	227
4	円と三平方の定理	235
5	立体図形への応用	241
6	方程式と三平方の定理	250
第8章	標本調査	
1	標本調査	255

1

多項式の計算

例1 単項式×多項式

次の計算をせよ。

① $2x(3x-4y)$

② $(5a+3b^2) \times (-4a)$

Point

◆ 単項式×多項式

$$\begin{array}{c} \times \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3x(2x-5y) = 6x^2 - 15xy \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \times \\ \swarrow \quad \searrow \\ (2x-5y) \times 3x = 6x^2 - 15xy \end{array}$$

練習1 次の計算をせよ。

① $5x(4x^2+3xy)$

② $-2a(3ab-6b^2)$

③ $\frac{1}{6}x(4x^2y-12y)$

④ $(4a+9b^2) \times (-2ab)$

⑤ $(-x+3x^2y) \times 6xy^2$

⑥ $(2a^2b-3ab^2) \times \left(-\frac{1}{12}a^2\right)$

例2 多項式÷単項式

次の計算をせよ。

① $(15x^2y-6y^2) \div 6y$

② $(4a+b^2) \div \frac{2}{3}a$

Point

◆ 多項式÷単項式

$$\begin{array}{c} \div \\ \swarrow \quad \searrow \\ (9x^2-3x) \div 3x = 3x-1 \end{array}$$

練習2 次の計算をせよ。

① $(15x^2-10xy) \div 5x$

② $(9a^3-6ab) \div 6ab$

③ $(2x^2y-9y) \div \frac{3}{4}x$

例3 同類項をまとめる

次の計算をせよ。

① $6x^2 - 2x(3x - 4y)$

② $3x(x - 5y) - 2y(4x - 3y)$

Point

◆ 同類項

同類項はまとめる

練習3 次の計算をせよ。

① $3x^2 - x(4x - 5y)$

② $4x(3x + 5y) - 3y(2x - 7y)$

③ $x(x - 2y) + 4x(5x - 3y)$

④ $-2x(3x - 4y) - 5y(3x + 4y)$

例4 展開(多項式×多項式)

次の式を展開せよ。

① $(3a - 4b)(2c + 5d)$

② $(x - 5y)(4x - y)$

③ $(2x - 3y + 4)(x + 5y - 6)$

Point

◆ 式の展開…かっこをはずして単項式の和にすることを展開するという。

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

練習4 次の式を展開せよ。

① $(a - 4b)(2c + 5d)$

② $(3a - 4)(2b - 7)$

③ $(x + 6)(x + 4)$

④ $(3x - 5)(2x + 3)$

⑤ $(2x - 5)(2x + 5)$

⑥ $(3a + 2)(3a - 4)$

⑦ $(x - 4y)(x - 3y)$

⑧ $(2a + 5b)(a + b)$

⑨ $(4x + 5y)(3x - 2y)$

第1章 式の計算

⑩ $(x-3)(x^2+3x-1)$

⑪ $(a+2)(a^2-2a+4)$

⑫ $(a+1)(2a^2-a-4)$

⑬ $(3x+4)(x^2-x+5)$

⑭ $(a+b-c)(x-y+z)$

⑮ $(x-2y-5)(x+3y+4)$

⑯ $(a+4b-5)(a+4b+2)$

⑰ $(x-y+8)(x-y-8)$

例5 展開

次の計算をせよ。

① $(3a-1)(2a+4) - (a-8)(4a-3)$

② $5(2x+4)(x-6)$

練習5 次の計算をせよ。

① $(x-3)(4x-1) + (3x-2)(2x+5)$

② $(3a+b)(a+5b) - (2a-3b)(a-4b)$

③ $3(4x-3)(2x+7)$

④ $-2(3x+y)(x-2y)$

確認問題 A

1 次の計算をせよ。⇨p2 例1

① $3x(2x^2 - 4xy)$

② $(3a + 4ab^2) \times (-2ab)$

③ $\frac{3}{4}x(2xy^2 - 6y)$

2 次の計算をせよ。⇨p2 例2

① $(12x^2 - 8xy^2) \div 4x$

② $(8a^3 - 6ab) \div 4ab$

③ $(2x^2y - 3xy^2) \div \frac{2}{3}x$

3 次の計算をせよ。⇨p3 例3

① $3x^2 - x(4x - 5y)$

② $4x(3x + 5y) - 3y(2x - 7y)$

4 次の式を展開せよ。⇨p3 例4

① $(x - y)(3a + 4b)$

② $(2a - 5)(3b - 7)$

③ $(x + 8)(x + 2)$

④ $(3x - 2)(5x + 4)$

⑤ $(x - 2y)(x - 3y)$

⑥ $(a + 4b)(6a + 3b)$

⑦ $(x + 2)(x^2 - x + 4)$

⑧ $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$

⑨ $(a + 2b - c)(2a - b + 3c)$

5 次の計算をせよ。⇨p4 例5

① $(x + 2)(3x - 4) + (2x - 1)(5x + 3)$

② $(a + 4b)(a + 3b) - (2a - b)(a - 9b)$

③ $2(3x + 7)(4x - 9)$

確認問題 B

1 次の計算をせよ。⇨p2 例1

① $-x(4x^2-5xy^2)$

② $(a^2b-6ab^2) \times (-ab)$

③ $\frac{5}{6}y(4xy-3y^2)$

2 次の計算をせよ。⇨p2 例2

① $(12x^3-9x^2y) \div 6x$

② $(2a^3-8ab) \div 8ab$

③ $(4x^2y-6xy^2) \div \frac{3}{4}y$

3 次の計算をせよ。⇨p3 例3

① $2x(x-4y)-x(2x-7y)$

② $2x(-x+6y)-y(2x-3y)$

4 次の式を展開せよ。⇨p3 例4

① $(2x-y)(a+5b)$

② $(3a-5)(4b-1)$

③ $(x+6)(x-6)$

④ $(3x-5)(4x+3)$

⑤ $(2x-3y)(2x-y)$

⑥ $(a+3b)(2a+5b)$

⑦ $(x+2)(x^2-2x+4)$

⑧ $(a-1)(a^2+2a-8)$

⑨ $(3a+2b-c)(3a-2b+c)$

5 次の計算をせよ。⇨p4 例5

① $(3x+2)(2x-1)+(4x-3)(4x+3)$

② $(a+3b)(a-4b)-(2a-3b)(a-2b)$

③ $2(3x-4)(x-5)-3(2x-1)(x+2)$

2

乗法公式

例1 乗法公式1

次の式を展開せよ。

① $(x-4)(x+6)$

② $(x+2y)(x+8y)$

③ $(3x-5)(3x-4)$

④ $(4x+2y)(4x-3y)$

Point

◆ 乗法公式1

$$(O+a)(O+b) = O^2 + (a+b)O + ab$$

\swarrow \searrow
 $x, 3x$ など同じもの

練習1-1 次のを展開せよ。

① $(x+2)(x+5)$

② $(x-4)(x-9)$

③ $(x+5)(x-7)$

④ $(x-9)(x+7)$

⑤ $(x+7)(x-6)$

⑥ $(x-7)(x+3)$

⑦ $(x-6)(x-9)$

⑧ $(x+3)(x+1)$

⑨ $(x-9)(x-8)$

⑩ $(x+1)(x-5)$

⑪ $(x-8)(x-4)$

⑫ $(x+5)(x+2)$

練習1-2 次のを展開せよ。

① $(x+4y)(x+3y)$

② $(x-2y)(x+3y)$

③ $(x-3y)(x-y)$

④ $(x-3y)(x-9y)$

⑤ $(x+y)(x-6y)$

⑥ $(x-6y)(x+8y)$

⑦ $(x+9y)(x+y)$

⑧ $(x-8y)(x+4y)$

⑨ $(x-8y)(x-2y)$

第1章 式の計算

■練習1-3 次の式を展開せよ。

① $(2x+2)(2x+5)$

② $(3x-4)(3x-9)$

③ $(5x+5)(5x-7)$

④ $(3x-9)(3x+7)$

⑤ $(2x+7)(2x-6)$

⑥ $(4x-7)(4x+3)$

⑦ $(2x-6)(2x-9)$

⑧ $(4x+3)(4x+1)$

⑨ $(3x-9)(3x-8)$

⑩ $(2x+1)(2x-5)$

⑪ $(4x-8)(4x-4)$

⑫ $(3x+5)(3x+2)$

■練習1-4 次の式を展開せよ。

① $(5x+4y)(5x+3y)$

② $(3x-2y)(3x+3y)$

③ $(5x-3y)(5x-y)$

④ $(2x-3y)(2x-9y)$

⑤ $(2x+y)(2x-6y)$

⑥ $(4x-6y)(4x+8y)$

⑦ $(3x+9y)(3x+y)$

⑧ $(5x-8y)(5x+4y)$

⑨ $(2x-8y)(2x-2y)$

■練習1-5 次の式を展開せよ。

① $(x+3)(x+4)$

② $(x-3)(x-8)$

③ $(5x+4)(5x-6)$

④ $(x-8)(x+9)$

⑤ $(2x+5)(2x-6)$

⑥ $(x-8)(x+2)$

⑦ $(2x-5)(2x-10)$

⑧ $(x+4)(x+2)$

⑨ $(3x-2)(3x-4)$

⑩ $(2x+3)(2x-1)$

⑪ $(4x-1)(4x-4)$

⑫ $(x+6)(x+2)$

■練習1-6 次の式を展開せよ。

① $(x+5y)(x+4y)$

② $(3x-y)(3x+2y)$

③ $(x-4y)(x-2y)$

④ $(2x-y)(2x-9y)$

⑤ $(x+2y)(x-7y)$

⑥ $(4x-7y)(4x+6y)$

⑦ $(5x+9y)(5x+y)$

⑧ $(x-6y)(x+8y)$

⑨ $(2x-7y)(2x-y)$

例2 乗法公式2

次の式を展開せよ。

① $(x+4)^2$

② $(x-5)^2$

③ $(x+\frac{1}{2})^2$

④ $(3x+4)^2$

⑤ $(3x-5y)^2$

⑥ $(2x-\frac{1}{4}y)^2$

Point

◆ 乗法公式2

◆ $(\bigcirc+\Delta)^2=\bigcirc^2+2\bigcirc\Delta+\Delta^2$ …前の2乗+2×前×後+後の2乗◆ $(\bigcirc-\Delta)^2=\bigcirc^2-2\bigcirc\Delta+\Delta^2$ …前の2乗-2×前×後+後の2乗

練習2-1 次の式を展開せよ。

① $(x+3)^2$

② $(x-7)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-4)^2$

⑤ $(x+5)^2$

⑥ $(x-8)^2$

⑦ $(x+6)^2$

⑧ $(x+2)^2$

⑨ $(x-1)^2$

⑩ $(x-5)^2$

⑪ $(x-9)^2$

⑫ $(x+3)^2$

⑬ $(x+7)^2$

⑭ $(x-2)^2$

⑮ $(x+9)^2$

⑯ $(x+10)^2$

⑰ $(x+12)^2$

⑱ $(x-11)^2$

練習2-2 次の式を展開せよ。

① $(x-\frac{1}{2})^2$

② $(x+\frac{1}{3})^2$

③ $(x-\frac{3}{4})^2$

④ $(x+\frac{1}{6})^2$

⑤ $(x-\frac{2}{5})^2$

⑥ $(x+\frac{5}{8})^2$

第1章 式の計算

練習2-3 次の式を展開せよ。

① $(4x+3)^2$

② $(2x-7)^2$

③ $(4x+1)^2$

④ $(3x-4)^2$

⑤ $(2x+5)^2$

⑥ $(5x-8)^2$

⑦ $(4x+6)^2$

⑧ $(3x+2)^2$

⑨ $(3x-1)^2$

⑩ $(3x-5)^2$

⑪ $(2x-9)^2$

⑫ $(2x+3)^2$

練習2-4 次の式を展開せよ。

① $(3x+y)^2$

② $(x-2y)^2$

③ $(x+8y)^2$

④ $(2x+3y)^2$

⑤ $(4x+y)^2$

⑥ $(x-9y)^2$

⑦ $(3x-4y)^2$

⑧ $(2x+5y)^2$

⑨ $(5x-y)^2$

練習2-5 次の式を展開せよ。

① $(x+5)^2$

② $(2x-3)^2$

③ $(x+4y)^2$

④ $(x-3y)^2$

⑤ $(2x+6)^2$

⑥ $(5x-2)^2$

⑦ $(3x+5)^2$

⑧ $(x+y)^2$

⑨ $(2x-4)^2$

⑩ $(x-5y)^2$

⑪ $(4x-6)^2$

⑫ $(x+12)^2$

⑬ $(8x+1)^2$

⑭ $(x-y)^2$

⑮ $(x+8y)^2$

⑯ $(5x+2y)^2$

⑰ $(10x+1)^2$

⑱ $(x-15y)^2$

練習2-6 次の式を展開せよ。

① $(x+\frac{3}{4})^2$

② $(x-\frac{5}{2})^2$

③ $(x+\frac{2}{3})^2$

④ $(x-\frac{1}{3}y)^2$

⑤ $(x+\frac{1}{2}y)^2$

⑥ $(4x-\frac{3}{4}y)^2$

例3 乗法公式3

次の式を展開せよ。

① $(x+4)(x-4)$

② $(3x+5y)(3x-5y)$

③ $(-x+3y)(x+3y)$

Point

◆ 乗法公式3

$$(\bigcirc+\Delta)(\bigcirc-\Delta)=\bigcirc^2-\Delta^2 \dots \text{前の2乗}-\text{後の2乗}$$

↑ 同じもの ↑ 同じもの

練習3-1 次の式を展開せよ。

① $(x+2)(x-2)$

② $(x+6)(x-6)$

③ $(x+5)(x-5)$

④ $(x+1)(x-1)$

⑤ $(x+8)(x-8)$

⑥ $(x+10)(x-10)$

⑦ $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

⑧ $\left(x+\frac{3}{4}\right)\left(x-\frac{3}{4}\right)$

⑨ $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$

練習3-2 次の式を展開せよ。

① $(3x+4)(3x-4)$

② $(6x+1)(6x-1)$

③ $(4x+3)(4x-3)$

④ $(5x+2)(5x-2)$

⑤ $(2x+7)(2x-7)$

⑥ $(8x+11)(8x-11)$

⑦ $(x-5)(x+5)$

⑧ $(x-9)(x+9)$

⑨ $(x-12)(x+12)$

⑩ $(-7+x)(7+x)$

⑪ $(-1+x)(1+x)$

⑫ $(-10+x)(10+x)$

練習3-3 次の式を展開せよ。

① $(x+3y)(x-3y)$

② $(x+5y)(x-5y)$

③ $(x+2y)(x-2y)$

④ $(x+y)(x-y)$

⑤ $(x+6y)(x-6y)$

⑥ $(x+9y)(x-9y)$

⑦ $\left(x+\frac{3}{2}y\right)\left(x-\frac{3}{2}y\right)$

⑧ $\left(x+\frac{1}{4}y\right)\left(x-\frac{1}{4}y\right)$

⑨ $\left(x+\frac{2}{5}y\right)\left(x-\frac{2}{5}y\right)$

第1章 式の計算

練習3-4 次のを展開せよ。

① $(2x+7y)(2x-7y)$

② $(3x+y)(3x-y)$

③ $(5x+4y)(5x-4y)$

④ $(4x+6y)(4x-6y)$

⑤ $(8x+3y)(8x-3y)$

⑥ $(6x+13y)(6x-13y)$

⑦ $(x-7y)(x+7y)$

⑧ $(x-8y)(x+8y)$

⑨ $(x-11y)(x+11y)$

⑩ $(-6y+x)(6y+x)$

⑪ $(-y+x)(y+x)$

⑫ $(-8y+x)(8y+x)$

練習3-5 次のを展開せよ。

① $(x+5)(x-5)$

② $(x+2y)(x-2y)$

③ $(x+8y)(x-8y)$

④ $(x+3y)(x-3y)$

⑤ $(x+1)(x-1)$

⑥ $(x+6y)(x-6y)$

⑦ $(x+\frac{3}{5}y)(x-\frac{3}{5}y)$

⑧ $(x+\frac{1}{2}y)(x-\frac{1}{2}y)$

⑨ $(x+\frac{2}{5})(x-\frac{2}{5})$

練習3-6 次のを展開せよ。

① $(2x+5)(2x-5)$

② $(9x+y)(9x-y)$

③ $(5x+y)(5x-y)$

④ $(x+12y)(x-12y)$

⑤ $(5x+4)(5x-4)$

⑥ $(6x+9y)(6x-9y)$

⑦ $(x-4y)(x+4y)$

⑧ $(x-2)(x+2)$

⑨ $(x-15y)(x+15y)$

⑩ $(-7y+x)(7y+x)$

⑪ $(-y+5x)(y+5x)$

⑫ $(-6+x)(6+x)$

展開のまとめ

公式 1		公式 2	
$(x+4)(x-6)$	$(3x-5y)(3x-2y)$	$(x+3)^2$	$(3x-4y)^2$
$=x^2 - 2x - 24$	$=9x^2 - 21xy + 10y^2$	$=x^2 + 6x + 9$	$=9x^2 - 24xy + 16y^2$
公式 3		公式にあてはまらない	
$(x+4)(x-4)$	$(2x+5y)(2x-5y)$	$(2x+5)(x-5)$	
$=x^2 - 16$	$=4x^2 - 25y^2$	$=2x^2 - 10x + 5x - 25$	
		$=2x^2 - 5x - 25$	

確認問題 A

1 次の式を展開せよ。⇨p7 **例1**

- | | | |
|-------------------|------------------|------------------|
| ① $(x+7)(x+5)$ | ② $(x-5y)(x-6y)$ | ③ $(5x+6)(5x-2)$ |
| ④ $(x-2)(x+8)$ | ⑤ $(2x+8)(2x-4)$ | ⑥ $(x-4y)(x+y)$ |
| ⑦ $(2x-y)(2x-9y)$ | ⑧ $(x+9)(x+3)$ | ⑨ $(3x-2)(3x-5)$ |

2 次の式を展開せよ。⇨p9 **例2**

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| ① $(x+2)^2$ | ② $(2x-5)^2$ | ③ $(x+7y)^2$ |
| ④ $(x-6y)^2$ | ⑤ $(2x+9)^2$ | ⑥ $(5x-8)^2$ |
| ⑦ $(3x+4)^2$ | ⑧ $(x+y)^2$ | ⑨ $(2x-3)^2$ |

3 次の式を展開せよ。⇨p11 **例3**

- | | | |
|------------------|------------------|--------------------|
| ① $(x+9)(x-9)$ | ② $(x+y)(x-y)$ | ③ $(x+5)(x-5)$ |
| ④ $(x+2y)(x-2y)$ | ⑤ $(x+3)(x-3)$ | ⑥ $(x+5y)(x-5y)$ |
| ⑦ $(2x+4)(2x-4)$ | ⑧ $(8x+y)(8x-y)$ | ⑨ $(5x+6y)(5x-6y)$ |

4 次の式を展開せよ。⇨p7 **例1**・p9 **例2**・p11 **例3**

- | | | |
|------------------|-----------------|--------------------|
| ① $(3x+2)(x+5)$ | ② $(x-5)(x-6)$ | ③ $(x-2y)^2$ |
| ④ $(x+y)(x-y)$ | ⑤ $(x+3)(4x-3)$ | ⑥ $(x+5)(x-8)$ |
| ⑦ $(2x+4)^2$ | ⑧ $(x+6)(x-6)$ | ⑨ $(2x+1)(3x-5)$ |
| ⑩ $(x+2y)(x-6y)$ | ⑪ $(2x-y)^2$ | ⑫ $(2x+5y)(2x-5y)$ |

第1章 式の計算

5 次の式を展開せよ。☞p7 例1・p9 例2・p11 例3

① $(x+7)(3x+5)$

② $(x-5y)^2$

③ $(5x+6y)(x-2y)$

④ $(x-2)(x-7)$

⑤ $(x+3)(x-3)$

⑥ $(x-5)(x+8)$

⑦ $(x+7y)(x-7y)$

⑧ $(x+9)^2$

⑨ $(x+5y)(x+4y)$

⑩ $(4x+2y)(x-2y)$

⑪ $(3x+4y)^2$

⑫ $(3x+y)(3x-y)$

6 次の式を展開せよ。☞p7 例1・p9 例2・p11 例3

① $(x-y)^2$

② $(x-3y)(x-6y)$

③ $(5x+6)(5x-6)$

④ $(6x+2)(3x-2)$

⑤ $(x+6)^2$

⑥ $(x-1)(x-9)$

⑦ $(x+10y)(x-10y)$

⑧ $(x+2y)(5x-4y)$

⑨ $(4x+3y)(4x-3y)$

⑩ $(5x-4)^2$

⑪ $(2x+7)(x-3)$

⑫ $(x-3y)(x+12y)$

7 次の式を展開せよ。☞p7 例1・p9 例2・p11 例3

① $(x+7)(x-7)$

② $(x-5y)(3x-6y)$

③ $(3x+6)(3x-2)$

④ $(x-4y)^2$

⑤ $(2x+9)(2x-9)$

⑥ $(x+5y)(x-5y)$

⑦ $(x+3)(x-5)$

⑧ $(3x+1)^2$

⑨ $(6x+1)(6x-1)$

⑩ $(8x-3y)^2$

⑪ $(x+3y)(x-2y)$

⑫ $(2x+3y)(x-5y)$

確認問題 B

1 次の式を展開せよ。☞p7 例1・p9 例2・p11 例3

① $(a+2)(4a+1)$

② $(x-3y)^2$

③ $(2x+3y)(x-4y)$

④ $(x-1)(x-4)$

⑤ $(x+8)(x-8)$

⑥ $(a-6)(a+6)$

⑦ $(3x+y)(3x-y)$

⑧ $(3a+5)^2$

⑨ $(4x+5y)(4x+y)$

2 次の式を展開せよ。☞p7 例1・p9 例2・p11 例3

① $(x-\frac{1}{2}y)^2$

② $(x-9y)(x-3y)$

③ $(a+6)(a-12)$

④ $(3x+2)(3x-4)$

⑤ $(5a+1)^2$

⑥ $(x-\frac{1}{4})(x-\frac{3}{4})$

⑦ $(x+\frac{1}{4}y)(x-\frac{1}{4}y)$

⑧ $(x+3y)(4x-3y)$

⑨ $(4x+\frac{2}{3}y)(4x-\frac{2}{3}y)$

3 次の式を展開せよ。☞p7 例1・p9 例2・p11 例3

① $(7x+2)(x+2)$

② $(4a-5)(5a-6)$

③ $(x-\frac{2}{3}y)^2$

④ $(4x+y)(x-4y)$

⑤ $(a+3)(2a-3)$

⑥ $(x+9)(x-8)$

⑦ $(2a+3)^2$

⑧ $(\frac{1}{2}x+6)(\frac{1}{2}x-6)$

⑨ $(3a+1)(3a-6)$

⑩ $(3x+2y)(x-y)$

⑪ $(2x-7y)^2$

⑫ $(-2x+3y)(2x+3y)$

3

多項式の計算の応用

例1 複雑な多項式の計算

次の計算をせよ。

① $3(x-4)(x+6) - (x-2)(x-8)$

② $(x+2y)(x-2y) + 2(3x-y)^2$

練習1 次の計算をせよ。

① $(3x-1)(2x+5) - (x+2)(x-2)$

② $(x-8)(x-3) + 4(x-5)^2$

③ $2(x-4)^2 - (x+6)(x-6)$

④ $(x+2)(x+4) + 5(x-2)(3x-4)$

⑤ $2(x+1)(x-1) - (x+2)(x-6)$

⑥ $3(2x-4y)(x+3y) + (x+4y)^2$

⑦ $(x-y)^2 - 5(x+3y)^2$

⑧ $4(2x+3y)(2x-3y) + (4x+y)(4x-y)$

例2 乗法公式の利用

乗法公式を利用して次の計算をせよ。

① 101^2

② 97^2

③ 105×95

練習2 乗法公式を利用して次の計算をせよ。

① 103^2

② 99^2

③ 102^2

④ 101×99

⑤ 103×97

⑥ 52×48

例3 置きかえによる展開

次の式を展開せよ。

① $(x+y-2)^2$

② $(x-y+5)(x-y-5)$

練習3 次の式を展開せよ。

① $(x+y+3)^2$

② $(a-b+3)(a-b-3)$

③ $(x+y+4)(x+y-3)$

④ $(a-1+b)(a-1-b)$

⑤ $(2x+y-3)(2x+y-1)$

⑥ $(x-2y+2)^2$

⑦ $(a+2b-3)(a+2b+2)$

⑧ $(3x-1+y)(3x-1-y)$

確認問題 A

1 次の計算をせよ。☞p16 例1

① $(x-8)(x+6)-(x+4)(x-4)$

② $(x-2)(x-3)+(x-1)^2$

③ $(a-2)^2+(a+6)(a-6)$

④ $(x+3)(x+2)-(3x-1)(x-2)$

⑤ $(a+3)(a-3)-(a+6)(a-1)$

⑥ $(x-y)(2x+y)-(x+2y)^2$

⑦ $(x+y)^2+(x-y)^2$

⑧ $(3x+y)(3x-y)-(3x+2y)(3x-2y)$

2 乗法公式を利用して次の計算をせよ。☞p16 例2

① 101^2

② 98^2

③ 103^2

④ 104×96

⑤ 95×105

⑥ 301×299

3 次の式を展開せよ。☞p17 例3

① $(x+5y-1)^2$

② $(3x-2y+1)(3x-2y-1)$

確認問題 B

1 次の計算をせよ。⇨p16 例1

① $(2x-4)(x+6)-(x+4)(x-4)$

② $(x-2)(x-5)+3(x-3)^2$

③ $3(x-1)^2+(x+10)(x-10)$

④ $(x+3)(x+2)-2(x-4)(4x-1)$

⑤ $3(x+5)(x-5)-(x+6)(x-10)$

⑥ $2(x-6y)(3x+y)-(x+3y)^2$

⑦ $(x+y)^2+2(x-y)^2$

⑧ $2(4x+y)(4x-y)-(4x+3y)(4x-3y)$

2 乗法公式を利用して次の計算をせよ。⇨p16 例2

① 106^2

② 97^2

③ 1002^2

④ 106×94

⑤ 203×197

⑥ 501×499

3 次の式を展開せよ。⇨p17 例3

① $(4x-y-3)(4x-y+7)$

② $(2x-y-4)(2x-y+4)$

4

因 数 分 解

例1 共通因数(1)

次の式を因数分解せよ。

① $3x - 6y$

② $12a + 8b - 4$

③ $-8x + 4y$

Point

◆ 共通因数(1)

$$\begin{aligned}
 & 3x - 6y \\
 & \xrightarrow{\text{共通因数}} = 3x - 3 \times 2y \\
 & \xrightarrow{\text{共通因数を前に出す}} = 3(x - 2y)
 \end{aligned}$$

練習1 次のを因数分解せよ。

① $6a - 10b$

② $10x^2 + 15y$

③ $20xy - 4$

④ $12a^2 + 18b^2$

⑤ $3 - 21y$

⑥ $24x + 32y$

⑦ $6a - 3b + 9$

⑧ $8x + 12y - 4$

⑨ $-2a - 10x$

例2 共通因数(2)

次の式を因数分解せよ。

① $mx - my$

② $x^2y + xy^2 - xy$

Point

◆ 共通因数(2)

$$\begin{aligned}
 & x^2y + xy^2 - xy \\
 & \xrightarrow{\text{共通因数}} = xxy + xyy - xy \\
 & \xrightarrow{\text{共通因数を前に出す}} = xy(x + y - 1)
 \end{aligned}$$

練習2 次のを因数分解せよ。

① $ax - ay$

② $xy + y$

③ $x^2 - 4xy$

④ $x^3 - x^2$

⑤ $3a - a^2b$

⑥ $xy^2 + x^2y$

⑦ $a^2b + ab$

⑧ $x^2y - xy + yz$

⑨ $a^2b^3 + a^3b^2 + a^2b^3$

例3 共通因数(3)

次の式を因数分解せよ。

① $12ab + 30ab^2$

② $16xy - 24x^2y - 8x$

③ $-6a^2 + 9ab$

Point

◆ 共通因数(3)

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c} \text{共通因数} \end{array} \swarrow \searrow \\
 12ab + 30ab^2 \\
 = 6ab \times 2 + 6ab \times 5b \\
 \begin{array}{c} \text{共通因数を前に出す} \end{array} \swarrow \\
 = 6ab(2 + 5b)
 \end{array}$$

練習3-1 次の式を因数分解せよ。

① $6ax - 4ay$

② $9xy + 6y$

③ $10x^2 - 5x$

④ $16a^2b + 24ab$

⑤ $-8xy - 12xy^2$

⑥ $12a^2b + 18a^3b$

⑦ $15x - 20x^2y$

⑧ $-9x^2y - 3xy$

⑨ $10a^2b + 15ab + 5a$

⑩ $4x^2y + 6xy - 8yz$

⑪ $6x^2y - 6xy + 3y$

⑫ $8ab + 12ab^2 + 8ab^3$

⑬ $x^2y^3 - 12xy^2 + 8y^2$

⑭ $-4a^3 + 8a^2b + 2a$

練習3-2 次の式を因数分解せよ。

① $4x - 20y$

② $ax + ay$

③ $6xy + 15y$

④ $24a + 6$

⑤ $x^3 - x^4$

⑥ $18a^2b - 12ab$

⑦ $12ab + 18ab^2 + 6a^2b$

⑧ $4x^2y - 2xy + 4xy^2$

⑨ $-2xy - 6x^2y + 10x$

⑩ $-6a^2 + 12a^2b + 9a^3$

例4 公式1

次の式を因数分解せよ。

① $x^2 + 3x - 10$

② $x^2 - 8x + 12$

Point

◆ 乗法公式1を使った因数分解

$$x^2 + 3x - 10 = (x \quad \text{---}) (x \quad \text{---})$$

--- と --- をたすと +3
 --- と --- をかけると -10

練習4-1 次の式を因数分解せよ。

① $x^2 + 4x + 3$

② $x^2 - 4x - 5$

③ $x^2 + 6x - 7$

④ $x^2 + 12x + 11$

⑤ $x^2 - 3x + 2$

⑥ $x^2 - 14x + 13$

練習4-2 次の式を因数分解せよ。

① $x^2 + 5x - 14$

② $x^2 - 2x - 15$

③ $x^2 + x - 6$

④ $x^2 + 10x + 21$

⑤ $x^2 - 11x + 10$

⑥ $x^2 - 15x + 26$

⑦ $x^2 - 3x - 10$

⑧ $x^2 + 7x + 6$

⑨ $x^2 - 2x - 8$

⑩ $x^2 + 5x + 6$

⑪ $x^2 - 9x + 8$

⑫ $x^2 + 9x - 22$

練習4-3 次の式を因数分解せよ。

① $x^2 - 7x + 12$

② $x^2 + 6x - 16$

③ $x^2 - 11x + 18$

④ $x^2 + x - 20$

⑤ $x^2 - 10x - 24$

⑥ $x^2 + 6x - 27$

⑦ $x^2 + 11x + 28$

⑧ $x^2 + 7x - 30$

⑨ $x^2 - 12x + 32$

⑩ $x^2 - 5x - 36$

⑪ $x^2 + 13x + 40$

⑫ $x^2 - x - 42$

⑬ $x^2 - 15x + 44$

⑭ $x^2 - 16x + 48$

⑮ $x^2 + 5x - 50$

⑯ $x^2 + 17x + 60$

⑰ $x^2 - 20x + 64$

⑱ $x^2 + 11x - 80$

例5 公式2

次の式を因数分解せよ。

① x^2+6x+9

② $4x^2-20xy+25y^2$

Point

◆ 乗法公式2を使った因数分解

◆ $\text{O}^2+2\text{O}\Delta+\Delta^2=(\text{O}+\Delta)^2$

◆ $\text{O}^2-2\text{O}\Delta+\Delta^2=(\text{O}-\Delta)^2$

練習5-1 次の式を因数分解せよ。

① x^2+2x+1

② x^2-6x+9

③ $x^2-8x+16$

④ x^2+4x+4

⑤ $x^2+10x+25$

⑥ x^2-2x+1

⑦ x^2-4x+4

⑧ $x^2-12x+36$

⑨ $x^2+20x+100$

練習5-2 次の式を因数分解せよ。

① $4x^2-4x+1$

② $9x^2+6x+1$

③ $4x^2+4x+1$

④ $25x^2+10x+1$

⑤ $16x^2-8x+1$

⑥ $9x^2-6x+1$

⑦ $25x^2-10x+1$

⑧ $16x^2+8x+1$

⑨ $36x^2-12x+1$

練習5-3 次の式を因数分解せよ。

① $x^2-2xy+y^2$

② $x^2+4xy+4y^2$

③ $x^2-8xy+16y^2$

④ $x^2+10xy+25y^2$

⑤ $x^2-6xy+9y^2$

⑥ $x^2+2xy+y^2$

⑦ $4x^2-4xy+y^2$

⑧ $9x^2+6xy+y^2$

⑨ $4x^2+4xy+y^2$

⑩ $25x^2+10xy+y^2$

⑪ $16x^2-8xy+y^2$

⑫ $9x^2-6xy+y^2$

⑬ $9x^2+12xy+4y^2$

⑭ $4x^2-20xy+25y^2$

⑮ $9x^2-24xy+16y^2$

⑯ $16x^2-24xy+9y^2$

⑰ $4x^2+28xy+49y^2$

⑱ $25x^2+60xy+36y^2$

例6 公式3

次の式を因数分解せよ。

① $x^2 - 9$

② $4x^2 - 25y^2$

Point

◆ 乗法公式3を使った因数分解

$$\bigcirc^2 - \triangle^2 = (\bigcirc + \triangle)(\bigcirc - \triangle)$$

練習6-1 次の式を因数分解せよ。

① $x^2 - 4$

② $x^2 - 16$

③ $x^2 - 25$

④ $x^2 - 1$

⑤ $x^2 - 9$

⑥ $x^2 - 36$

⑦ $x^2 - 64$

⑧ $x^2 - 100$

⑨ $x^2 - 121$

⑩ $x^2 - \frac{1}{4}$

⑪ $x^2 - \frac{4}{9}$

⑫ $x^2 - \frac{16}{25}$

練習6-2 次の式を因数分解せよ。

① $9x^2 - 1$

② $36x^2 - 1$

③ $16x^2 - 25$

④ $25x^2 - 9$

⑤ $4x^2 - 81$

⑥ $100x^2 - 49$

⑦ $64x^2 - 1$

⑧ $49x^2 - 9$

⑨ $81x^2 - 25$

練習6-3 次の式を因数分解せよ。

① $x^2 - y^2$

② $x^2 - 9y^2$

③ $x^2 - 49y^2$

④ $16x^2 - y^2$

⑤ $64x^2 - y^2$

⑥ $25x^2 - y^2$

⑦ $9 - y^2$

⑧ $81 - y^2$

⑨ $1 - y^2$

⑩ $4x^2 - 49y^2$

⑪ $25x^2 - 9y^2$

⑫ $64x^2 - 25y^2$

⑬ $16x^2 - 9y^2$

⑭ $49x^2 - 4y^2$

⑮ $81x^2 - 64y^2$

⑯ $\frac{4}{9}x^2 - 81y^2$

⑰ $16x^2 - \frac{1}{4}y^2$

⑱ $\frac{16}{25}x^2 - \frac{1}{9}y^2$

確認問題 A

1 次の式を因数分解せよ。☞p20 **例1** **例2**・p21 **例3**

- | | | |
|-----------------------|---------------------------|----------------|
| ① $ab+acy$ | ② $ax+ay-az$ | ③ $12x-18$ |
| ④ $3a^2+15a$ | ⑤ $-6x^2y-8xy$ | ⑥ $20a^2b+5ab$ |
| ⑦ $12xy^2-16x^2y-8xy$ | ⑧ $-2x^2y-6xy^2+14x^2y^2$ | |

2 次の式を因数分解せよ。☞p22 **例4**

- | | | |
|---------------|----------------|----------------|
| ① x^2-x-6 | ② x^2+7x+6 | ③ x^2-6x+8 |
| ④ $x^2+2x-15$ | ⑤ $x^2-10x+9$ | ⑥ x^2+2x-8 |
| ⑦ $x^2-5x-36$ | ⑧ $x^2+10x-24$ | ⑨ $x^2+13x+40$ |

3 次の式を因数分解せよ。☞p23 **例5**

- | | | |
|----------------------|---------------------|---------------------|
| ① x^2+6x+9 | ② $x^2-8x+16$ | ③ x^2-4x+4 |
| ④ $4x^2-12x+9$ | ⑤ $9x^2-30x+25$ | ⑥ $16x^2+8x+1$ |
| ⑦ $16x^2+40xy+25y^2$ | ⑧ $4x^2-20xy+25y^2$ | ⑨ $9x^2+42xy+49y^2$ |

4 次の式を因数分解せよ。☞p24 **例6**

- | | | |
|--------------------------|-------------------------|----------------------------|
| ① x^2-1 | ② x^2-9 | ③ x^2-36 |
| ④ $4-y^2$ | ⑤ $25-9y^2$ | ⑥ $1-49y^2$ |
| ⑦ $\frac{1}{4}x^2-25y^2$ | ⑧ $4x^2-\frac{1}{9}y^2$ | ⑨ $\frac{16}{25}x^2-81y^2$ |

5 次の式を因数分解せよ。☞p20 **例1** **例2**・p21 **例3**・p22 **例4**・p23 **例5**・p24 **例6**

- | | | |
|---------------|----------------|---------------|
| ① $ax-ay$ | ② x^2-1 | ③ x^2-2x+1 |
| ④ x^2+9x+8 | ⑤ $x^2-3x-10$ | ⑥ $x^2-2x-15$ |
| ⑦ $a^2-7a+10$ | ⑧ $y^2-8y+16$ | ⑨ x^2-25 |
| ⑩ $mx+nx-cx$ | ⑪ $4x^2+12x+9$ | ⑫ $-3x^2+6x$ |

第1章 式の計算

6 次の式を因数分解せよ。⇨p20 例1 例2・p21 例3・p22 例4・p23 例5・p24 例6

① $9x^2 - 49y^2$

② $x^2 - 9x + 20$

③ $2x^2y + 4xy^2$

④ $x^2 - 12xy + 36y^2$

⑤ $x^2 - 7x - 18$

⑥ $64x^2 - 49$

⑦ $4x^2 - 12x + 9$

⑧ $3mn - 6m^2$

⑨ $x^2 - 6x - 16$

⑩ $81 - 16a^2$

⑪ $x^2 - 6xy + 9y^2$

⑫ $10ab + 15ab^3$

⑬ $x^2 + 8x + 16$

⑭ $36x^2 - 25y^2$

⑮ $x^2 + 9x - 10$

7 次の式を因数分解せよ。⇨p20 例1 例2・p21 例3・p22 例4・p23 例5・p24 例6

① $y^2 - 8y + 16$

② $x^2 - 12x + 20$

③ $6xy - 9y^3$

④ $x^2 + 2x + 1$

⑤ $x^2 - y^2$

⑥ $ax - ac$

⑦ $x^2 + 6x + 8$

⑧ $x^2 + 8x + 16$

⑨ $ax + bx - cx$

⑩ $x^2 - 7x + 10$

⑪ $4x^2 - 12x + 9$

⑫ $x^2 - 25$

⑬ $3x^2 - 6x$

⑭ $x^2 - 8x + 16$

⑮ $-6xy^2 - 2xy$

8 次の式を因数分解せよ。⇨p20 例1 例2・p21 例3・p22 例4・p23 例5・p24 例6

① $x^2 + 3x - 10$

② $64x^2 - 49$

③ $x^2 - 15x - 16$

④ $x^2 - 25$

⑤ $12ax^2 + 16a^3x - 8$

⑥ $x^2 - 9x + 20$

⑦ $2x^2y - 4xy^2$

⑧ $a^2 - 9a - 10$

⑨ $16x^2 - 1$

⑩ $24m^3n - 6mn^2$

⑪ $x^2 - 6x - 16$

⑫ $x^2 - 24xy + 144y^2$

⑬ $-10ab + 40ab^2$

⑭ $36x^2 - 25y^2$

⑮ $x^2 + 12x + 36$

確認問題 B

1 次の式を因数分解せよ。☞p20 例1 例2・p21 例3・p22 例4・p23 例5・p24 例6

① $x^2 + x - 12$

② $16x^2 - 9$

③ $x^2 + 7x + 12$

④ $x^2 - 14xy + 49y^2$

⑤ $x^3 - x^2 - x$

⑥ $64 - 9x^2$

⑦ $x^2y + xy - y^2$

⑧ $\frac{1}{4}x^2 - 1$

⑨ $x^2 - 8x - 20$

⑩ $1 - \frac{1}{9}a^2$

⑪ $x^2 - 2xy + y^2$

⑫ $-6a^2b + 9ab$

2 次の式を因数分解せよ。☞p20 例1 例2・p21 例3・p22 例4・p23 例5・p24 例6

① $y^2 - 18y + 81$

② $x^2 - 18x + 32$

③ $12xy^2 - 9y^3$

④ $2x^2 + 6x + 8$

⑤ $x^2 - 121y^2$

⑥ $ax - ac + ay$

⑦ $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

⑧ $x^2 + 23x + 90$

⑨ $\frac{1}{25}m^2 - \frac{4}{9}n^2$

⑩ $x^2 - 16x + 39$

⑪ $4x^2 - \frac{1}{25}$

⑫ $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

3 次の式を因数分解せよ。☞p20 例1 例2・p21 例3・p22 例4・p23 例5・p24 例6

① $x^2 + 10x - 56$

② $169x^2 - 1$

③ $x^2 - 20x - 21$

④ $9x^2 - 196$

⑤ $8ax^2 + 16a^3x - 4x$

⑥ $a^2 - a - 132$

⑦ $2x^3y^2 - 4x^2y^3$

⑧ $a^2 + a + \frac{1}{4}$

⑨ $25x^2 - \frac{49}{4}$

⑩ $8m^3n - 4m^2n^2$

⑪ $x^2 - 2x - 63$

⑫ $x^2 - \frac{6}{5}xy + \frac{9}{25}y^2$

5

複雑な因数分解と応用

例1 複雑な因数分解

次の式を因数分解せよ。

① $2x^2 - 6x - 20$

② $ax^2 - 8ax + 16a$

③ $16a^2 - 64b^2$

Point

◆ 複雑な因数分解

$$\begin{aligned}
 & 2x^2 - 6x - 20 \\
 & \text{共通因数を前に出す} \\
 & = 2(x^2 - 3x - 10) \\
 & \quad (\quad) \text{の中をもう一度因数分解する} \\
 & = 2(x-5)(x+2)
 \end{aligned}$$

練習1-1 次の式を因数分解せよ。

① $2x^2 + 4xy + 2y^2$

② $ax^2 - ay^2$

③ $2x^2 + 4x + 2$

④ $3x^2 + 18x + 24$

⑤ $ax^2 + 3ax - 10a$

⑥ $x^2y - 9y^3$

⑦ $x^3 + 8x^2 + 16x$

⑧ $64x^2y - 49y$

⑨ $4x^2 - 48x + 80$

⑩ $a^3 - 9a$

⑪ $2x^2 - 50$

⑫ $xy^2 - 8xy + 16x$

⑬ $3a^2 - 27a - 30$

⑭ $ax^2 - 2ax - 15a$

⑮ $9ax^2 - 16a^3$

練習1-2 次の式を因数分解せよ。

① $18ax^2 - 32ay^2$

② $3x^2y - 27xy + 60y$

③ $2x^3y - 50xy^3$

④ $2ax^2 - 24axy + 72ay^2$

⑤ $2ax^2 - 14ax - 36a$

⑥ $27x^3 - 3x$

⑦ $12x^2y - 36xy + 27y$

⑧ $3mn^2 - 12m$

⑨ $5ax^2 - 30ax - 80a$

例2 因数分解の利用(1)

因数分解を利用して次の計算をせよ。

① $76^2 - 24^2$

② $243 \times 233 - 233^2$

練習2 因数分解を利用して次の計算をせよ。

① $65^2 - 35^2$

② $102^2 - 92^2$

③ $57^2 - 43^2$

④ $68 \times 58 - 58^2$

⑤ $89 \times 88 + 88 \times 11$

⑥ $76^2 + 24 \times 76$

例3 因数分解の利用(2)

次の各問いに答えよ。

① $x+y=5$ 、 $x-y=-7$ のとき
 x^2-y^2 の値を求めよ。

② $x=1.7$ 、 $y=8.3$ のとき
 $x^2+2xy+y^2$ の値を求めよ。

③ $x+y=5$ 、 $xy=8$ のとき
 x^2+y^2 の値を求めよ。

Point

◆ 因数分解の公式の変形

$$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2 \text{ より } x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$

練習3 次の各問いに答えよ。

① $x+y=-3$ 、 $x-y=6$ のとき
 x^2-y^2 の値を求めよ。

② $x=13.8$ 、 $y=3.8$ のとき
 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めよ。

③ $x=76$ 、 $y=24$ のとき
 x^2-y^2 の値を求めよ。

④ $x=58$ 、 $y=42$ のとき
 $x^2+2xy+y^2$ の値を求めよ。

⑤ $x+y=-6$ 、 $xy=4$ のとき
 x^2+y^2 の値を求めよ。

例4 置きかえによる因数分解

次の式を因数分解せよ。

① $x(a+b)-y(a+b)$

② $a(x+y)+x+y$

③ $(x+1)^2+4(x+1)+3$

④ $(x-y)^2-6(x-y)+9$

⑤ $(x-6)^2-9$

⑥ $ax+ay+bx+by$

練習4 次の式を因数分解せよ。

① $a(b-c)-5(b-c)$

② $(x-y)^2-5(x-y)$

③ $(x-y)^2-8(x-y)+12$

④ $(x+y)^2+2(x+y)+1$

⑤ $(x-5)^2-9$

⑥ $xy-y+6x-6$

⑦ $x(a-1)-y(a-1)$

⑧ $(x+y)^2-3(x+y)$

⑨ $(x-1)^2+9(x-1)+14$

⑩ $(x-3)^2-4(x-3)+4$

⑪ $x^2+6x+9-y^2$

⑫ $4x^2-(x+1)^2$

確認問題 A

1 次の式を因数分解せよ。☞p28 **例1**

① $4x^2y - 12xy + 9y$

② $2x^2 - 18x + 40$

③ $2x^3y - 8xy^3$

④ $3a^2 - 27a - 30$

⑤ $3x^2 - 3$

⑥ $5x^2 - 20y^2$

⑦ $8x^2 - 24x + 18$

⑧ $24ab^3 - 6a^3b$

⑨ $5x^2 - 30x - 80$

2 次の式を因数分解せよ。☞p28 **例1**

① $16x^2 - 36y^2$

② $-x^2 + x + 12$

③ $2a^2 - 8a - 24$

④ $x - x^3$

⑤ $3a^3 - 27a$

⑥ $50x^2 - 40xy + 8y^2$

3 因数分解を利用して次の計算をせよ。☞p29 **例2**

① $85^2 - 15^2$

② $95 \times 45 - 45 \times 93$

③ $47 \times 29 - 29 \times 7 + 10 \times 29$

4 次の各問いに答えよ。☞p29 **例3**

① $x+y=9$ 、 $x-y=7$ のとき
 x^2-y^2 の値を求めよ。

② $x=27.6$ 、 $y=7.6$ のとき
 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めよ。

③ $x+y=9$ 、 $xy=3$ のとき
 x^2+y^2 の値を求めよ。

5 次の式を因数分解せよ。☞p30 **例4**

① $x(a+3) - y(a+3)$

② $a(x-y) + x - y$

③ $(x+y)^2 - 2(x+y) - 3$

④ $(x-y)^2 - 4(x-y) + 4$

⑤ $(x-2)^2 - 16$

⑥ $ax - 2x + ay - 2y$

確認問題 B

1 次の式を因数分解せよ。☞p28 例1

① $6x^2 - 24$

② $6a^2 - 54a - 60$

③ $2x^2 - 20x + 32$

④ $6x^3y - 24xy^3$

⑤ $4ax^2 - 20ax + 25a$

⑥ $27a^2 - 48b^2$

⑦ $a - 26ay + 169ay^2$

⑧ $5a^3b - 45ab^3$

⑨ $3x^2 - 3x - 60$

2 次の式を因数分解せよ。☞p28 例1

① $18x^2 - 24xy + 8y^2$

② $-2x^2 + 2x + 24$

③ $9a^2 - 36x^2$

④ $x^2 - x^4$

⑤ $12x^2 + 60x + 75$

⑥ $3a^2 - 27a + 60$

3 因数分解を利用して次の計算をせよ。☞p29 例2

① $109^2 - 9^2$

② $3.14 \times 16 + 3.14 \times 4$

③ $106 \times 19 - 19 \times 7 + 19$

4 次の各問いに答えよ。☞p29 例3

① $x + y = -5$ 、 $x - y = -7$ のとき $x^2 - y^2$ の値を求めよ。

② $x = 0.6$ 、 $y = 9.4$ のとき $x^2 + 2xy + y^2$ の値を求めよ。

③ $x + y = 8$ 、 $xy = -5$ のとき $x^2 + y^2$ の値を求めよ。

5 次の式を因数分解せよ。☞p30 例4

① $(a - b) - y(a - b)$

② $(2x - 3)^2 - (x + 2)^2$

③ $(x - y)^2 - 8(x - y) + 16$

④ $(x - 2)^2 + 3(x - 2) - 10$

⑤ $x^2 - 2x + 1 - a^2$

⑥ $(x - 5y)^2 + x - 5y$

6

式の計算を使った証明

例1 証明(1)

次の各問いに答えよ。

- ① 連続する2つの整数がある。それぞれの平方の和から1をひくと、もとの2つの数の積の2倍となることを証明せよ。

- ② 連続する2つの奇数がある。大きいほうの奇数の平方から小さいほうの奇数の平方をひくと、8の倍数になることを証明せよ。

Point

◆ n を整数とすると

- ◆ 偶数… $2n$
- ◆ 奇数… $2n+1$ または $2n-1$
- ◆ 連続する2つの整数… $n, n+1$
- ◆ 連続する3つの整数… $n-1, n, n+1$
- ◆ 連続する2つの偶数… $2n, 2n+2$
- ◆ 連続する2つの奇数… $2n+1, 2n+3$

練習1 次の各問いに答えよ。

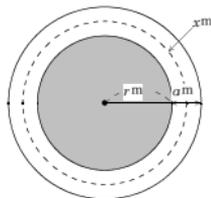
- ① 連続する2つの整数がある。大きい数の平方から小さい数の平方をひくと、もとの2つの数の和となることを証明せよ。

第1章 式の計算

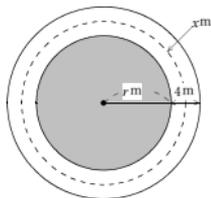
- ② 連続する3つの整数がある。いちばん小さい数といちばん大きい数の積に1を加えると、真ん中の数の2乗になることを証明せよ。
- ③ 連続する3つの整数がある。いちばん大きい数の平方からいちばん小さい数の平方をひくと、真ん中の数の4倍になることを証明せよ。
- ④ 連続する2つの偶数がある。大きいほうの偶数の平方から小さいほうの偶数の平方をひくと、4の倍数になることを証明せよ。
- ⑤ 連続する2つの奇数がある。この2数の積に1を加えると、4の倍数になることを証明せよ。

例2 証明(2)

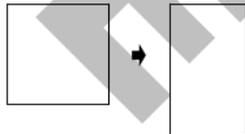
右の図のように半径が r mの土地があり、この土地の周りに幅 a mの道をつける。この道の真ん中を通る線の長さを x m、道の面積を S m²とすると $S = ax$ となることを証明せよ。



- 練習2-1 右の図のように半径が r mの土地があり、この土地の周りに幅4mの道をつける。この道の真ん中を通る線の長さを x m、道の面積を S m²とすると $S = 4x$ となることを証明せよ。

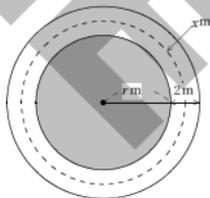


- 練習2-2 1辺が x mの正方形がある。この正方形のたてを a m長くし、横を a m短くして長方形を作る。この正方形と長方形の面積を比べるとどちらが何m²広いか。



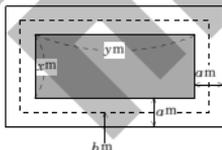
確認問題 A

- 1 連続する3つの整数がある。真ん中の数の2乗から1をひくと、いちばん小さい数といちばん大きい数の積に等しくなることを証明せよ。☞p33 例1
- 2 連続する2つの整数がある。大きい数の平方から小さい数の平方をひくと、もとの2つの数の和となることを証明せよ。☞p33 例1
- 3 連続する2つの奇数がある。大きいほうの奇数の2乗から小さいほうの奇数の2乗をひくと、8の倍数になることを証明せよ。☞p33 例1
- 4 右の図のように半径が r mの土地があり、この土地の周りに幅2mの道をつける。この道の真ん中を通る線の長さを x m、道の面積を S m²とすると $S = 2x$ となることを証明せよ。☞p35 例2



確認問題 B

- 1 連続する3つの整数がある。いちばん小さい数といちばん大きい数の積に1を加えると、真ん中の数の2乗に等しくなることを証明せよ。⇨p33 例1
- 2 連続する2つの奇数がある。小さいほうの奇数の2乗と大きいほうの奇数の2乗の和から2をひくと、8の倍数になることを証明せよ。⇨p33 例1
- 3 6でわると5あまる数と、6でわると4あまる数の積を6でわると2あまることを証明せよ。⇨p33 例1
- 4 右の図のようにたてが xm 、横が ym の土地があり、この土地の周りに幅 am の道をつける。この道の真ん中を通る線の長さを bm 、道の面積を $S m^2$ とすると $S = ab$ となることを証明せよ。⇨p35 例2



練習2-1 次の数の平方根を求めよ。

- ① 1 ② 49 ③ 36 ④ 64 ⑤ 9
- ⑥ 81 ⑦ 16 ⑧ 25 ⑨ 4 ⑩ 100
- ⑪ 121 ⑫ 144 ⑬ 0 ⑭ -100 ⑮ 196
- ⑯ 225 ⑰ 169 ⑱ 256 ⑲ 400 ⑳ -25

練習2-2 次の数の平方根を求めよ。

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{1}{25}$ ⑤ $\frac{1}{36}$
- ⑥ $\frac{9}{25}$ ⑦ $\frac{9}{4}$ ⑧ $\frac{36}{49}$ ⑨ $\frac{25}{16}$ ⑩ $\frac{64}{49}$
- ⑪ $\frac{1}{100}$ ⑫ $\frac{25}{81}$ ⑬ $\frac{64}{9}$ ⑭ $\frac{121}{4}$ ⑮ $\frac{25}{169}$

練習2-3 次の数の平方根を求めよ。

- ① 1.44 ② 0.01 ③ 0.04 ④ 0.25 ⑤ 0.16
- ⑥ 0.09 ⑦ 1.21 ⑧ 0.36 ⑨ 1.69 ⑩ 0.49
- ⑪ 2.25 ⑫ 0.64 ⑬ 0.81 ⑭ 2.56 ⑮ 0

練習2-4 次の数の平方根を求めよ。

- ① 9 ② -49 ③ 0.25 ④ 64 ⑤ $\frac{49}{100}$
- ⑥ 0 ⑦ 0.09 ⑧ 36 ⑨ -25 ⑩ $\frac{25}{9}$
- ⑪ 0.36 ⑫ $\frac{1}{4}$ ⑬ 144 ⑭ 0.81 ⑮ -16
- ⑯ $\frac{1}{36}$ ⑰ 100 ⑱ 49 ⑲ 1.21 ⑳ $\frac{64}{49}$

例3 素因数分解で平方根を求める

次の数の平方根を求めよ。

① 11025

② 2304

Point

◆ 大きな数の平方根
素因数分解を使う

練習3 次の数の平方根を求めよ。

① 324

② 576

③ 625

④ 784

⑤ 2025

⑥ 1089

確認問題 A

1 次の数の平方根を求めよ。☞p38 **例2**

- | | | | |
|-------|------|-------|-------|
| ① 64 | ② 1 | ③ 121 | ④ 25 |
| ⑤ 0 | ⑥ 81 | ⑦ 16 | ⑧ -36 |
| ⑨ -81 | ⑩ 49 | ⑪ 144 | ⑫ 36 |

2 次の数の平方根を求めよ。☞p38 **例2**

- | | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| ① $\frac{9}{25}$ | ② $\frac{9}{64}$ | ③ $\frac{1}{4}$ | ④ $\frac{4}{9}$ |
| ⑤ $\frac{1}{25}$ | ⑥ $\frac{16}{49}$ | ⑦ $\frac{25}{36}$ | ⑧ $\frac{1}{64}$ |
| ⑨ $\frac{25}{4}$ | ⑩ $\frac{81}{49}$ | ⑪ $\frac{49}{36}$ | ⑫ $\frac{16}{9}$ |

3 次の数の平方根を求めよ。☞p38 **例2**

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ① 0.64 | ② 0.16 | ③ 0.01 | ④ 0.09 |
| ⑤ 0.25 | ⑥ 0.81 | ⑦ 0.36 | ⑧ 1.21 |
| ⑨ 0.49 | ⑩ 1.44 | ⑪ 1.69 | ⑫ 2.25 |

4 次の数の平方根を求めよ。☞p40 **例3**

- | | | |
|-------|-------|--------|
| ① 729 | ② 900 | ③ 1024 |
|-------|-------|--------|

確認問題 B

1 次の数の平方根を求めよ。☞p38 例2

- ① 1 ② 64 ③ 144 ④ 81
- ⑤ -4 ⑥ 0 ⑦ 121 ⑧ 169
- ⑨ 25 ⑩ 49 ⑪ 225 ⑫ -36

2 次の数の平方根を求めよ。☞p38 例2

- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{9}{121}$ ③ $\frac{1}{225}$ ④ $\frac{100}{81}$
- ⑤ $-\frac{49}{81}$ ⑥ $\frac{169}{36}$ ⑦ $\frac{81}{121}$ ⑧ $\frac{225}{4}$
- ⑨ $\frac{49}{64}$ ⑩ $\frac{121}{9}$ ⑪ $-\frac{25}{4}$ ⑫ $\frac{144}{169}$

3 次の数の平方根を求めよ。☞p38 例2

- ① -0.25 ② 1.21 ③ 0.81 ④ 0.01
- ⑤ 1.44 ⑥ 0.09 ⑦ 1.69 ⑧ -0.04
- ⑨ 1.96 ⑩ 0.49 ⑪ -0.81 ⑫ 2.25

4 次の数の平方根を求めよ。☞p40 例3

- ① 484 ② 784 ③ 9216

2

根号

例1 根号...√

次の数の平方根を根号(√)を用いて表せ。

① 2

② 0.9

③ $\frac{7}{10}$

Point

◆ 根号(1)

- ◆ 正の数 a の平方根は2つあり、 $-\sqrt{a}$ と \sqrt{a} (まとめて $\pm\sqrt{a}$)と表す
- ◆ \sqrt{a} はルート a と読む

練習1 次の数の平方根を根号(√)を用いて表せ。

① 5

② 30

③ 2.5

④ $\frac{2}{15}$

平方根と根号

根号(√)を使わないで表す平方根の例

- ◆ 1の平方根は $\pm\sqrt{1} = \pm 1$
- ◆ 9の平方根は $\pm\sqrt{9} = \pm 3$
- ◆ 0.25の平方根は $\pm\sqrt{0.25} = \pm 0.5$
- ◆ $\frac{1}{36}$ の平方根は $\pm\sqrt{\frac{1}{36}} = \pm \frac{1}{6}$

根号(√)を使って表す平方根の例

- ◆ 2の平方根は $\pm\sqrt{2}$
- ◆ 30の平方根は $\pm\sqrt{30}$
- ◆ 0.9の平方根は $\pm\sqrt{0.9}$
- ◆ $\frac{3}{5}$ の平方根は $\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$

例2 平方根を求める

次の数の平方根を求めよ。(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと)

① 36

② 15

③ 0.01

④ $\frac{2}{5}$

Point

◆ 根号(2)

 a が正の数のとき

$$\sqrt{a^2} = a \quad -\sqrt{a^2} = -a \quad \sqrt{3^2} = 3 \quad -\sqrt{3^2} = -3 \quad \sqrt{9} = 3 \quad -\sqrt{9} = -3$$

練習2-1 次の数の平方根を求めよ。(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと)

① 1

② 2

③ 3

④ -4

⑤ 9

⑥ -15

⑦ 16

⑧ 30

⑨ 49

⑩ 60

⑪ -64

⑫ 90

⑬ 100

⑭ 105

⑮ 121

⑯ 160

⑰ -144

⑱ 169

⑲ 200

⑳ 900

練習2-2 次の数の平方根を求めよ。(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと)

① 0.04

② 1.21

③ -1.8

④ 4.8

⑤ $\frac{1}{9}$

⑥ $-\frac{3}{10}$

⑦ $\frac{4}{25}$

⑧ $\frac{7}{30}$

⑨ $\frac{9}{16}$

⑩ $\frac{3}{5}$

⑪ $\frac{1}{36}$

⑫ $\frac{20}{39}$

例3 数を根号を用いて表す

次の数を根号を用いて表せ。

① 1

② 3

③ 0.4

④ $\frac{4}{5}$

Point

◆ 根号(3)

$$a \text{ が正の数のとき } \sqrt{a^2} = a \quad -\sqrt{a^2} = -a \quad 3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9} \quad -3 = -\sqrt{3^2} = -\sqrt{9}$$

練習3 次の数を根号を用いて表せ。

① 2

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 11

⑥ 12

⑦ 13

⑧ 20

⑨ 0.6

⑩ 1.5

⑪ $\frac{3}{7}$

⑫ $\frac{1}{8}$

例4 根号のついた数の大小

次の数の大小を不等号を用いて表せ。

① $\sqrt{8}$, $\sqrt{7}$

② 3, $\sqrt{5}$

③ $-\sqrt{15}$, -4

④ $\sqrt{5}$, 2, $\sqrt{3}$

Point

◆ 根号(4)

$$a, b \text{ が正の数のとき } a < b \text{ ならば } \sqrt{a} < \sqrt{b}, -\sqrt{a} > -\sqrt{b} \quad \sqrt{3} < \sqrt{5}, -\sqrt{3} > -\sqrt{5}$$

練習4 次の数の大小を不等号を用いて表せ。

① $\sqrt{6}$, $\sqrt{3}$

② $-\sqrt{13}$, $-\sqrt{8}$

③ 5, $\sqrt{3}$

④ $-\sqrt{6}$, -3

⑤ $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{3}$

⑥ 5, $\sqrt{30}$, $\sqrt{5}$

⑦ $-\sqrt{17}$, -4, $-\sqrt{6}$

確認問題 A

1 次の数の平方根を求めよ。(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと) ⇨p43 例1

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| ① 10 | ② 4 | ③ 36 | ④ 1 |
| ⑤ 25 | ⑥ 100 | ⑦ 30 | ⑧ 8 |
| ⑨ 121 | ⑩ 144 | ⑪ 400 | ⑫ 9000 |
| ⑬ -16 | ⑭ 0 | ⑮ 0.1 | ⑯ 0.04 |
| ⑰ $\frac{5}{6}$ | ⑱ $\frac{4}{9}$ | ⑲ $\frac{1}{3}$ | ⑳ $\frac{1}{25}$ |

2 次の各問いに答えよ。⇨p43 例1・p44 例3

- | | | |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| ① 16の平方根はいくらか。 | ② $-\sqrt{16}$ はいくらか。 | ③ 24の平方根はいくらか。 |
| ④ $\sqrt{25}$ はいくらか。 | ⑤ 49の平方根はいくらか。 | ⑥ $\sqrt{49}$ はいくらか。 |

3 次の数を根号を用いて表せ。⇨p44 例3

- | | | | |
|-------|-------|-----------------|-----------------|
| ① 8 | ② 3 | ③ 1 | ④ 15 |
| ⑤ 1.3 | ⑥ 0.3 | ⑦ $\frac{2}{5}$ | ⑧ $\frac{1}{6}$ |

4 次の数の大小を不等号を用いて表せ。⇨p44 例4

- | | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|---------------------|
| ① $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ | ② $-\sqrt{12}$, -4 | ③ 6 , $\sqrt{30}$ | ④ -4 , $-\sqrt{17}$ |
| ⑤ $\sqrt{60}$, 8 , $\sqrt{24}$ | ⑥ -3 , $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{5}$ | ⑦ $\sqrt{7}$, 3 , $\sqrt{12}$ | |

確認問題 B

1 次の数の平方根を求めよ。(根号を使わないでも表せるものは根号を使わないこと) ⇨p43 例1

- ① 2 ② 9 ③ 12 ④ 49
- ⑤ 90 ⑥ 169 ⑦ 900 ⑧ 1000
- ⑨ 3600 ⑩ 4000 ⑪ 10000 ⑫ 14400
- ⑬ -25 ⑭ 0.09 ⑮ 0.4 ⑯ 0.9
- ⑰ $\frac{2}{3}$ ⑱ $\frac{1}{49}$ ⑲ $\frac{100}{9}$ ⑳ $\frac{5}{12}$

2 次の各問いに答えよ。⇨p43 例1・p44 例3

- ① 36の平方根はいくらか。 ② $\sqrt{36}$ はいくらか。 ③ $-\sqrt{36}$ はいくらか。
- ④ 81の平方根はいくらか。 ⑤ $\sqrt{81}$ はいくらか。 ⑥ $-\sqrt{81}$ はいくらか。
- ⑦ $\sqrt{5^2}$ はいくらか。 ⑧ $\sqrt{(-5)^2}$ はいくらか。 ⑨ 100の平方根はいくらか。
- ⑩ $\sqrt{144}$ はいくらか。 ⑪ 144の平方根はいくらか。 ⑫ $\sqrt{12^2}$ はいくらか。

3 次の数の大小を不等号を用いて表せ。⇨p44 例4

- ① $\sqrt{10}$, $\sqrt{5}$ ② $-\sqrt{5}$, -2 ③ 7 , $\sqrt{50}$ ④ -6 , $-\sqrt{30}$
- ⑤ $\sqrt{15}$, $\sqrt{20}$, 4 ⑥ -8 , $-\sqrt{72}$, $-\sqrt{90}$ ⑦ $-\sqrt{6}$, -6 , $-\sqrt{3}$

例3 根号の中の数を根号の外に出す根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{20}$

② $\sqrt{54}$

③ $\sqrt{360}$

④ $\sqrt{144}$

Point

◆ 根号の外に出す

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

練習3-1 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{8}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{20}$

④ $\sqrt{24}$

⑤ $\sqrt{28}$

⑥ $\sqrt{40}$

⑦ $\sqrt{44}$

⑧ $\sqrt{52}$

練習3-2 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{18}$

② $\sqrt{27}$

③ $\sqrt{45}$

④ $\sqrt{54}$

⑤ $\sqrt{63}$

⑥ $\sqrt{90}$

⑦ $\sqrt{99}$

練習3-3 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{32}$

② $\sqrt{48}$

③ $\sqrt{80}$

④ $\sqrt{96}$

練習3-4 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{50}$

② $\sqrt{75}$

③ $\sqrt{125}$

④ $\sqrt{150}$

練習3-5 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{72}$

② $\sqrt{108}$

③ $\sqrt{180}$

練習3-6 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{200}$

② $\sqrt{300}$

③ $\sqrt{500}$

練習3-7 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{8}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{18}$

④ $\sqrt{20}$

⑤ $\sqrt{24}$

⑥ $\sqrt{27}$

⑦ $\sqrt{28}$

⑧ $\sqrt{32}$

⑨ $\sqrt{40}$

⑩ $\sqrt{44}$

⑪ $\sqrt{48}$

⑫ $\sqrt{50}$

⑬ $\sqrt{54}$

⑭ $\sqrt{56}$

⑮ $\sqrt{60}$

⑯ $\sqrt{68}$

⑰ $\sqrt{72}$

⑱ $\sqrt{76}$

⑲ $\sqrt{80}$

⑳ $\sqrt{84}$

練習3-8 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。

① $\sqrt{88}$

② $\sqrt{90}$

③ $\sqrt{96}$

④ $\sqrt{108}$

⑤ $\sqrt{120}$

⑥ $\sqrt{144}$

⑦ $\sqrt{150}$

⑧ $\sqrt{160}$

⑨ $\sqrt{180}$

⑩ $\sqrt{196}$

⑪ $\sqrt{200}$

⑫ $\sqrt{240}$

⑬ $\sqrt{320}$

⑭ $\sqrt{360}$

⑮ $\sqrt{420}$

⑯ $\sqrt{480}$

確認問題 A

1 根号の外にある数を根号の中に入れよ。⇨p47 例2

① $2\sqrt{7}$

② $3\sqrt{5}$

③ $4\sqrt{2}$

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

⑥ $7\sqrt{3}$

⑦ $8\sqrt{2}$

⑧ $9\sqrt{5}$

⑨ $3\sqrt{\frac{1}{2}}$

⑩ $2\sqrt{\frac{2}{5}}$

⑪ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

⑫ $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

2 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。⇨p48 例3

① $\sqrt{27}$

② $\sqrt{20}$

③ $\sqrt{28}$

④ $\sqrt{50}$

⑤ $\sqrt{40}$

⑥ $\sqrt{8}$

⑦ $\sqrt{12}$

⑧ $\sqrt{18}$

⑨ $\sqrt{32}$

⑩ $\sqrt{48}$

⑪ $\sqrt{108}$

⑫ $\sqrt{120}$

確認問題 B

1 次の数の大小を不等号を用いて表せ。☞p47 例2

① $2\sqrt{7}$, $3\sqrt{3}$

② $4\sqrt{2}$, $2\sqrt{6}$

③ $-5\sqrt{3}$, $-3\sqrt{7}$

④ $2\sqrt{5}$, $4\sqrt{3}$, $3\sqrt{7}$

⑤ $-5\sqrt{2}$, $-3\sqrt{5}$, $-6\sqrt{3}$

⑥ $5\sqrt{\frac{1}{2}}$, $4\sqrt{\frac{2}{5}}$

⑦ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$, $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

2 根号の中の数をできるだけ小さい数にして、 $a\sqrt{b}$ の形に変形せよ。☞p48 例3

① $\sqrt{24}$

② $\sqrt{44}$

③ $\sqrt{45}$

④ $\sqrt{52}$

⑤ $\sqrt{54}$

⑥ $\sqrt{56}$

⑦ $\sqrt{60}$

⑧ $\sqrt{72}$

⑨ $\sqrt{75}$

⑩ $\sqrt{90}$

⑪ $\sqrt{125}$

⑫ $\sqrt{240}$

4

根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の乗除

例1 根号のついた数の乗法(1)

次の計算をせよ。

① $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

② $4 \times \sqrt{8}$

③ $3\sqrt{10} \times 2\sqrt{5}$

④ $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{50} \times \sqrt{2}$

⑥ $(\sqrt{5})^2$

⑦ $(3\sqrt{2})^2$

Point

◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の乗法

かける

$$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$$

かける

 $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単な数にする

練習1-1 次の計算をせよ。

① $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$

② $3\sqrt{5} \times \sqrt{2}$

③ $-2\sqrt{3} \times 4\sqrt{2}$

練習1-2 次の計算をせよ。

① $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

② $\sqrt{10} \times \sqrt{2}$

③ $-\sqrt{12} \times \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$

⑤ $\sqrt{24} \times (-\sqrt{6})$

⑥ $\sqrt{18} \times \sqrt{10}$

練習1-3 次の計算をせよ。

① $-\sqrt{5} \times (-3\sqrt{10})$

② $2\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

③ $5\sqrt{2} \times \sqrt{30}$

④ $2\sqrt{27} \times 4\sqrt{2}$

⑤ $3\sqrt{18} \times 2\sqrt{2}$

⑥ $-6\sqrt{8} \times 2\sqrt{6}$

練習1-4 次の計算をせよ。

① $(\sqrt{3})^2$

② $(\sqrt{5})^2$

③ $(\sqrt{6})^2$

④ $(-\sqrt{2})^2$

⑤ $(-\sqrt{7})^2$

⑥ $(-\sqrt{5})^2$

⑦ $(\sqrt{10})^2$

⑧ $(-\sqrt{15})^2$

⑨ $(\sqrt{7})^2$

⑩ $(4\sqrt{3})^2$

⑪ $(-3\sqrt{5})^2$

⑫ $(2\sqrt{6})^2$

⑬ $(-5\sqrt{2})^2$

⑭ $(6\sqrt{3})^2$

⑮ $(-2\sqrt{7})^2$

例2 根号のついた数の乗法(2)

次の計算をせよ。

① $\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

② $\sqrt{10} \times \sqrt{15}$

③ $3\sqrt{6} \times \sqrt{12}$

Point◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の乗法

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a \quad (a \geq 0)$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

練習2 次の計算をせよ。

① $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

② $\sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{2}$

③ $\sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

④ $2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}$

⑤ $3\sqrt{6} \times \sqrt{6}$

⑥ $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$

⑦ $\sqrt{15} \times \sqrt{3}$

⑧ $\sqrt{10} \times \sqrt{2}$

⑨ $\sqrt{5} \times \sqrt{15}$

⑩ $2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6}$

⑪ $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{30}$

⑫ $4\sqrt{7} \times 3\sqrt{14}$

例3 根号のついた数の除法(1)

次の計算をせよ。

① $\sqrt{10} \div \sqrt{5}$

② $12\sqrt{6} \div 3$

③ $\sqrt{18} \div 4\sqrt{3}$

④ $6\sqrt{24} \div (-2\sqrt{8})$

Point◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の除法

$$a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} = \frac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{d}}$$

約分できる

練習3 次の計算をせよ。

① $\sqrt{26} \div \sqrt{2}$

② $-8\sqrt{10} \div 4$

③ $\sqrt{30} \div 3\sqrt{10}$

④ $4\sqrt{35} \div 10\sqrt{5}$

例4 分母の有理化(1)

次の分数の分母を有理化せよ。

① $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

② $\frac{5}{\sqrt{2}}$

③ $\frac{3}{\sqrt{6}}$

練習4 次の分数の分母を有理化せよ。

① $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

② $\frac{2}{\sqrt{3}}$

③ $\frac{5}{\sqrt{10}}$

④ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{7}}$

⑥ $\frac{6}{\sqrt{15}}$

例5 分母の有理化(2)

次の分数の分母を有理化せよ。

① $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$

② $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

③ $\frac{3}{\sqrt{8}}$

練習5 次の分数の分母を有理化せよ。

① $\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$

② $\frac{9}{4\sqrt{6}}$

③ $\frac{1}{\sqrt{12}}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$

⑤ $\frac{25}{8\sqrt{10}}$

⑥ $\frac{12}{\sqrt{48}}$

例6 根号のついた数の除法(2)

次の計算をせよ。

① $\sqrt{10} \div \sqrt{15}$

② $12 \div 3\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{15} \div 6\sqrt{10}$

Point◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の除法

◆ $a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} = \frac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{d}}$
約分できる

約分しても分母に $\sqrt{\quad}$ が残っていれば分母を有理化する**練習6** 次の計算をせよ。

① $\sqrt{12} \div \sqrt{30}$

② $8 \div 4\sqrt{2}$

③ $12\sqrt{10} \div 10\sqrt{15}$

④ $\sqrt{22} \div \sqrt{12}$

⑤ $14 \div 21\sqrt{7}$

⑥ $9\sqrt{15} \div 6\sqrt{50}$

例7 根号のついた数の乗除

次の計算をせよ。

① $\sqrt{8} \div 4\sqrt{30} \times 2\sqrt{10}$

② $\sqrt{\frac{2}{3}} \times 3\sqrt{6} \div \sqrt{\frac{8}{5}}$

Point

◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の除法

◆ $a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} = \frac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{d}}$
約分できる

約分しても分母に $\sqrt{\quad}$ が残っていれば分母を有理化する

練習7 次の計算をせよ。

① $6\sqrt{35} \times \sqrt{3} \div 8\sqrt{15}$

② $\sqrt{\frac{3}{10}} \div 2\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{5}{2}}$

③ $12\sqrt{30} \div \sqrt{6} \div 4\sqrt{10}$

④ $2\sqrt{21} \times \sqrt{\frac{1}{10}} \div \sqrt{\frac{3}{5}}$

確認問題 A

1 次の計算をせよ。☞p54 例1・p56 例2

① $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

② $\sqrt{12} \times \sqrt{2}$

③ $-6\sqrt{5} \times \sqrt{10}$

④ $\sqrt{6} \times (-3\sqrt{2})$

⑤ $2\sqrt{3} \times 4\sqrt{27}$

⑥ $(\sqrt{2})^2$

⑦ $(-\sqrt{10})^2$

⑧ $(-2\sqrt{15})^2$

⑨ $(3\sqrt{7})^2$

2 次の分数の分母を有理化せよ。☞p57 例4 例5

① $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

② $\frac{1}{\sqrt{15}}$

③ $\frac{6}{\sqrt{30}}$

④ $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$

⑤ $\frac{9}{\sqrt{6}}$

⑥ $\frac{4}{\sqrt{20}}$

⑦ $\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$

⑧ $\frac{9}{2\sqrt{6}}$

⑨ $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{12}}$

3 次の計算をせよ。☞p56 例3・p58 例6

① $\sqrt{30} \div \sqrt{10}$

② $8\sqrt{6} \div 4\sqrt{2}$

③ $\sqrt{10} \div 2\sqrt{15}$

④ $4\sqrt{3} \div 2\sqrt{21}$

⑤ $6 \div 8\sqrt{5}$

⑥ $9\sqrt{8} \div 6\sqrt{12}$

4 次の計算をせよ。☞p59 例7

① $4\sqrt{20} \times \sqrt{5} \div 6\sqrt{15}$

② $6\sqrt{30} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

③ $\sqrt{\frac{5}{12}} \div 3\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{2}{5}}$

④ $\sqrt{\frac{7}{2}} \times 3\sqrt{6} \div \sqrt{\frac{14}{3}}$

確認問題 B

1 次の計算をせよ。⇨p54 例1・p56 例2・p58 例6

① $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{6}$

② $-3 \times 2\sqrt{15}$

③ $6\sqrt{2} \times (-5\sqrt{10})$

④ $(-\sqrt{3})^2$

⑤ $(3\sqrt{5})^2$

⑥ $(-4\sqrt{2})^2$

⑦ $\sqrt{40} \div \sqrt{5}$

⑧ $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{10}$

⑨ $\sqrt{3} \div 2\sqrt{15}$

2 次の計算をせよ。⇨p59 例7

① $3\sqrt{6} \times \sqrt{3} \div 9\sqrt{10}$

② $4\sqrt{15} \div 2\sqrt{20} \times \sqrt{3}$

③ $\sqrt{\frac{5}{3}} \div \sqrt{15} \times \sqrt{\frac{5}{6}}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} \times 4\sqrt{3} \div \sqrt{\frac{3}{10}}$

5

根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の加減

例1 根号のついた数の加減(1)

次の計算をせよ。

① $\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

② $7 + 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{2} + \sqrt{5}$

Point

◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の加減

$$a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$$

練習1 次の計算をせよ。

① $\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

② $8\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

③ $5\sqrt{6} - 4\sqrt{6}$

④ $\sqrt{10} + \sqrt{10} + \sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + \sqrt{3}$

⑥ $8\sqrt{5} - \sqrt{3} - 9\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

⑦ $7 - 4\sqrt{10} - 5 - 3\sqrt{10}$

例2 根号のついた数の加減(2)

次の計算をせよ。

① $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

② $\frac{\sqrt{5}}{4} - \frac{2\sqrt{5}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{10}}{5} + 3\sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{4}$

練習2 次の計算をせよ。

① $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\sqrt{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}$

③ $2\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{3}$

④ $\frac{5\sqrt{5}}{4} - 3\sqrt{5}$

⑤ $2\sqrt{13} - \frac{\sqrt{13}}{6}$

⑥ $2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

例3 根号のついた数の加減(3)

次の計算をせよ。

① $\sqrt{8} + \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{27}$

② $\sqrt{20} - \sqrt{24} + 2\sqrt{45} - \sqrt{8}$

Point

- ◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の加減
- ◆ 先に $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にする
- ◆ $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$

練習3 次の計算をせよ。

① $\sqrt{8} - 5\sqrt{2}$

② $4\sqrt{3} + \sqrt{27}$

③ $\sqrt{20} - \sqrt{45}$

④ $\sqrt{54} + \sqrt{24}$

⑤ $2\sqrt{12} + \sqrt{48}$

⑥ $\sqrt{50} - 3\sqrt{18}$

⑦ $\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{50}$

⑧ $2\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$

⑨ $\sqrt{32} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - \sqrt{45}$

⑩ $\sqrt{28} + \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{63}$

⑪ $\frac{\sqrt{20}}{3} - \frac{\sqrt{45}}{2}$

⑫ $\frac{\sqrt{12}}{3} + \frac{\sqrt{27}}{5}$

⑬ $\sqrt{27} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

例4 根号のついた数の加減(4)

次の計算をせよ。

① $3\sqrt{2} + \frac{8}{\sqrt{2}}$

② $\sqrt{40} - \sqrt{\frac{2}{5}}$

Point

- ◆ 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の加減
- ◆ 分母に $\sqrt{\quad}$ があれば、先に有理化する
- ◆ 先に $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にする
- ◆ $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$

練習4 次の計算をせよ。

① $\sqrt{27} - \frac{12}{\sqrt{3}}$

② $\frac{15}{\sqrt{5}} + \sqrt{80}$

③ $\sqrt{24} - \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

④ $\sqrt{54} + \sqrt{\frac{2}{3}}$

⑤ $3\sqrt{8} - \sqrt{\frac{1}{2}}$

⑥ $\frac{2}{\sqrt{15}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$

確認問題 A

1 次の計算をせよ。⇨p63 例1 例2

① $5\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

② $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

③ $5\sqrt{6} - 5\sqrt{6}$

④ $\sqrt{5} + 3\sqrt{10} - 5\sqrt{10} + \sqrt{5}$

⑤ $5 + 3\sqrt{3} - 6 + 6\sqrt{3}$

⑥ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

⑦ $\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{3}$

⑧ $3\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{2}$

2 次の計算をせよ。⇨p64 例3

① $\sqrt{8} - 3\sqrt{2}$

② $2\sqrt{5} + \sqrt{80}$

③ $\sqrt{90} - \sqrt{40}$

④ $\sqrt{12} + \sqrt{28} + \sqrt{63} - \sqrt{75}$

⑤ $\sqrt{24} + 2 - \sqrt{20} + 3 - \sqrt{45} - \sqrt{54}$

⑥ $\frac{\sqrt{18}}{5} - \frac{\sqrt{8}}{3}$

⑦ $\frac{\sqrt{27}}{4} + \frac{\sqrt{12}}{7}$

⑧ $\sqrt{45} - \frac{\sqrt{5}}{3}$

3 次の計算をせよ。⇨p65 例4

① $\sqrt{60} - \frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

② $\frac{15}{\sqrt{6}} + \sqrt{24}$

③ $\sqrt{40} - \sqrt{\frac{5}{2}}$

確認問題 B

1 次の計算をせよ。⇨p63 例1 例2

① $5\sqrt{2} - \sqrt{2}$

② $\sqrt{3} + \sqrt{3}$

③ $3\sqrt{6} + \sqrt{6} - 4\sqrt{6}$

④ $\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$

⑤ $1 - \sqrt{3} - 2 + 5\sqrt{3}$

⑥ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{6}$

⑦ $\sqrt{5} + \frac{2\sqrt{5}}{3}$

⑧ $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{5\sqrt{6}}{4}$

2 次の計算をせよ。⇨p64 例3

① $\sqrt{8} - \sqrt{18}$

② $\sqrt{45} + \sqrt{80}$

③ $\sqrt{48} - \sqrt{27}$

④ $\sqrt{75} + \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{108}$

⑤ $\sqrt{8} + 2 - \sqrt{72} - \sqrt{18} - 3 + \sqrt{32}$

⑥ $\frac{\sqrt{40}}{5} - \frac{\sqrt{10}}{3}$

⑦ $\frac{\sqrt{27}}{3} + \frac{\sqrt{75}}{6}$

⑧ $\frac{\sqrt{20}}{4} - \frac{\sqrt{45}}{3}$

3 次の計算をせよ。⇨p65 例4

① $\sqrt{250} - \frac{8\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

② $\frac{18}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}$

③ $\frac{2}{\sqrt{30}} - \sqrt{\frac{5}{6}}$

6 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の四則混合

例1 根号のついた数の四則混合(1)

次の計算をせよ。

① $\sqrt{3}(2\sqrt{5} + \sqrt{6})$

② $4\sqrt{2} - \sqrt{6} \times \sqrt{3}$

練習1 次の計算をせよ。

① $\sqrt{2}(\sqrt{10} - \sqrt{3})$

② $\sqrt{6}(\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$

③ $2\sqrt{10}(\sqrt{5} + 4\sqrt{2})$

④ $8\sqrt{3} + \sqrt{15} \times \sqrt{5}$

⑤ $5\sqrt{2} - \sqrt{6} \times \sqrt{12}$

⑥ $\sqrt{2} \times \sqrt{14} - 6\sqrt{7}$

例2 根号のついた数の四則混合(2)

次の計算をせよ。

① $(2\sqrt{6} + \sqrt{2}) \div \sqrt{3}$

② $4\sqrt{2} - \sqrt{15} \div \sqrt{5}$

練習2 次の計算をせよ。

① $(3\sqrt{10} + \sqrt{6}) \div \sqrt{2}$

② $(4\sqrt{30} - \sqrt{6}) \div \sqrt{5}$

③ $2\sqrt{3} - 4 \div \sqrt{3}$

例3 根号のついた数の四則混合(3)

次の計算をせよ。

① $(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{5} - 4)$

② $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{3})$

練習3 次の計算をせよ。

① $(\sqrt{3} - 5)(\sqrt{2} - 4)$

② $(\sqrt{5} + 4)(\sqrt{15} - 3)$

③ $(\sqrt{6} - \sqrt{3})(\sqrt{15} - \sqrt{2})$

例4 乗法公式の利用(1)

次の計算をせよ。

① $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 6)$

② $(3\sqrt{2} - 5)(3\sqrt{2} - 2)$

練習4 次の計算をせよ。

① $(\sqrt{5} - 5)(\sqrt{5} - 4)$

② $(\sqrt{2} + 4)(\sqrt{2} + 3)$

③ $(2\sqrt{6} - 3)(2\sqrt{6} + 5)$

例5 乗法公式の利用(2)

次の計算をせよ。

① $(\sqrt{3} + 4)^2$

② $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

練習5 次の計算をせよ。

① $(\sqrt{2} + 5)^2$

② $(\sqrt{6} - 3)^2$

③ $(\sqrt{3} - \sqrt{7})^2$

④ $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

⑤ $(2\sqrt{3} - 3)^2$

⑥ $(3\sqrt{5} + 2\sqrt{6})^2$

例6 乗法公式の利用(3)

次の計算をせよ。

① $(\sqrt{3} + 4)(\sqrt{3} - 4)$

② $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})(3\sqrt{2} - \sqrt{5})$

練習6 次の計算をせよ。

① $(\sqrt{6} + 5)(\sqrt{6} - 5)$

② $(\sqrt{2} + 4)(\sqrt{2} - 4)$

③ $(2\sqrt{3} + 3)(2\sqrt{3} - 3)$

確認問題 A

1 次の計算をせよ。⇨p68 例1

① $\sqrt{5}(\sqrt{10} - \sqrt{30})$

② $3\sqrt{3} - \sqrt{6} \times \sqrt{18}$

③ $4\sqrt{2}(\sqrt{14} + 2\sqrt{2})$

2 次の計算をせよ。⇨p68 例2

① $(\sqrt{20} + \sqrt{10}) \div \sqrt{2}$

② $(3\sqrt{12} - \sqrt{6}) \div \sqrt{3}$

③ $2\sqrt{6} - 4 \div \sqrt{6}$

3 次の計算をせよ。⇨p69 例3

① $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{2} - 3)$

② $(\sqrt{3} + \sqrt{6})(\sqrt{2} - 2)$

③ $(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 1)$

4 次の計算をせよ。⇨p69 例4

① $(\sqrt{2} + 8)(\sqrt{2} - 4)$

② $(2\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} + 1)$

③ $(3\sqrt{2} + 2)(3\sqrt{2} - 4)$

5 次の計算をせよ。⇨p69 例5

① $(\sqrt{7} + 4)^2$

② $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

③ $(3\sqrt{5} - \sqrt{14})^2$

6 次の計算をせよ。⇨p69 例6

① $(\sqrt{30} + 5)(\sqrt{30} - 5)$

② $(\sqrt{10} + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{15})$

③ $(4\sqrt{5} + 9)(4\sqrt{5} - 9)$

確認問題 B

1 次の計算をせよ。⇨p68 例1

① $\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{10})$

② $5\sqrt{5} - \sqrt{6} \times \sqrt{30}$

③ $3\sqrt{3}(\sqrt{21} + 2\sqrt{7})$

2 次の計算をせよ。⇨p68 例2

① $(\sqrt{24} + \sqrt{18}) \div \sqrt{6}$

② $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \div \sqrt{3}$

③ $3\sqrt{5} - \sqrt{3} \div \sqrt{15}$

3 次の計算をせよ。⇨p69 例3

① $(\sqrt{2} - 2)(3\sqrt{2} - 1)$

② $(\sqrt{3} + \sqrt{6})(\sqrt{2} - 4)$

③ $(\sqrt{3} - 3)(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

4 次の計算をせよ。⇨p69 例4

① $(\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 6)$

② $(4\sqrt{2} - 3)(4\sqrt{2} + 5)$

③ $(3\sqrt{5} + 2\sqrt{2})(3\sqrt{5} - \sqrt{2})$

5 次の計算をせよ。⇨p69 例5

① $(\sqrt{5} + 3)^2$

② $(\sqrt{3} - \sqrt{6})^2$

③ $(2\sqrt{7} - \sqrt{14})^2$

6 次の計算をせよ。⇨p69 例6

① $(\sqrt{10} + 10)(\sqrt{10} - 10)$

② $(\sqrt{30} + 2\sqrt{5})(\sqrt{30} - 2\sqrt{5})$

③ $(3\sqrt{5} + 7)(3\sqrt{5} - 7)$

7 根号($\sqrt{\quad}$)のついた数の応用問題

例1 不等式を満たす整数

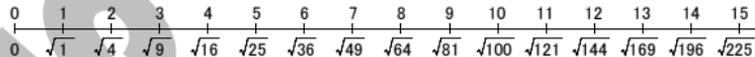
次の不等式を満たす整数 x を求めよ。

① $2 < \sqrt{x} < 3$

② $\sqrt{15} < x < \sqrt{75}$

③ $x < \sqrt{70} < x+1$

Point



練習1 次の不等式を満たす整数 x を求めよ。

① $1 < \sqrt{x} < 2$

② $5 < \sqrt{x} < 6$

③ $\sqrt{10} < x < \sqrt{26}$

④ $\sqrt{30} < x < \sqrt{51}$

⑤ $x < \sqrt{10} < x+1$

⑥ $x < \sqrt{19} < x+1$

例2 $\sqrt{\quad}$ のついた数を整数にする

次の各問いに答えよ。

① $\sqrt{24n}$ の値ができるだけ小さい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

② $\sqrt{\frac{18}{n}}$ の値ができるだけ大きい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

練習2 次の各問いに答えよ。

① $\sqrt{20n}$ の値ができるだけ小さい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

② $\sqrt{48n}$ の値ができるだけ小さい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

③ $\sqrt{\frac{12}{n}}$ の値ができるだけ大きい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

④ $\sqrt{\frac{32}{n}}$ の値ができるだけ大きい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

例3 因数分解して式の値を求める

次の各問いに答えよ。

① $x=5+\sqrt{3}$, $y=5-\sqrt{3}$ のとき、 x^2-y^2 の値を求めよ。

② $x=4+\sqrt{2}$, $y=4-\sqrt{2}$ のとき、 $x^2+2xy+y^2$ の値を求めよ。

Point

◆ 先に因数分解する

練習3 次の各問いに答えよ。

① $x=3+\sqrt{2}$ のとき、 x^2-3x の値を求めよ。

② $x=6+\sqrt{3}$, $y=6-\sqrt{3}$ のとき、 x^2-y^2 の値を求めよ。

③ $x=2+\sqrt{5}$, $y=2-\sqrt{5}$ のとき、 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めよ。

④ $x=3+\sqrt{2}$, $y=3-\sqrt{2}$ のとき、 x^2+y^2 の値を求めよ。

確認問題 A

1 次の不等式を満たす整数 x を求めよ。○p72 例1

① $3 < \sqrt{x} < 4$

② $\sqrt{7} < x < \sqrt{17}$

③ $x < \sqrt{23} < x+1$

2 次の各問いに答えよ。○p72 例2① $\sqrt{18n}$ の値ができるだけ小さい整数となるときの正の整数 n の値を求めよ。② $\sqrt{\frac{40}{n}}$ の値ができるだけ大きい整数となるときの正の整数 n の値を求めよ。**3** 次の各問いに答えよ。○p73 例3① $x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ のとき、 x^2-y^2 の値を求めよ。② $x=3+\sqrt{2}$, $y=3-\sqrt{2}$ のとき、 $x^2+2xy+y^2$ の値を求めよ。③ $x=4+\sqrt{3}$, $y=4-\sqrt{3}$ のとき、 x^2+y^2 の値を求めよ。

確認問題 B

1 次の不等式を満たす整数 x を求めよ。○p72 例1

① $4.5 < \sqrt{x} < 5$

② $\sqrt{15} < x < \sqrt{29}$

③ $x < 2\sqrt{30} < x+1$

2 次の各問いに答えよ。○p72 例2

① $\sqrt{72n}$ の値ができるだけ小さい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

② $\sqrt{\frac{120}{n}}$ の値ができるだけ大きい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

③ $\sqrt{5+n}$ の値ができるだけ小さい整数となる
ときの正の整数 n の値を求めよ。

④ $\sqrt{18-n}$ の値ができるだけ大きい整数とな
るときの正の整数 n の値を求めよ。

3 次の各問いに答えよ。○p73 例3

① $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ のとき、 $x^2 - y^2$ の値を求めよ。

② $x = 2 + \sqrt{2}$, $y = 2 - \sqrt{2}$ のとき、 $x^2 - 2xy + y^2$ の値を求めよ。

③ $x = \sqrt{3} + 1$, $y = \sqrt{3} - 1$ のとき、 $x^2 + y^2$ の値を求めよ。

例5 循環小数(1)

次の分数を循環小数の書き方で表せ。

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{11}$

③ $\frac{3}{7}$

Point

◆ 循環小数の書き方

◆ $0.333333333333\cdots = 0.\dot{3}$

◆ $0.131313131313\cdots = 0.\dot{1}3$

◆ $0.124312431243\cdots = 0.1\dot{2}43$

練習5 次の分数を循環小数の書き方で表せ。

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{1}{11}$

③ $\frac{2}{13}$

例6 循環小数(2)

次の循環小数を分数で表せ。

① $0.\dot{2}$

② $0.\dot{4}\dot{5}$

③ $0.\dot{2}3\dot{4}$

④ $1.\dot{3}$

Point

◆ 循環小数と分数

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}$

$0.\dot{0}\dot{1} = \frac{1}{99}$

$0.\dot{0}\dot{0}\dot{1} = \frac{1}{999}$

練習6 次の循環小数を分数で表せ。

① $0.\dot{7}$

② $0.\dot{6}$

③ $0.\dot{2}\dot{5}$

④ $0.\dot{3}\dot{6}$

⑤ $0.\dot{1}0\dot{1}$

⑥ $0.\dot{3}4\dot{5}$

⑦ $1.\dot{5}$

⑧ $1.\dot{1}\dot{8}$

例7 有理数と無理数(1)

◆ $\sqrt{2}$ は整数で表すことができるか

$1^2=1$, $\sqrt{2}^2=2$, $2^2=4$ より $1 < \sqrt{2} < 2$ だから $\sqrt{2}$ は整数で表せない。

◆ $\sqrt{2}$ は分数で表すことができるか

① 分数には約分できる分数と約分できない分数がある。約分できる分数を約分すると $\frac{6}{2}=3$ や $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ のように整数か、これ以上約分できない分数(既約分数)になる。

② $\sqrt{2} = \frac{b}{a}$ (a と b は0でない整数で、 $\frac{b}{a}$ は既約分数)とする。

両辺を2乗すると $2 = \frac{b^2}{a^2} \rightarrow 2a^2 = b^2$

$2a^2$ は2の倍数なので b^2 も2の倍数。よって b は2の倍数。

すると b^2 は4の倍数となり、 a^2 も2の倍数となる。よって a は2の倍数。

a も b も2の倍数となり、 $\frac{b}{a}$ は既約分数に矛盾する。

これは $\sqrt{2} = \frac{b}{a}$ (a と b は0でない整数で、 $\frac{b}{a}$ は既約分数)と仮定したための矛盾。

よって $\sqrt{2}$ は分数で表すことができない。

◆ 整数や分数で表される数を有理数、 $\sqrt{2}$ のように分数で表すことができない数を無理数という。

◆ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ など無理数は循環しない無限小数になることが知られていて、 π も無理数である。

例8 有理数と無理数(2)

次の数は有理数か、それとも無理数か。

① $\sqrt{8}$

② $\sqrt{25}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $0.\dot{1}\dot{7}$

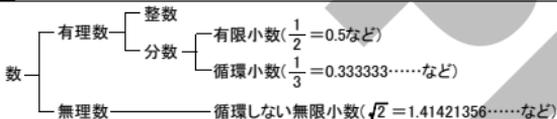
⑤ π

⑥ $\sqrt{1.44}$

⑦ $\sqrt{0.4}$

⑧ $\frac{9}{4}$

Point



練習8-1 次の数は有理数か、それとも無理数か。

① $\sqrt{2}$

② $-\sqrt{9}$

③ $\sqrt{30}$

④ $\sqrt{12}$

⑤ $\sqrt{\frac{1}{4}}$

⑥ $\sqrt{0.01}$

⑦ $-\frac{2}{3}$

⑧ $0.\dot{4}$

練習8-2 次の各問に答えよ。

① すべての数は整数や分数で表すことができるか。 ② 整数や分数で表すことができる数を何というか。

③ $\sqrt{2}$ や π など整数や分数で表すことができない数を何というか。

1

2次方程式の解き方

例1 $ax^2+bx+c=0$ で $b=0$ の場合… $ax^2+c=0$

次の2次方程式を解け。

① $x^2=9$

② $x^2=12$

③ $x^2=\frac{9}{16}$

④ $x^2=\frac{3}{5}$

⑤ $x^2-6=0$

Point

◆ $ax^2+bx+c=0$ で $b=0$ のとき(x の項がないとき)移項して $x^2=\Delta$ の形にし、平方根を求める

練習1 次の2次方程式を解け。

① $x^2=1$

② $x^2=25$

③ $x^2=8$

④ $x^2=30$

⑤ $x^2=\frac{1}{36}$

⑥ $x^2=\frac{7}{20}$

⑦ $x^2-16=0$

⑧ $x^2-60=0$

例2 $ax^2+bx+c=0$ で $b=0$ の場合… $ax^2+c=0$

次の2次方程式を解け。

① $3x^2=12$

② $5x^2=16$

③ $4x^2-20=0$

④ $\frac{3}{5}x^2=6$

練習2 次の2次方程式を解け。

① $6x^2=54$

② $3x^2=25$

③ $2x^2-9=0$

④ $\frac{7}{10}x^2=2$

例3 $ax^2+bx+c=0$ で $c=0$ の場合… $ax^2+bx=0$

次の2次方程式を解け。

① $x^2-3x=0$

② $x^2=6x$

③ $2x^2+8x=0$

Point

◆ $ax^2+bx+c=0$ で c の項がないとき
 右辺を0にし、左辺を因数分解して解を求める

練習3 次の2次方程式を解け。

① $x^2-5x=0$

② $x^2+4x=0$

③ $x^2-x=0$

④ $x^2=8x$

⑤ $x^2=-6x$

⑥ $x^2=-x$

⑦ $3x^2+9x=0$

⑧ $5x^2-10x=0$

⑨ $2x^2-16x=0$

例4 $ax^2+bx+c=0$ で $c=0$ の場合… $ax^2+bx=0$

次の2次方程式を解け。

① $-x^2+4x=0$

② $3x^2-4x=0$

③ $\frac{1}{3}x^2+5x=0$

練習4 次の2次方程式を解け。

① $-x^2-5x=0$

② $2x^2-5x=0$

③ $\frac{1}{5}x^2-2x=0$

④ $-x^2+8x=0$

⑤ $4x^2-6x=0$

⑥ $\frac{1}{4}x^2+3x=0$

例5 $ax^2+bx+c=0$

次の2次方程式を解け。

① $x^2-2x-15=0$

② $x^2+7x+12=0$

③ $x^2+6x+9=0$

Point

◆ $ax^2+bx+c=0$ ですべての項があるとき
右辺を0にし、左辺を因数分解して解を求める

練習5 次の2次方程式を解け。

① $x^2-3x-4=0$

② $x^2+2x-8=0$

③ $x^2-2x+1=0$

④ $x^2+5x+6=0$

⑤ $x^2-8x+12=0$

⑥ $x^2+4x+4=0$

⑦ $x^2-4x-21=0$

⑧ $x^2+10x+24=0$

⑨ $x^2-10x+25=0$

⑩ $x^2-12x+20=0$

⑪ $x^2+3x-40=0$

⑫ $x^2+8x+16=0$

⑬ $x^2-12x+36=0$

⑭ $x^2-4x-60=0$

⑮ $x^2+11x+30=0$

例6 2次方程式の基本のまとめ

次の2次方程式を解け。

① $x^2=8$

② $x^2-12x=0$

③ $x^2-12x+20=0$

PointI $ax^2+bx+c=0$ で
 bx の項がないとき**例**

$x^2-9=0$

$x^2=9$

$x=\pm 3$

$x^2=12$

$x=\pm\sqrt{12}$

$x=\pm 2\sqrt{3}$

II $ax^2+bx+c=0$ で
 c の項がないとき**例**

$x^2-9x=0$

$x(x-9)=0$

$x=0, x=9$

$x^2=-12x$

$x^2+12x=0$

$x(x+12)=0$

$x=0, x=-12$

III $ax^2+bx+c=0$ で
すべての項があるとき**例**

$x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$x=4, x=-2$

$x^2-12x+36=0$

$(x-6)(x-6)=0$

$x=6$

練習6-1 次の2次方程式を解け。

① $x^2=1$

② $x^2-6x=0$

③ $x^2+5x+4=0$

④ $x^2-x=0$

⑤ $x^2+2x-15=0$

⑥ $x^2=12$

⑦ $x^2-16=0$

⑧ $x^2-48x=0$

⑨ $x^2+2x+1=0$

⑩ $5x^2-15x=0$

⑪ $4x^2=36$

⑫ $x^2-5x-6=0$

練習6-2 次の2次方程式を解け。

① $x^2-9x+20=0$

② $x^2=8x$

③ $x^2=40$

④ $x^2-4x+4=0$

⑤ $x^2=-6x$

⑥ $x^2-24=0$

⑦ $x^2-49=0$

⑧ $x^2-60x=0$

⑨ $x^2-6x+9=0$

⑩ $x^2-2x-24=0$

⑪ $5x^2-8x=0$

⑫ $6x^2-9=0$

練習6-3 次の2次方程式を解け。

① $9x^2=10$

② $2x^2+3x=0$

③ $x^2-9x+18=0$

④ $x^2-30x=0$

⑤ $x^2=8$

⑥ $3x^2-4x=0$

⑦ $x^2-18x+81=0$

⑧ $x^2=6x$

⑨ $x^2-10x+25=0$

⑩ $x^2-x-20=0$

⑪ $3x^2-8x=0$

⑫ $9x^2-4=0$

確認問題 A

1 次の2次方程式を解け。☞p82 例1 例2

① $x^2=9$

② $x^2=12$

③ $x^2=15$

④ $x^2=\frac{16}{25}$

⑤ $x^2=\frac{5}{6}$

⑥ $x^2-4=0$

⑦ $x^2-45=0$

⑧ $3x^2-10=0$

2 次の2次方程式を解け。☞p83 例3 例4

① $x^2-3x=0$

② $x^2+6x=0$

③ $x^2=6x$

④ $x^2=-8x$

⑤ $2x^2-6x=0$

⑥ $4x^2=-20x$

⑦ $-x^2+9x=0$

⑧ $5x^2-12x=0$

⑨ $\frac{1}{5}x^2-6x=0$

3 次の2次方程式を解け。☞p84 例5

① $x^2-2x-8=0$

② $x^2+3x-4=0$

③ $x^2-2x+1=0$

④ $x^2+8x+12=0$

⑤ $x^2-6x+5=0$

⑥ $x^2+x-20=0$

⑦ $x^2-5x-14=0$

⑧ $x^2+12x+36=0$

⑨ $x^2-15x+50=0$

4 次の2次方程式を解け。☞p84 例6

① $x^2 = 16$

② $x^2 - 3x = 0$

③ $x^2 + 3x + 2 = 0$

④ $x^2 - x = 0$

⑤ $x^2 + 6x - 16 = 0$

⑥ $x^2 = 18$

⑦ $x^2 - 25 = 0$

⑧ $x^2 - 24x = 0$

⑨ $x^2 + 4x + 4 = 0$

⑩ $2x^2 - 12x = 0$

⑪ $5x^2 = 45$

⑫ $x^2 - x - 30 = 0$

5 次の2次方程式を解け。☞p84 例6

① $x^2 - 8x + 12 = 0$

② $x^2 = 4x$

③ $x^2 = 28$

④ $x^2 - 6x + 9 = 0$

⑤ $x^2 = -10x$

⑥ $x^2 - 40 = 0$

⑦ $x^2 - 81 = 0$

⑧ $x^2 - 32x = 0$

⑨ $x^2 - 10x + 25 = 0$

⑩ $x^2 = 121$

⑪ $x^2 - 6x - 40 = 0$

⑫ $x^2 + 10x + 24 = 0$

⑬ $3x^2 + 6x = 0$

⑭ $x^2 + 2x + 1 = 0$

⑮ $x^2 = 30$

確認問題 B

1 次の2次方程式を解け。☞p84 例6

① $x^2 = 144$

② $x^2 - 7x = 0$

③ $x^2 + 9x + 8 = 0$

④ $x^2 + x = 0$

⑤ $x^2 + 14x + 49 = 0$

⑥ $x^2 = 24$

⑦ $x^2 - 81 = 0$

⑧ $\frac{1}{5}x^2 - 2x = 0$

⑨ $x^2 - 24x + 144 = 0$

⑩ $5x^2 - 60x = 0$

⑪ $4x^2 = 100$

⑫ $x^2 - 3x - 28 = 0$

2 次の2次方程式を解け。☞p84 例6

① $x^2 - 3x - 18 = 0$

② $\frac{1}{3}x^2 = 2x$

③ $x^2 = 60$

④ $x^2 - 16x + 64 = 0$

⑤ $x^2 = -7x$

⑥ $x^2 - 54 = 0$

⑦ $x^2 - 169 = 0$

⑧ $\frac{1}{4}x^2 - 5x = 0$

⑨ $x^2 - 20x + 100 = 0$

⑩ $x^2 + 21x + 80 = 0$

⑪ $x^2 - 9x - 22 = 0$

⑫ $x^2 = 90$

2

複雑な2次方程式の解き方

例1 x^2 の係数を1にする

次の2次方程式を解け。

① $-x^2 - 3x + 10 = 0$

② $2x^2 + 6x + 4 = 0$

③ $0.2x^2 - 0.6x - 0.8 = 0$

④ $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 8 = 0$

練習1 次の2次方程式を解け。

① $-x^2 + 3x + 4 = 0$

② $2x^2 + 4x - 16 = 0$

③ $\frac{1}{3}x^2 - x - 6 = 0$

④ $-x^2 - 3x + 10 = 0$

⑤ $3x^2 + 6x + 3 = 0$

⑥ $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 5 = 0$

⑦ $0.3x^2 + 1.2x - 3.6 = 0$

⑧ $-5x^2 + 20x + 25 = 0$

⑨ $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$

⑩ $0.5x^2 - 2x - 2.5 = 0$

⑪ $-2x^2 + 10x - 8 = 0$

⑫ $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$

例2 移項・展開などで $ax^2+bx+c=0$ の形に変形して解く

次の2次方程式を解け。

① $2x^2-3x=3x^2+x-12$

② $(x+6)(x-4)=-9$

練習2 次の2次方程式を解け。

① $4x^2+11=3x^2-4x+8$

② $(x+1)^2=3x+13$

③ $2=x^2+6x+10$

④ $x(x-4)=4x-16$

⑤ $5x^2-8x=3x^2+6x-24$

⑥ $(x+3)(x-3)=4x-4$

⑦ $x-2x^2=20+2x-3x^2$

⑧ $2x(x+3)+1=x^2+3x+11$

確認問題 A

1 次の2次方程式を解け。⇨p89 例1

① $-x^2 + 5x - 4 = 0$

② $2x^2 + 6x - 8 = 0$

③ $\frac{1}{3}x^2 - 2x - 9 = 0$

④ $-x^2 - 4x + 21 = 0$

⑤ $3x^2 + 6x + 3 = 0$

⑥ $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 6 = 0$

2 次の2次方程式を解け。⇨p90 例2

① $5x^2 + 9 = 4x^2 - 4x + 6$

② $(x-2)^2 = -3x + 16$

③ $2 - 5x = x^2 + x + 10$

④ $x(x-3) = 5x - 16$

⑤ $(x+3)(x-3) - 4x = x - 3$

⑥ $x(x+9) = (x+4)(x-5) - x^2 - 4$

確認問題 B

1 次の2次方程式を解け。☞p89 例1

① $-x^2 + x + 20 = 0$

② $3x^2 + 12x - 15 = 0$

③ $\frac{1}{3}x^2 - x - \frac{10}{3} = 0$

④ $-2x^2 - 8x + 24 = 0$

⑤ $5x^2 + 20x + 20 = 0$

⑥ $\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 1 = 0$

2 次の2次方程式を解け。☞p90 例2

① $6x^2 + 9 = 4x^2 - 8x + 9$

② $(x-4)^2 = x-4$

③ $4 - 6x = x^2 + x + 16$

④ $3x(x-1) = 9x + 63$

⑤ $(x+2)(x-2) - 4 = -4x - 3$

⑥ $x(x+3) = (x+4)(x-1) - x^2 + 20$

3

2次方程式の解の公式

例1 $(x+a)^2=m$ の解き方

次の2次方程式を解け。

① $(x-3)^2=16$

② $(x+6)^2=5$

③ $2(x+6)^2=5$

Point

◆ $(x+a)^2=m$ の解き方

$$(x+a)^2=m$$

$$x+a=\pm\sqrt{m}$$

練習1 次の2次方程式を解け。

① $(x-2)^2=9$

② $(x+4)^2=1$

③ $(x-5)^2=4$

④ $(x+3)^2=10$

⑤ $(x-1)^2=15$

⑥ $(x+6)^2=8$

⑦ $2(x-4)^2=12$

⑧ $4(x+1)^2=9$

⑨ $3(x+6)^2-4=0$

例2 平方完成による解き方

平方完成を利用して次の2次方程式を解け。

① $x^2+8x+1=0$

② $x^2-6x-3=0$

練習2 平方完成を利用して次の2次方程式を解け。

① $x^2+2x-1=0$

② $x^2-4x-3=0$

③ $x^2+8x+2=0$

例3 解の公式(1)

解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $x^2 + 7x + 5 = 0$

② $3x^2 - x - 1 = 0$

Point

◆ 解の公式

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ の解は } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

練習3-1 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $x^2 + 5x + 2 = 0$

② $x^2 - x - 5 = 0$

③ $x^2 + 5x - 1 = 0$

④ $x^2 - 3x + 1 = 0$

⑤ $x^2 + 7x + 2 = 0$

⑥ $x^2 - 7x - 3 = 0$

練習3-2 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $3x^2 + 5x - 1 = 0$

② $2x^2 - 5x + 1 = 0$

③ $2x^2 - 3x - 3 = 0$

④ $5x^2 + 7x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 - x - 2 = 0$

⑥ $2x^2 + 7x + 2 = 0$

⑦ $2x^2 + 3x - 4 = 0$

⑧ $3x^2 - 7x + 1 = 0$

⑨ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑩ $4x^2 + 7x + 2 = 0$

例4 解の公式(2)

解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $3x^2 - 6x + 2 = 0$

Point

◆ 解の公式

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \text{ の解は } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

練習4-1 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $x^2 + 2x - 1 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 4x + 1 = 0$

④ $x^2 - 6x - 5 = 0$

⑤ $x^2 + 8x + 5 = 0$

⑥ $x^2 - 10x - 3 = 0$

練習4-2 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $3x^2 - 4x - 1 = 0$

② $2x^2 + 4x + 1 = 0$

③ $4x^2 + 2x - 1 = 0$

④ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

⑤ $5x^2 + 8x + 2 = 0$

⑥ $3x^2 - 4x - 3 = 0$

⑦ $4x^2 - 6x - 5 = 0$

⑧ $6x^2 + 8x + 1 = 0$

例5 解の公式(3)

解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $2x^2+x-1=0$

② $3x^2+5x-2=0$

Point

◆ 解の公式

$ax^2+bx+c=0$ の解は $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$ax^2+2bx+c=0$ の解は $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

練習5 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。

① $2x^2+5x+2=0$

② $3x^2-2x-1=0$

③ $3x^2-4x+1=0$

④ $3x^2-4x-4=0$

確認問題 A

1 次の2次方程式を解け。☞p93 例1

① $(x-3)^2=16$

② $(x+2)^2=1$

③ $(x-5)^2=4$

④ $(x+4)^2=5$

⑤ $(x-1)^2=12$

⑥ $(x+6)^2=40$

2 平方完成を利用して次の2次方程式を解け。☞p93 例2

① $x^2+2x-4=0$

② $x^2-6x+2=0$

③ $x^2+4x+1=0$

3 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。☞p94 例3

① $x^2+3x-1=0$

② $x^2-5x+3=0$

③ $x^2+5x+1=0$

④ $2x^2+5x-2=0$

⑤ $2x^2+3x-3=0$

⑥ $2x^2-x-4=0$

4 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。⇨p96 **例4**

① $x^2 - 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 4x - 3 = 0$

③ $x^2 + 2x - 1 = 0$

④ $x^2 + 4x + 1 = 0$

⑤ $2x^2 + 4x - 1 = 0$

⑥ $3x^2 - 2x - 2 = 0$

5 解の公式を利用して次の2次方程式を解け。⇨p98 **例5**

① $3x^2 - 4x + 1 = 0$

② $3x^2 - 4x - 4 = 0$

③ $2x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $3x^2 - 2x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 + x - 1 = 0$

⑥ $5x^2 + 4x - 1 = 0$

確認問題 B

1 次の2次方程式を解け。⇨p93 例1

① $(x-5)^2=25$

② $(x+3)^2=36$

③ $(x-8)^2=1$

④ $(x+2)^2=7$

⑤ $(x-3)^2=20$

⑥ $(x+1)^2=8$

2 次の2次方程式を解け。⇨p94 例3・p96 例4・p98 例5

① $x^2+x-5=0$

② $x^2-3x+1=0$

③ $x^2+6x+4=0$

④ $2x^2+3x-4=0$

⑤ $3x^2-6x-1=0$

⑥ $2x^2-7x+2=0$

⑦ $2x^2+9x+4=0$

⑧ $3x^2+8x+5=0$

⑨ $3x^2-4x-7=0$

4

2次方程式の応用

例1 2次方程式の解に関する問題

次の各問いに答えよ。

① 2次方程式 $x^2+ax-12=0$ の1つの解が、 $x=4$ であるとき、 a の値と他の解を求めよ。② 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解が、 $x=-2$ と $x=5$ であるとき、 a と b の値を求めよ。③ 2次方程式 $x^2+ax+9=0$ の解が1つになるとき a の値をすべて求めよ。

練習1 次の各問いに答えよ。

① 2次方程式 $x^2+ax+6=0$ の1つの解が、 $x=-6$ であるとき、 a の値と他の解を求めよ。② 2次方程式 $x^2+ax-10=0$ の1つの解が、 $x=5$ であるとき、 a の値と他の解を求めよ。

- ③ 2次方程式 $x^2+2ax+24=0$ の1つの解が、 $x=4$ であるとき、 a の値と他の解を求めよ。
- ④ 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解が、 $x=-5$ と $x=3$ であるとき、 a と b の値を求めよ。
- ⑤ 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解が、 $x=2$ と $x=6$ であるとき、 a と b の値を求めよ。
- ⑥ 2次方程式 $x^2+ax+16=0$ の解が1つになるとき、 a の値をすべて求めよ。
- ⑦ 2次方程式 $x^2+ax+6=0$ の2つの解がともに整数となるとき、 a の値をすべて求めよ。

例2 数に関する2次方程式の応用

次の各問いに答えよ。

① 大小2つの数があり、2つの数の差は4で積は32である。この2つの数を求めよ。

② ある正の数の平方はその数の2倍よりも15大きい。この正の数を求めよ。

練習2 次の各問いに答えよ。

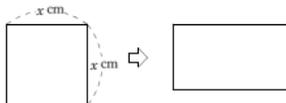
① 大小2つの数があり、2つの数の差は2で積は24である。この2つの数を求めよ。

② ある正の数の平方はその数の5倍よりも6大きい。この正の数を求めよ。

- ③ ある数に3を加えて2乗すると、その数を2倍して14を加えたものに等しくなるという。
ある数を求めよ。
- ④ 連続する2つの正の整数があり、大きい数の平方から小さい数の8倍をひくと8になる。
この連続する2つの正の整数を求めよ。
- ⑤ 連続する2つの正の整数があり、それぞれの数の2乗の和が61になる。
この連続する2つの正の整数を求めよ。
- ⑥ 連続する3つの整数があり、いちばん大きい数の平方は残りの2数の和の4倍より5大きいという。
この連続する3つの整数を求めよ。

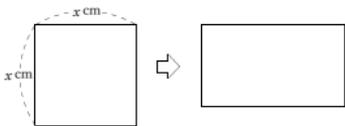
例3 図形に関する2次方程式の応用(1)

1辺の長さが x cmの正方形がある。この正方形のたてを1 cm短くし、横を2 cm長くして長方形にすると面積が 28 cm^2 になった。もとの正方形の1辺の長さを求めよ。

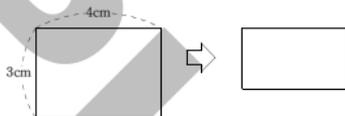


練習3 次の各問いに答えよ。

- ① 1辺の長さが x cmの正方形がある。この正方形のたてを2 cm短くし、横を3 cm長くして長方形にすると面積が 36 cm^2 になった。もとの正方形の1辺の長さを求めよ。



- ② たてが3 cmで横が4 cmの長方形がある。この長方形のたてと横をそれぞれ同じ長さだけ短くして、面積がもとの半分になる長方形を作りたい。たてと横をそれぞれ何cm短くすればよいか。

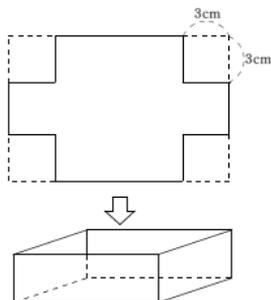


- ③ たてが横より3 cm短い長方形がある。この長方形の面積が 40 cm^2 のとき横の長さを求めよ。



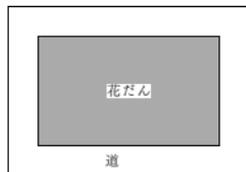
例4 図形に関する2次方程式の応用(2)

右の図のように、横がたてより2cm長い長方形の紙がある。この紙の4すみから1辺が3cmの正方形を切り取って箱を作ると、その容積が 72cm^3 になった。この紙のたての長さを求めよ。

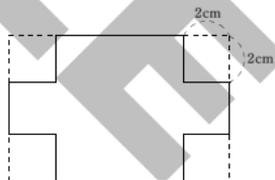


練習4 次の各問いに答えよ。

- ① 右の図のように横がたてより6m長い土地があり、この土地に花だんと一定の幅で道を作った。道の幅が1m、花だんの面積が 40m^2 のとき、この土地のたての長さを求めよ。

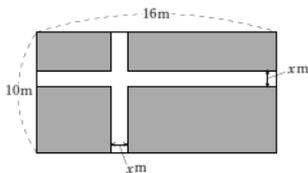


- ② 右の図のように、横がたてより4cm長い長方形の紙がある。この紙の4すみから1辺が2cmの正方形を切り取って箱を作ると、その容積が 120cm^3 になった。この紙のたての長さを求めよ。



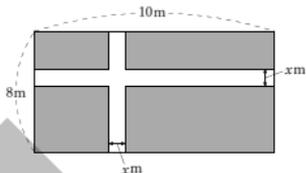
例5 図形に関する2次方程式の応用(3)

右の図のように、たてが10m、横が16mの長方形の畑がある。この畑に一定の幅で道を作ったら残りの畑の面積が 112m^2 になった。この道の幅を求めよ。

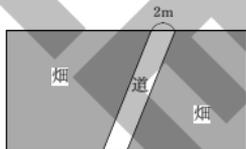


練習5 次の各問いに答えよ。

- ① 右の図のように、たてが8m、横が10mの長方形の畑がある。この畑に一定の幅で道を作ったら残りの畑の面積が 48m^2 になった。この道の幅を求めよ。

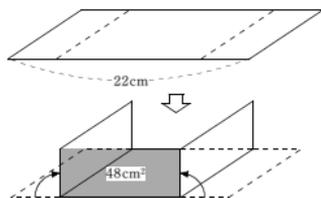


- ② 右の図のように、横の長さがたての長さの2倍である長方形の畑がある。この畑に2mの幅で道を作ったら残りの畑の面積が 40m^2 になった。この畑のたての長さを求めよ。



例6 図形に関する2次方程式の応用(4)

右の図のように、幅22cmの長方形の紙の両端を同じ長さだけ折り曲げると、切り口の長方形の面積が 48cm^2 になった。端から何cmのところまで折り曲げたか。

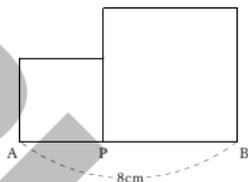


練習6 次の各問いに答えよ。

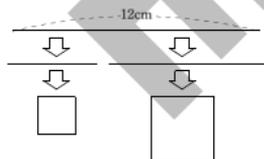
- ① 右の図のように、幅20cmの長方形の紙の両端を同じ長さだけ折り曲げると、切り口の長方形の面積が 32cm^2 になった。端から何cmのところまで折り曲げたか。



- ② 右の図のように長さ8cmの線分ABがある。線分AB上に点Pをとり、AP、BPをそれぞれ1辺とする正方形を作る。この2つの正方形の面積の和が 40cm^2 になるときのAPの長さを求めよ。但し $AP < BP$ とする。



- ③ 長さ12cmの針金を2つに切り、それぞれで正方形を作る。2つの正方形の面積の和が 5cm^2 になるとき、2つに切った針金の長いほうは何cmか。



例7 式が与えられた2次方程式

地上からボールを秒速30mで真上に投げ上げるとき、投げ上げてから t 秒後のボールの高さは $30t - 5t^2$ (m)になるという。ボールの高さが25mとなるのは投げ上げてから何秒後か。

練習7 次の各問いに答えよ。

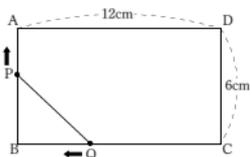
① 地上からボールを秒速20mで真上に投げ上げるとき、投げ上げてから t 秒後のボールの高さは $20t - 5t^2$ (m)になるという。ボールの高さが15mとなるのは投げ上げてから何秒後か。また、地上に戻ってくるのは何秒後か。

② n 角形の対角線の数は $\frac{n(n-3)}{2}$ で表される。対角線の数が35本の多角形は何角形か。

③ ひし形の面積は対角線 \times 対角線 $\times \frac{1}{2}$ で求められる。面積が 9cm^2 のひし形があり、2つの対角線の差は3cmである。長い方の対角線の長さを求めよ。

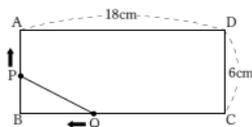
例8 動点に関する2次方程式

たてが6cm、横が12cmの長方形ABCDがある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Cから点Bまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qがそれぞれ点B、Cを同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が 5cm^2 になるか。但し、点Pが点Aに着いたら点Qは止まるとする。

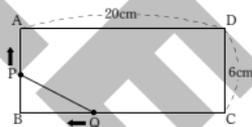


練習8 次の各問いに答えよ。

- ① たてが6cm、横が18cmの長方形ABCDがある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Cから点Bまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qがそれぞれ点B、Cを同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が 20cm^2 になるか。但し、点Pが点Aに着いたら点Qは止まるとする。



- ② たてが6cm、横が20cmの長方形ABCDがある。点PはAB上を点Bから点Aまで秒速1cmの速さで進み、点QはBC上を点Cから点Bまで秒速2cmの速さで進む。点P、Qがそれぞれ点B、Cを同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が 16cm^2 になるか。但し、点Pが点Aに着いたら点Qは止まるとする。



確認問題 A

1 次の各問いに答えよ。⇨p102 例1

① 2次方程式 $x^2 - ax - 20 = 0$ の1つの解が、 $x = -2$ であるとき、 a の値と他の解を求めよ。

② 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの解が、 $x = 3$ と $x = -5$ であるとき、 a と b の値を求めよ。

③ 2次方程式 $x^2 + ax + 25 = 0$ の解が1つになるとき a の値をすべて求めよ。

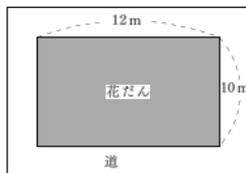
2 次の各問いに答えよ。⇨p104 例2

① ある正の数から3をひいて2乗すると、その数を3倍して1を加えたものに等しくなるという。ある正の数を求めよ。

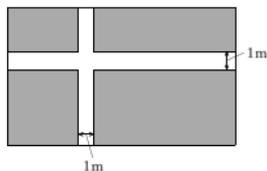
② 連続する3つの正の整数があり、真ん中の数の平方に残りの2数の積を加えると31になるという。この連続する3つの正の整数を求めよ。

3 次の各問いに答えよ。⇨p106 例3・p107 例4・p108 例5・p109 例6

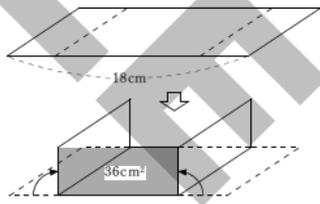
- ① 右の図のようにたてが10m、横が12mの花だんがある。この花だんの周りに一定の幅で道を作ったところ、花だんと道の面積を合わせると 168m^2 になった。この道の幅を求めよ。



- ② 右の図のように、横がたてより6m長い長方形の畑がある。この畑に幅1mの道を作ったら、残りの畑の面積が 135m^2 になった。この畑のたての長さを求めよ。



- ③ 右の図のように、幅18cmの長方形の紙の両端を同じ長さだけ折り曲げると、切り口の長方形の面積が 36cm^2 になった。端から何cmのところまで折り曲げたか。



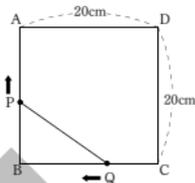
4 次の各問いに答えよ。☞p110 例7

- ① 地上からボールを秒速40mで真上に投げ上げるとき、投げ上げてから t 秒後のボールの高さは $40t - 5t^2$ (m)になるという。ボールの高さが80mとなるのは投げ上げてから何秒後か。また、ボールが地上に落ちるのは投げ上げてから何秒後か。

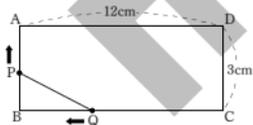
- ② n 角形の対角線の数は $\frac{n(n-3)}{2}$ で表される。対角線の数が54本の多角形は何角形か。

5 次の各問いに答えよ。☞p111 例8

- ① 1辺が20cmの正方形 $ABCD$ がある。点 P は AB 上を点 B から点 A まで秒速2cmの速さで進み、点 Q は BC 上を点 C から点 B まで秒速2cmの速さで進む。点 P, Q がそれぞれ点 B, C を同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が 32cm^2 になるか。但し、点 P が点 A に着いたら点 Q も止まるとする。



- ② たてが3cm、横が12cmの長方形 $ABCD$ がある。点 P は AB 上を点 B から点 A まで秒速1cmの速さで進み、点 Q は BC 上を点 C から点 B まで秒速2cmの速さで進む。点 P, Q がそれぞれ点 B, C を同時に出発してから何秒後に $\triangle PBQ$ の面積が 8cm^2 になるか。但し、点 P が点 A に着いたら点 Q は止まるとする。



確認問題 B

1 次の各問いに答えよ。⇨p102 例1

① 2次方程式 $x^2+ax+36=0$ の解が1つになるとき a の値をすべて求めよ。

② 2次方程式 $x^2+ax+24=0$ の2つの解がともに整数になるとき a の値をすべて求めよ。

2 次の各問いに答えよ。⇨p104~p109 例2~例7

① 2けたの自然数がある。この自然数の一の位の数 x は十の位の数より3小さい。また、十の位の数の2乗は、もとの自然数より15小さい。もとの自然数の十の位の数 x として方程式をつくり、もとの自然数を求めよ。

② 右の図のように1から40までの自然数が並んでいる。 n はこの図の で示した部分にある自然数で、 n の右隣の数と n のすぐ下の数との積が、 n の24倍より60小さくなる。このとき、自然数 n を求めよ。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40

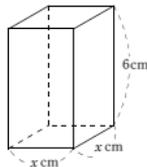
③ 大小2つの長方形の花だんがある。小さい花だんのまわりの長さは28mで、縦は横よりも短い。また、大きい花だんの縦と横の長さは、小さい花だんの縦と横の長さよりそれぞれ2mずつ長く、大きい花だんの面積は小さい花だんの面積の2倍より13m²小さい。このとき、小さい花だんの縦の長さを求めなさい。

1

2乗に比例する関数

例1 2乗に比例する関数

右の図のように、底面の1辺が x cm、高さが6cmの正四角柱がある。
この正四角柱の体積を y cm³とすると、次の各問いに答えよ。



① 次の表を完成させよ。

x (cm)	0	1	2	3	4	5	6
y (cm ³)							

② x の値が2倍・3倍…となると y の値はどうなるか。 ③ y を x の式で表せ。

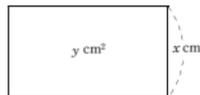
Point

◆ 2乗に比例する関数

◆ y が x の関数で、 $y = ax^2$ の形(a は0でない定数)で表されるとき y は x の2乗に比例するという。
↑ 比例定数

◆ y が x の2乗に比例するとき
 x が2倍・3倍…になると y は4(2^2)倍・9(3^2)倍…となる。 $\frac{y}{x^2}$ の値は一定で、比例定数 a に等しい。

練習1 右の図のように、横の長さがたての長さの2倍である長方形がある。たての長さを x cm、面積を y cm²とすると、次の各問いに答えよ。



① 次の表を完成させよ。

x (cm)	0	1	2	3	4	5	6
y (cm ²)							

② x の値が2倍・3倍…となると y の値はどうなるか。 ③ y を x の式で表せ。

例2 2乗に比例する関数で y の値を求める

次の各問いに答えよ。

① $y = 3x^2$ で、 $x = -4$ のときの y の値を求めよ。 ② $y = \frac{1}{2}x^2$ で、 $x = 4$ のときの y の値を求めよ。

練習2 次の各問いに答えよ。

① $y = 2x^2$ で、 $x = 3$ のときの y の値を求めよ。 ② $y = 4x^2$ で、 $x = -2$ のときの y の値を求めよ。

③ $y = -x^2$ で、 $x = 5$ のときの y の値を求めよ。 ④ $y = \frac{1}{2}x^2$ で、 $x = -6$ のときの y の値を求めよ。

⑤ $y = -3x^2$ で、 $x = 4$ のときの y の値を求めよ。 ⑥ $y = \frac{2}{3}x^2$ で、 $x = 3$ のときの y の値を求めよ。

例3 2乗に比例する関数で x の値を求める

次の各問いに答えよ。

- ① $y=3x^2$ で、 $y=12$ のときの x の値を求めよ。 ② $y=3x^2$ で、 $y=5$ のときの x の値を求めよ。

練習3 次の各問いに答えよ。

- ① $y=x^2$ で、 $y=20$ のときの x の値を求めよ。 ② $y=-2x^2$ で、 $y=-8$ のときの x の値を求めよ。

例4 2乗に比例する関数を求める

次の各問いに答えよ。

- ① y が x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=18$ となる。 y を x の式で表せ。 ② y が x の2乗に比例し、 $x=-3$ のとき $y=-6$ となる。 y を x の式で表せ。

Point

◆ 2乗に比例する関数を求める
 y が x の2乗に比例する $\rightarrow y=ax^2$

練習4 次の各問いに答えよ。

- ① y が x の2乗に比例し、 $x=4$ のとき $y=32$ となる。 y を x の式で表せ。 ② y が x の2乗に比例し、 $x=-5$ のとき $y=-25$ となる。 y を x の式で表せ。
- ③ y が x の2乗に比例し、 $x=-2$ のとき $y=-12$ となる。 y を x の式で表せ。 ④ y が x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=45$ となる。 y を x の式で表せ。
- ⑤ y が x の2乗に比例し、 $x=6$ のとき $y=18$ となる。 y を x の式で表せ。 ⑥ y が x の2乗に比例し、 $x=-3$ のとき $y=-3$ となる。 y を x の式で表せ。

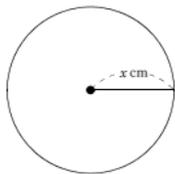
確認問題 A

1 右の図のように半径が x cmの円がある。面積を y cm²とするととき次の各問に答えよ。(但し、円周率は π を用いること) ⇨p116 **例1**

① y を x の式で表せ。

② 半径が3倍になると面積は何倍になるか。

③ 半径が4cmのときの面積を求めよ。



2 次の各問に答えよ。⇨p116 **例2**

① $y=2x^2$ で、 $x=-4$ のときの y の値を求めよ。 ② $y=-3x^2$ で、 $x=1$ のときの y の値を求めよ。

③ $y=\frac{1}{2}x^2$ で、 $x=-4$ のときの y の値を求めよ。 ④ $y=-\frac{2}{3}x^2$ で、 $x=6$ のときの y の値を求めよ。

3 次の各問に答えよ。⇨p117 **例3**

① $y=-x^2$ で、 $y=-18$ のときの x の値を求めよ。 ② $y=2x^2$ で、 $y=16$ のときの x の値を求めよ。

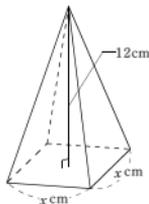
4 次の各問に答えよ。⇨p117 **例4**

① y が x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=36$ となる。 y を x の式で表せ。 ② y が x の2乗に比例し、 $x=-3$ のとき $y=-18$ となる。 y を x の式で表せ。

③ y が x の2乗に比例し、 $x=-4$ のとき $y=-8$ となる。 y を x の式で表せ。 ④ y が x の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=3$ となる。 y を x の式で表せ。

確認問題 B

1 右の図のように、底面の1辺が x cm、高さが12cmの正四角すいがある。この正四角すいの体積を y cm³とすると、次の各問に答えよ。☞p116 例1



① y を x の式で表せ。

② 底面の1辺の長さが2倍になると体積は何倍になるか。

2 次の各問に答えよ。☞p116 例2

① $y=3x^2$ で、 $x=-2$ のときの y の値を求めよ。 ② $y=-x^2$ で、 $x=5$ のときの y の値を求めよ。

③ $y=x^2$ で、 $x=\frac{1}{2}$ のときの y の値を求めよ。 ④ $y=-6x^2$ で、 $x=-\frac{2}{3}$ のときの y の値を求めよ。

⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2$ で、 $x=-2$ のときの y の値を求めよ。 ⑥ $y=\frac{1}{3}x^2$ で、 $x=3$ のときの y の値を求めよ。

3 次の各問に答えよ。☞p117 例3

① $y=-2x^2$ で、 $y=-24$ のときの x の値を求めよ。 ② $y=3x^2$ で、 $y=48$ のときの x の値を求めよ。

4 次の各問に答えよ。☞p117 例4

① y が x の2乗に比例し、 $x=4$ のとき $y=32$ となる。 y を x の式で表せ。

② y が x の2乗に比例し、 $x=-2$ のとき $y=-20$ となる。 y を x の式で表せ。

③ y が x の2乗に比例し、 $x=-3$ のとき $y=-12$ となる。 y を x の式で表せ。

④ y が x の2乗に比例し、 $x=6$ のとき $y=24$ となる。 y を x の式で表せ。

2

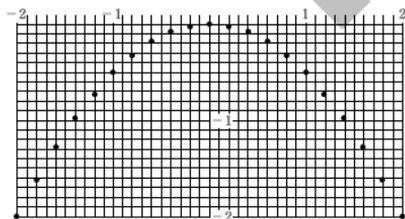
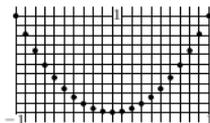
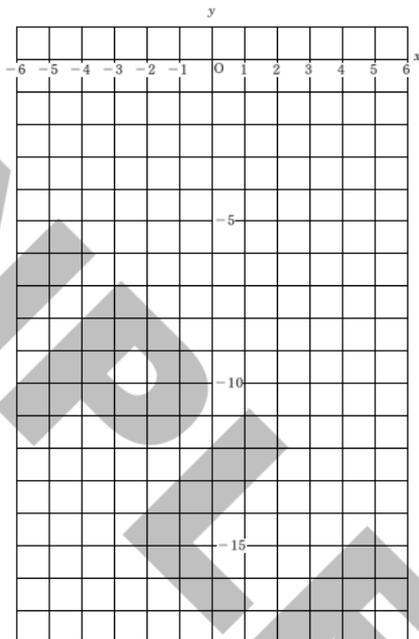
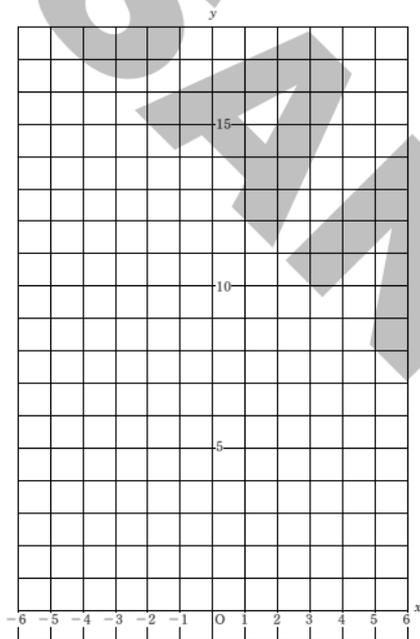
2乗に比例する関数のグラフ

例1 2乗に比例する関数のグラフの書き方

下の表を用いて $y=x^2$ と $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを書け。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							



練習1 次の関数のグラフを書け。

① $y=2x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

② $y=-x^2$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

③ $y=\frac{1}{2}x^2$

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

④ $y=-\frac{1}{2}x^2$

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

⑤ $y=\frac{1}{4}x^2$

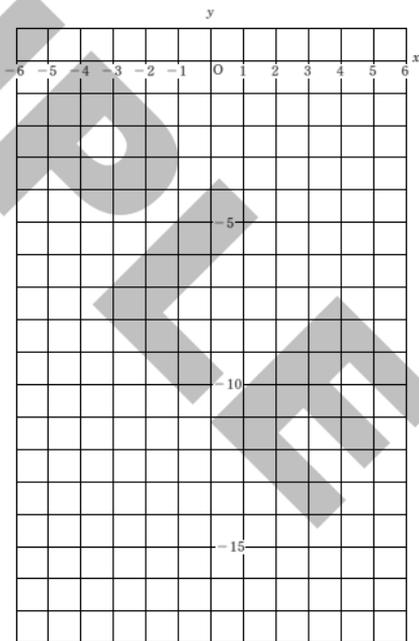
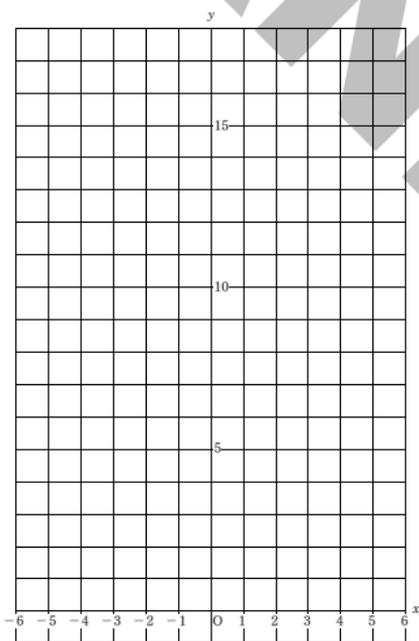
x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

⑥ $y=-\frac{1}{4}x^2$

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y							

①③⑤のグラフは左のグラフ用紙

②④⑥のグラフは右のグラフ用紙



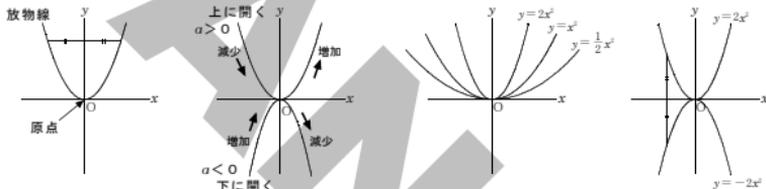
例2 2乗に比例する関数のグラフの特徴

次の にあてはまる語句を書きいれよ。

- ① $y=ax^2$ のグラフの曲線を という。
- ② $y=ax^2$ のグラフは原点を通り、y軸について である。
- ③ $y=ax^2$ のグラフは $a>0$ のとき、 に開く。
- ④ $y=ax^2$ のグラフは $a<0$ のとき、 に開く。
- ⑤ $y=ax^2$ のグラフは a の絶対値が大きくなるほど開き方が なる。
- ⑥ $y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフはx軸について である。

Point

$y=ax^2$ のグラフ



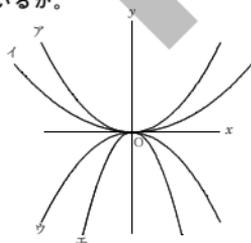
練習2-1 下のア～クの関数のグラフについて次の各問いに答えよ。

- ① ア～クの中でグラフが上に開いているものの記号をすべて書け。
- ② ア～クの中でグラフがx軸について対称となっているものはどれとどれか。
- ③ ア～クの中でグラフの開き方が最も小さいのはどれか。

ア $y=-x^2$	イ $y=2x^2$	ウ $y=-3x^2$	エ $y=-\frac{1}{2}x^2$
オ $y=\frac{1}{2}x^2$	カ $y=-\frac{1}{4}x^2$	キ $y=4x^2$	ク $y=-\frac{2}{3}x^2$

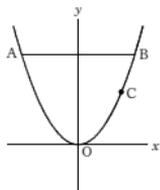
練習2-2 次の①～④の式は右のア～エのグラフのどの式を表しているか。

- ① $y=\frac{1}{2}x^2$
- ② $y=-x^2$
- ③ $y=\frac{1}{4}x^2$
- ④ $y=-\frac{1}{2}x^2$



例3 2乗に比例する関数のグラフの特徴を利用

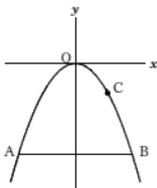
右の図は $y=ax^2$ のグラフである。A、B、Cはグラフ上の点で、A、Bがx軸に平行である。点Aの座標が $(-4, 8)$ のとき、次の各問いに答えよ。



- ① a の値を求めよ。
- ② 点Bの座標を求めよ。
- ③ 点Cのx座標が3のとき点Cのy座標を求めよ。

練習3-1

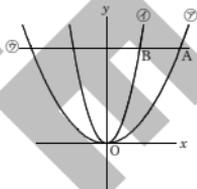
右の図は $y=ax^2$ のグラフである。A、B、Cはグラフ上の点で、A、Bがx軸に平行である。点Aの座標が $(-2, -8)$ のとき、次の各問いに答えよ。



- ① a の値を求めよ。
- ② 点Bの座標を求めよ。
- ③ 点Cのx座標が1のとき点Cのy座標を求めよ。

練習3-2

右の図で㉑は $y=ax^2$ 、㉒は $y=2x^2$ のグラフである。㉓の直線はx軸に平行で㉑と㉒の交点がA、㉒と㉓の交点がBである。Aの座標が $(8, 32)$ のとき次の各問いに答えよ。



- ① a の値を求めよ。
- ② ABの長さを求めよ。

確認問題 A

1 次の関数のグラフを書け。☞p120 例1

① $y=x^2$

② $y=-x^2$

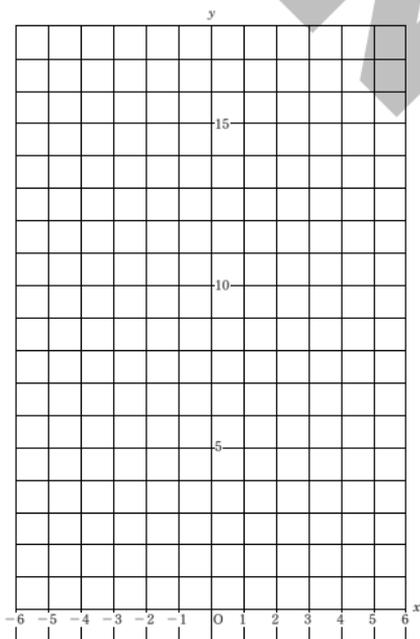
③ $y=2x^2$

④ $y=-\frac{1}{4}x^2$

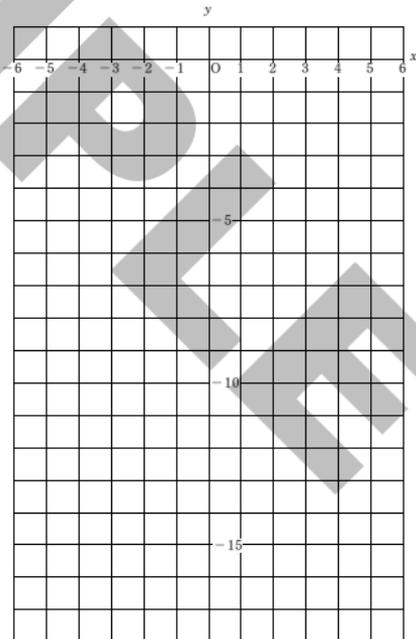
⑤ $y=\frac{1}{4}x^2$

⑥ $y=-\frac{1}{2}x^2$

①③⑤のグラフ



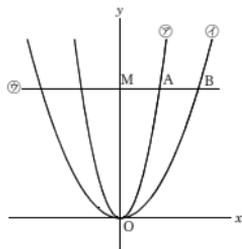
②④⑥のグラフ



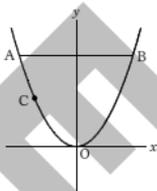
2 下のア～クの関数のグラフについて次の各問いに答えよ。⊙p122 例2

- ① 下のア～クの関数のグラフはすべて曲線になるが、この曲線を何というか。
- ② ア～クの中でグラフが下に開いているものの記号をすべて書け。
- ③ ア～クの中でグラフがx軸について対称となっているものはどれとどれか。
- ④ ア～クの中でグラフの開き方が最も大きいのはどれか。

ア $y = -2x^2$	イ $y = \frac{1}{2}x^2$	ウ $y = -x^2$	エ $y = -\frac{1}{4}x^2$
オ $y = \frac{1}{3}x^2$	カ $y = -\frac{2}{3}x^2$	キ $y = 2x^2$	ク $y = -4x^2$

3 右の図で、㉗は $y = ax^2$ 、㉘は $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。㉙はx軸に平行な直線で、㉗との交点をA、㉘との交点をB、y軸との交点をMとする。また、AはBMの中点で、Bのx座標は6である。このとき次の各問いに答えよ。⊙p123 例3

- ① 点Bのy座標を求めよ。
- ② ㉗の関数の式を求めよ。

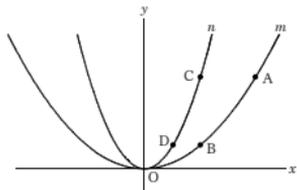
4 右の図は $y = ax^2$ のグラフである。A、B、Cはグラフ上の点で、ABがx軸に平行である。点Bの座標が(3, 6)のとき、次の各問いに答えよ。⊙p123 例3

- ① aの値を求めよ。
- ② 点Aの座標を求めよ。
- ③ 点Cのx座標が-2のとき点Cのy座標を求めよ。

確認問題 B

- 1 右の図で、 m は $y = \frac{1}{5}x^2$ 、 n は $y = \frac{5}{9}x^2$ のグラフである。A、Bは m 上の点で、C、Dは n 上の点である。B、Cの x 座標はともに2であり、A、Dの x 座標はともに正である。Aの y 座標とCの y 座標は等しく、Bの y 座標とDの y 座標も等しい。このとき次の各問いに答えよ。○p123 例3

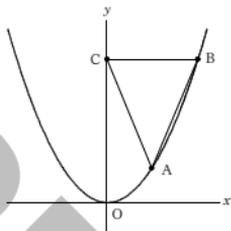
① 点Aの座標を求めよ。



② 点Dの座標を求めよ。

- 2 右の図のように $y = x^2$ のグラフ上に2点A、Bをとり、 y 軸上に点Cをとる。点A、点Bの x 座標はともに正であり、点Bの y 座標と点Cの y 座標は等しく、線分ABと線分ACの長さも等しい。このとき次の各問いに答えよ。○p123 例3

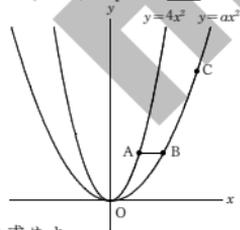
① 点Cの座標が(0, 4)のとき、点Aの座標を求めよ。



② 点Aの座標が(2, 4)のとき、点Bの座標を求めよ。

- 3 右の図のように $y = 4x^2$ のグラフ上に点Aをとり、 $y = ax^2$ のグラフ上に2点B、Cをとる。点Bの座標は(2, 4)で、線分ABは x 軸に平行である。このとき次の各問いに答えよ。○p123 例3

① 点Aの座標を求めよ。



② a の値を求めよ。

③ $\triangle ABC$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の3倍であるとき、点Cの座標を求めよ。

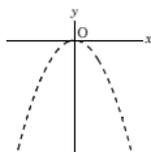
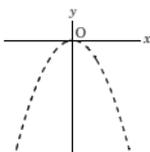
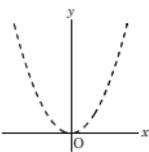
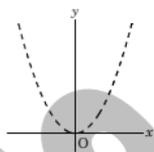
3

変域と変化の割合

例1 2乗に比例する関数の変域(1)

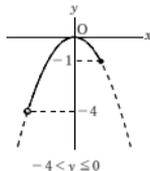
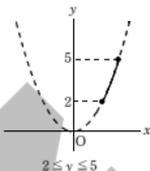
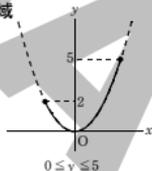
x の変域に対する y の変域を求めよ。

- ① $y=x^2$ ($-3 \leq x \leq 2$) ② $y=x^2$ ($1 \leq x \leq 3$) ③ $y=-x^2$ ($-2 \leq x \leq 3$) ④ $y=-x^2$ ($-3 < x \leq 2$)

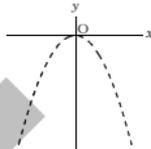
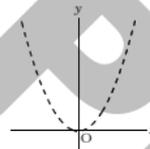
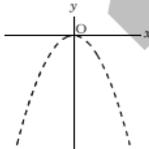
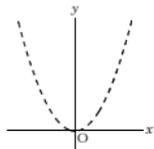


Point

$y=ax^2$ の変域

練習1-1 x の変域に対する y の変域を求めよ。

- ① $y=x^2$ ($-4 \leq x \leq 2$) ② $y=-\frac{1}{2}x^2$ ($2 \leq x \leq 6$) ③ $y=2x^2$ ($-1 \leq x \leq 3$) ④ $y=-\frac{1}{4}x^2$ ($-2 \leq x < 4$)

練習1-2 x の変域に対する y の変域を求めよ。

- ① $y=-x^2$ ($-1 \leq x \leq 5$) ② $y=-\frac{1}{3}x^2$ ($-6 \leq x \leq -3$) ③ $y=2x^2$ ($-3 \leq x \leq 2$)
- ④ $y=\frac{1}{2}x^2$ ($-2 \leq x \leq 4$) ⑤ $y=3x^2$ ($1 \leq x \leq 4$) ⑥ $y=-\frac{1}{4}x^2$ ($-4 \leq x \leq 2$)
- ⑦ $y=-2x^2$ ($-3 < x \leq 1$) ⑧ $y=\frac{1}{2}x^2$ ($-2 \leq x < 4$) ⑨ $y=-x^2$ ($-1 < x \leq 3$)

例2 2乗に比例する関数の変域(2)

$y = ax^2$ で x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $-18 \leq y \leq 0$ となる。 a の値を求めよ。

練習2 次の各問いに答えよ。

- ① $y = ax^2$ で x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 12$ となる。 a の値を求めよ。
- ② $y = ax^2$ で x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域が $-8 \leq y \leq 0$ となる。 a の値を求めよ。

例3 2乗に比例する関数の変化の割合(1)

$y = 2x^2$ で x が -2 から 3 まで増加するとき次の各問いに答えよ。

- ① x の増加量を求めよ。 ② y の増加量を求めよ。 ③ 変化の割合を求めよ。

Point

◆ 変化の割合

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}}$$

練習3 次の各問いに答えよ。

- ① $y = x^2$ で x が 2 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- ② $y = -x^2$ で x が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- ③ $y = 2x^2$ で x が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- ④ $y = -3x^2$ で x が -1 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- ⑤ $y = -2x^2$ で x が -3 から 1 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- ⑥ $y = \frac{1}{4}x^2$ で x が -6 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- ⑦ $y = \frac{1}{2}x^2$ で x が -4 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
- ⑧ $y = -\frac{1}{2}x^2$ で x が -2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

例4 2乗に比例する関数の変化の割合(2)

$y = ax^2$ で x が m から n まで増加するときの変化の割合を求めよ。

Point

※ p128の **練習3** をもう一度やってみよう!

◆ $y = ax^2$ で x が m から n まで増加するとき
変化の割合は $a(m+n)$

例5 2乗に比例する関数の変化の割合(3)

$y = ax^2$ で x が -2 から 5 まで増加するとき変化の割合が 12 となった。 a の値を求めよ。

練習5 次の各問いに答えよ。

- ① $y = ax^2$ で x が -3 から 1 まで増加するときの変化の割合が 6 となった。 a の値を求めよ。
- ② $y = ax^2$ で x が 3 から 5 まで増加するときの変化の割合が -16 となった。 a の値を求めよ。
- ③ $y = ax^2$ で x が -4 から 2 まで増加するときの変化の割合が 1 となった。 a の値を求めよ。
- ④ $y = ax^2$ で x が -6 から -4 まで増加するときの変化の割合が -8 となった。 a の値を求めよ。

例6 2乗に比例する関数の変化の割合(4)

x が -1 から 3 まで増加するとき $y = ax^2$ と $y = 3x - 4$ の変化の割合が等しくなった。 a の値を求めよ。

練習6 次の各問いに答えよ。

- ① x が -2 から 4 まで増加するとき $y = ax^2$ の変化の割合と $y = 4x - 1$ の変化の割合が等しくなった。 a の値を求めよ。
- ② x が -4 から 1 まで増加するとき $y = ax^2$ の変化の割合と $y = 2x + 5$ の変化の割合が等しくなった。 a の値を求めよ。

例7 2乗に比例する関数の変化の割合(5)

物を自然に落下させると落下距離は落下時間の2乗に比例するという。落下時間を x (秒)、落下距離を y (m)として次の各問いに答えよ。

① ある物体を落下させてから2秒間に20m落下した。 y を x の式で表せ。

② この物体は3秒間で何m落下するか。

③ この物体の4秒後から6秒後までの平均の速さは秒速何mか。

Point

◆ 平均の速さ

平均の速さ = $\frac{\text{距離の増加量}}{\text{時間の増加量}}$ \rightarrow 変化の割合と同じ

練習7 一定の角度の坂でボールを転がすとボールの転がった距離は時間の2乗に比例するという。転がった時間を x (秒)、転がった距離を y (m)として次の各問いに答えよ。

① ボールを転がしてから4秒間で48m転がった。 y を x の式で表せ。

② このボールは5秒間で何m転がるか。

③ このボールの2秒後から5秒後までの平均の速さは秒速何mか。

確認問題 A

1 ①から⑥の関数で x の変域に対する y の変域を求めよ。⇨p127 例1

① $y = x^2$ ($-4 \leq x \leq 3$) ② $y = 3x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) ③ $y = -2x^2$ ($-4 < x \leq -2$)

④ $y = \frac{1}{2}x^2$ ($-2 \leq x \leq 6$) ⑤ $y = \frac{3}{4}x^2$ ($4 \leq x \leq 6$) ⑥ $y = -\frac{2}{3}x^2$ ($-3 \leq x < 6$)

2 次の各問に答えよ。⇨p128 例3

① $y = 3x^2$ で x が2から5まで増加するときの変化の割合を求めよ。 ② $y = -\frac{1}{2}x^2$ で x が-2から4まで増加するときの変化の割合を求めよ。

③ $y = -x^2$ で x が-5から-3まで増加するときの変化の割合を求めよ。 ④ $y = -\frac{1}{3}x^2$ で x が-3から6まで増加するときの変化の割合を求めよ。

3 次の各問に答えよ。⇨p129 例5 例6

① $y = ax^2$ で x が-5から2まで増加するときの変化の割合が12となった。 a の値を求めよ。

② x が-1から3まで増加するとき $y = ax^2$ の変化の割合と $y = 4x - 5$ の変化の割合が等しくなった。 a の値を求めよ。

4 物を自然に落下させると落下距離は落下時間の2乗に比例するという。落下時間を x (秒)、落下距離を y (m)として次の各問に答えよ。⇨p130 例7

① ある物体を落下させてから3秒間に45m落下した。 y を x の式で表せ。

② この物体は4秒間で何m落下するか。

③ この物体の4秒後から8秒後までの平均の速さは秒速何mか。

確認問題 B

1 ①から③の関数で x の変域に対する y の変域を求めよ。○p127 例1

① $y = \frac{3}{2}x^2$ ($-4 \leq x \leq 2$)

② $y = -\frac{1}{4}x^2$ ($2 < x \leq 4$)

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$ ($-6 \leq x < 9$)

2 次の各問に答えよ。○p128 例2

① $y = ax^2$ で x の変域が $-4 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 8$ となる。 a の値を求めよ。② $y = ax^2$ で x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $-18 \leq y \leq 0$ となる。 a の値を求めよ。

3 次の各問に答えよ。○p128 例3

① $y = 2x^2$ で x が -4 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めよ。② $y = -\frac{3}{4}x^2$ で x が -3 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

4 次の各問に答えよ。○p129 例5 例6

① $y = ax^2$ で x が -3 から 7 まで増加するときの変化の割合が -20 となった。 a の値を求めよ。② x が -5 から 3 まで増加するとき $y = ax^2$ の変化の割合と $y = x + 3$ の変化の割合が等しくなった。 a の値を求めよ。③ $y = 2x^2$ で x が a から $a + 3$ まで増加するときの変化の割合が 18 となった。 a の値を求めよ。5 一定の角度の坂でボールを転がすとボールの転がった距離は時間の2乗に比例するという。転がった時間を x (秒)、転がった距離を y (m)として次の各問に答えよ。○p130 例7① ボールを転がしてから5秒間で50m転がった。 y を x の式で表せ。

② このボールの転がった距離が98mになるのは何秒後か。

③ このボールの5秒後から10秒後までの平均の速さは秒速何mか。

4 2乗に比例する関数と1次関数

例1 直線の式を求める

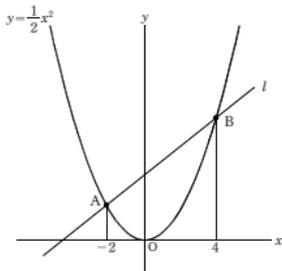
$y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 l の交点を A , B とする。 A の x 座標が -2 、 B の x 座標が 4 のとき次の各問に答えよ。

① 点 A の y 座標を求めよ。

② 点 B の y 座標を求めよ。

③ 直線 l の傾きを求めよ。

④ 直線 l の式を求めよ。



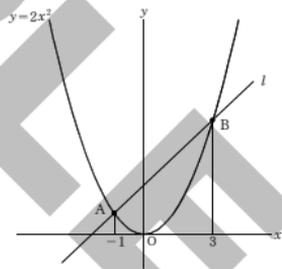
練習1-1 $y = 2x^2$ と直線 l の交点を A , B とする。 A の x 座標が -1 、 B の x 座標が 3 のとき次の各問に答えよ。

① 点 A の y 座標を求めよ。

② 点 B の y 座標を求めよ。

③ 直線 l の傾きを求めよ。

④ 直線 l の式を求めよ。



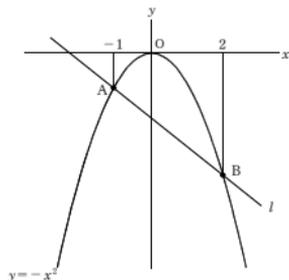
練習1-2 $y = -x^2$ と直線 l の交点をA, Bとする。Aのx座標が-1、Bのx座標が2のとき次の各問に答えよ。

① 点Aのy座標を求めよ。

② 点Bのy座標を求めよ。

③ 直線 l の傾きを求めよ。

④ 直線 l の式を求めよ。



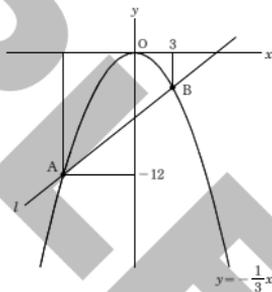
練習1-3 $y = -\frac{1}{3}x^2$ と直線 l の交点をA, Bとする。Aのy座標が-12、Bのx座標が3のとき次の各問に答えよ。

① 点Aのx座標を求めよ。

② 点Bのy座標を求めよ。

③ 直線 l の傾きを求めよ。

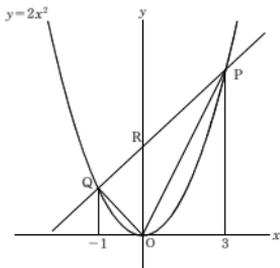
④ 直線 l の式を求めよ。



例2 三角形の面積を求める

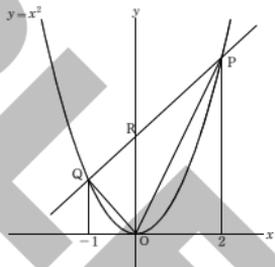
点P, Qは $y=2x^2$ 上の点でx座標はそれぞれ、3, -1である。直線PQとy軸との交点をRとすると、次の各問に答えよ。

- ① 点P, Qのy座標をそれぞれ求めよ。
- ② 直線PQの傾きを求めよ。
- ③ 直線PQの式を求めよ。また、点Rのy座標はいくらか。
- ④ $\triangle PQO$ の面積を求めよ。



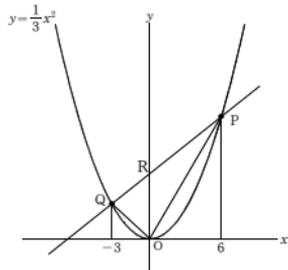
練習2-1 点P, Qは $y=x^2$ 上の点でx座標はそれぞれ、2, -1である。直線PQとy軸との交点をRとすると、次の各問に答えよ。

- ① 点P, Qのy座標をそれぞれ求めよ。
- ② 直線PQの傾きを求めよ。
- ③ 直線PQの式を求めよ。また、点Rのy座標はいくらか。
- ④ $\triangle PQO$ の面積を求めよ。



練習2-2 点P, Qは $y = \frac{1}{3}x^2$ 上の点でx座標はそれぞれ、6, -3である。直線PQとy軸との交点をRとするとき次の各問いに答えよ。

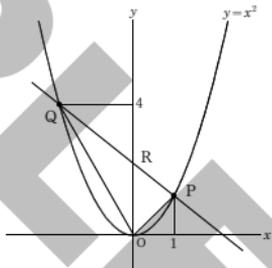
- ① 点P, Qのy座標をそれぞれ求めよ。
- ② 直線PQの傾きを求めよ。
- ③ 直線PQの式を求めよ。また、点Rのy座標はいくらか。



- ④ $\triangle PQO$ の面積を求めよ。

練習2-3 点P, Qは $y = x^2$ 上の点で点Pのx座標は1、点Qのy座標は4である。直線PQとy軸との交点をRとするとき次の各問いに答えよ。

- ① 点Pのy座標, 点Qのx座標をそれぞれ求めよ。
- ② 直線PQの傾きを求めよ。
- ③ 直線PQの式を求めよ。また、点Rのy座標はいくらか。

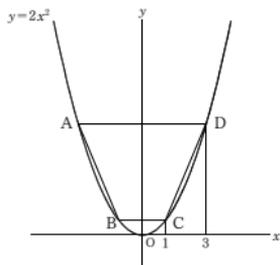


- ④ $\triangle PQO$ の面積を求めよ。

例3 台形の面積を求める

点A, B, C, Dは $y=2x^2$ 上の点でAD, BCはx軸に平行である。次の各問に答えよ。

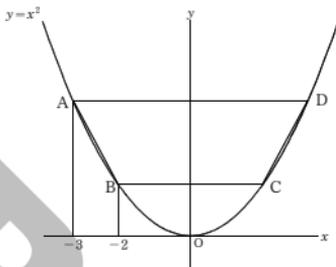
① 点C, Dのy座標をそれぞれ求めよ。



② 台形ADCBの面積を求めよ。

練習3-1 点A, B, C, Dは $y=x^2$ 上の点でAD, BCはx軸に平行である。次の各問に答えよ。

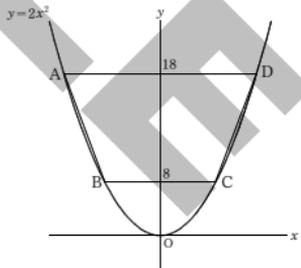
① 点A, Bのy座標をそれぞれ求めよ。



② 台形ADCBの面積を求めよ。

練習3-2 点A, B, C, Dは $y=2x^2$ 上の点でAD, BCはx軸に平行である。点Aのy座標が18, 点Bのy座標が8のとき次の各問に答えよ。

① 点A, Bのx座標をそれぞれ求めよ。



② 台形ADCBの面積を求めよ。

確認問題 A

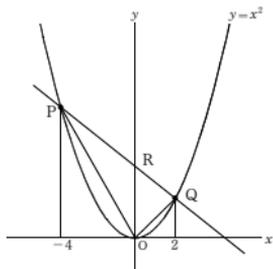
1 点 P, Q は $y=x^2$ 上の点で x 座標はそれぞれ、 -4 , 2 である。直線 PQ と y 軸との交点を R とするとき 次の各問に答えよ。○p135 例2

① 点 P, Q の y 座標をそれぞれ求めよ。

② 直線 PQ の傾きを求めよ。

③ 直線 PQ の式を求めよ。また、点 R の y 座標はいくらか。

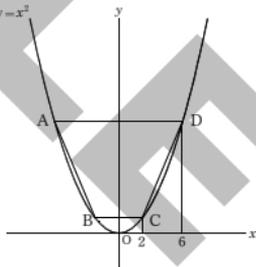
④ $\triangle P Q O$ の面積を求めよ。



2 点 A, B, C, D は $y=x^2$ 上の点で AD, BC は x 軸に平行である。次の各問に答えよ。○p137 例3

① 点 C, D の y 座標をそれぞれ求めよ。

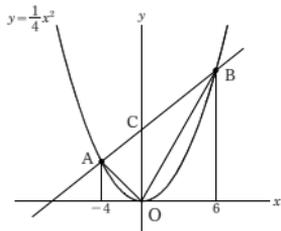
② 台形 ADCB の面積を求めよ。



確認問題 B

1 点A, Bは $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点でx座標はそれぞれ、-4, 6である。直線ABとy軸との交点をCとするときの各問に答えよ。☞p135 例2

① 点A, Bのy座標をそれぞれ求めよ。



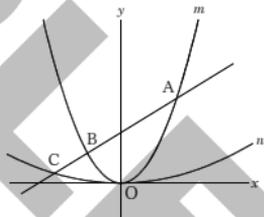
② 直線ABの式を求めよ。

③ x軸上に点Pをとり、 $\triangle OAP = \triangle OAB$ となるようにする。このとき点Pの座標を求めよ。

2 右の図で m, n はそれぞれ $y = ax^2, y = bx^2$ 上のグラフである。点A, Bは m 上にあり、点Aのx座標は4、点Bの座標は(-2, 2)である。また、直線ABと n との交点をCとする。このとき次の各問に答えよ。☞p137 例3

① a の値を求めよ。

② 直線ABの式を求めよ。



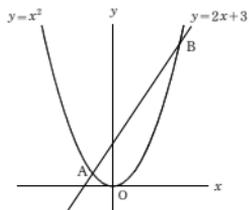
③ $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

④ $CB : BA = 1 : 4$ であるとき、 b の値を求めよ。

5 2乗に比例する関数と1次関数の交点

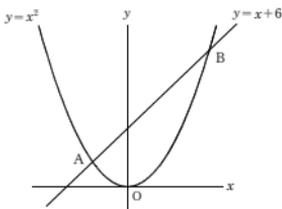
例1 交点の座標を求める

2つのグラフの交点A, Bの座標を求めよ。

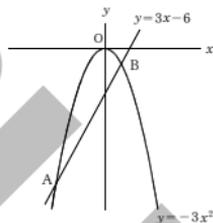


練習1 次の各問いに答えよ。

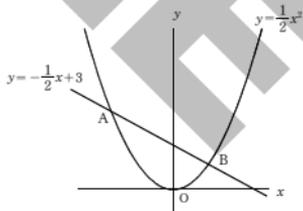
① 2つのグラフの交点A, Bの座標を求めよ。



② 2つのグラフの交点A, Bの座標を求めよ。



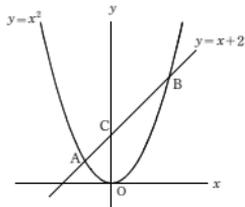
③ 2つのグラフの交点A, Bの座標を求めよ。



例2 三角形の面積を求める

次の各問に答えよ。

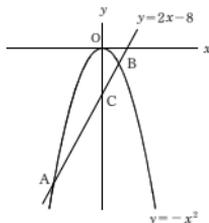
- ① 2つのグラフの交点A, Bそれぞれのx座標を求めよ。



- ②
- $\triangle AOB$
- の面積を求めよ。

練習2-1 次の各問に答えよ。

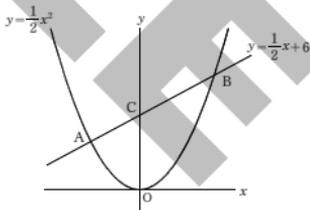
- ① 2つのグラフの交点A, Bそれぞれのx座標を求めよ。



- ②
- $\triangle AOB$
- の面積を求めよ。

練習2-2 次の各問に答えよ。

- ① 2つのグラフの交点A, Bそれぞれのx座標を求めよ。



- ②
- $\triangle AOB$
- の面積を求めよ。

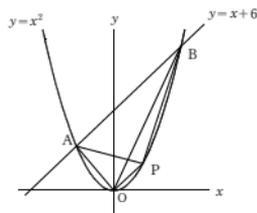
例3 面積の等しい三角形

$y=x^2$ のグラフ上のOからBの間に、 $\triangle AOB$ と $\triangle APB$ の面積が等しくなる点Pをとる。このとき次の各問に答えよ。

① 直線ABと直線OPの位置関係はどうなっているか。

② 直線OPの式を求めよ。

③ 点Pの座標を求めよ。

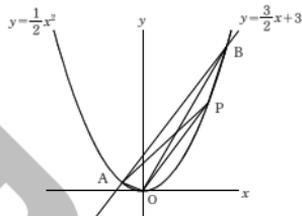


練習3-1 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上のOからBの間に、 $\triangle AOB$ と $\triangle APB$ の面積が等しくなる点Pをとる。このとき次の各問に答えよ。

① 直線ABと直線OPの位置関係はどうなっているか。

② 直線OPの式を求めよ。

③ 点Pの座標を求めよ。

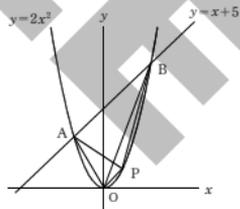


練習3-2 $y=2x^2$ のグラフ上のOからBの間に、 $\triangle AOB$ と $\triangle APB$ の面積が等しくなる点Pをとる。このとき次の各問に答えよ。

① 直線ABと直線OPの位置関係はどうなっているか。

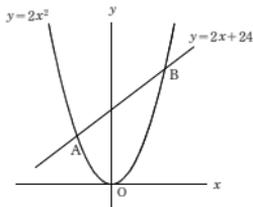
② 直線OPの式を求めよ。

③ 点Pの座標を求めよ。



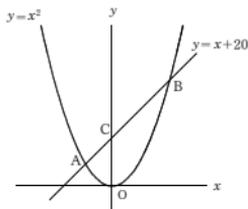
確認問題 A

1 2つのグラフの交点A, Bの座標を求めよ。☞p140 例1



2 次の各問いに答えよ。☞p141 例2

① 2つのグラフの交点A, Bそれぞれのx座標を求めよ。



② $\triangle AOB$ の面積を求めよ。

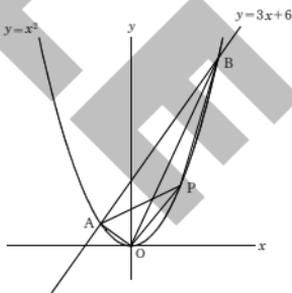
3 $y = x^2$ のグラフ上のOからBの間に、 $\triangle AOB$ と $\triangle APB$ の面積が等しくなる点Pをとる。

このとき次の各問いに答えよ。☞p142 例3

① 直線ABと直線OPの位置関係はどうなっているか。

② 直線OPの式を求めよ。

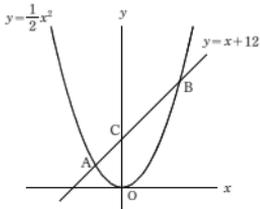
③ 点Pの座標を求めよ。



確認問題 B

1 次の各問いに答えよ。⇨p141 例2

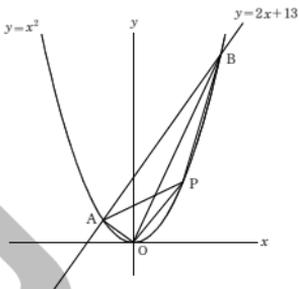
- ① 2つのグラフの交点A, Bそれぞれのx座標を求めよ。



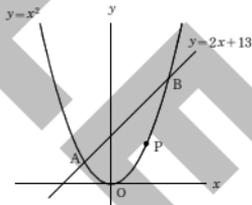
- ②
- $\triangle AOB$
- の面積を求めよ。

2 $y=x^2$ のグラフ上で原点O以外に、 $\triangle AOB$ と $\triangle APB$ の面積が等しくなる点Pをとる。

- このとき点Pの座標をすべて求めよ。⇨p142 例3

3 $y=x^2$ と $y=x+12$ のグラフの交点をA, Bとする。このとき次の各問いに答えよ。⇨p142 例3

- ① 点Aの座標を求めよ。ただし、点Aのx座標は負とする。



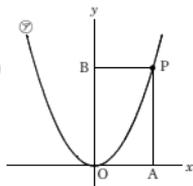
- ② 放物線上に点Pをとり、原点Oから点Bまで動かす。
-
- $\triangle AOB$
- と
- $\triangle APB$
- の面積の比が2:1となる時、点Pの座標を求めよ。

6

2乗に比例する関数と方程式

例1 座標を文字で表す(1)

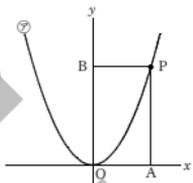
右の図で㉞は $y=x^2$ のグラフである。㉞のグラフ上に点Pをとり、点Pからx軸に垂線PAを、y軸に垂線PBをひく。このとき、次の各問に答えよ。



- ① $PA=2PB$ となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)

- ② 四角形BPAOが正方形となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)

練習1-1 右の図で㉞は $y=2x^2$ のグラフである。㉞のグラフ上に点Pをとり、点Pからx軸に垂線PAを、y軸に垂線PBをひく。このとき、次の各問に答えよ。

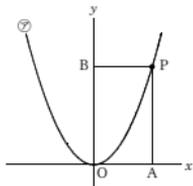


- ① $PA=2PB$ となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)

- ② 四角形BPAOが正方形となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)

練習1-2 右の図で㉞は $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。㉞のグラフ上に点Pをとり、点Pからx軸に垂線PAを、y軸に垂線PBをひく。このとき、次の各問に答えよ。

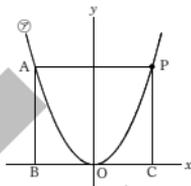
- ① $PA = 2PB$ となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)



- ② 四角形BP AOが正方形となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)

練習1-3 右の図で㉞は $y = x^2$ のグラフである。㉞のグラフ上に点Pをとり、点Pとy軸について対称な点をAとする。点P、点Aからx軸に垂線PC、ABをひく。このとき、次の各問に答えよ。

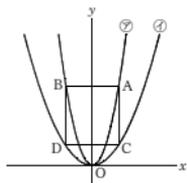
- ① $PC = 3AP$ となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)



- ② 四角形AP CBが正方形となるときのPの座標を求めよ。(点Pのx座標は正とする)

例2 座標を文字で表す(2)

右の図で、㉑は $y=2x^2$ 、㉒は $y=x^2$ のグラフである。㉑のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線と㉒とのもう一つの交点をBとする。また点A、Bからy軸に平行にひいた直線と㉒の交点をそれぞれC、Dとする。このとき、次の各問いに答えよ。

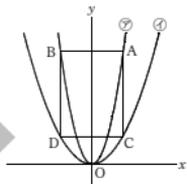


- ① $AC=3AB$ のとき、点Aの座標を求めよ。

- ② 四角形BACDが正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。

練習2-1

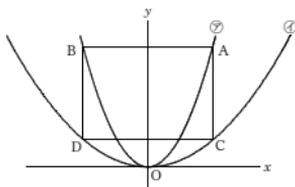
右の図で、㉑は $y=3x^2$ 、㉒は $y=x^2$ のグラフである。㉑のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線と㉒とのもう一つの交点をBとする。また点A、Bからy軸に平行にひいた直線と㉒の交点をそれぞれC、Dとする。このとき、次の各問いに答えよ。



- ① $AC=2AB$ のとき、点Aの座標を求めよ。

- ② 四角形BACDが正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。

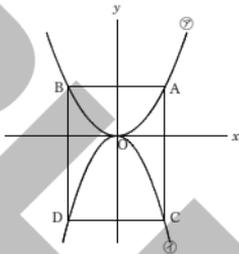
練習2-2 右の図で、㉗は $y=x^2$ 、㉘は $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフである。㉗のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線と㉗とのもう一つの交点をBとする。また点A、Bからy軸に平行にひいた直線と㉘の交点をそれぞれC、Dとする。このとき、次の各問に答えよ。



① $AC = \frac{1}{2} AB$ のとき、点Aの座標を求めよ。

② 四角形 $ABCD$ が正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。

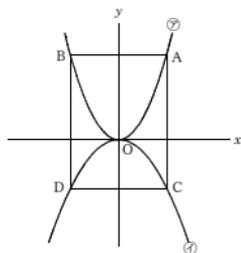
練習2-3 右の図で、㉗は $y=x^2$ 、㉘は $y=-2x^2$ のグラフである。㉗のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線と㉗とのもう一つの交点をBとする。また点A、Bからy軸に平行にひいた直線と㉘の交点をそれぞれC、Dとする。このとき、次の各問に答えよ。



① $AC = 3AB$ のとき、点Aの座標を求めよ。

② 四角形 $ABCD$ が正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。

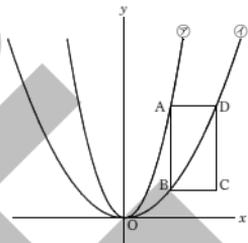
- 練習2-4 右の図で、⑦は $y=x^2$ 、④は $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。
⑦のグラフ上の点Aからx軸に平行にひいた直線と⑦との
もう一つの交点をBとする。また点A、Bからy軸に
平行にひいた直線と④の交点をそれぞれC、Dとする。
このとき、次の各問いに答えよ。



- ① $AC=2AB$ のとき、点Aの座標を求めよ。

- ② 四角形ABCDが正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。

- 練習2-5 右の図で、⑦は $y=x^2$ 、④は $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。
⑦のグラフ上に点Aをとり、点Aからx軸、y軸に平行な
直線をひき、④のグラフとの交点をそれぞれD、B
とする。点A、B、C、Dのx座標はともに正、四角
形ABCDが長方形となるように点Cをとる。この
とき次の各問いに答えよ。



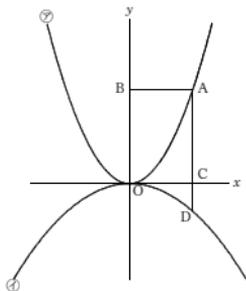
- ① 点Aのx座標が2であるとき、点Aと点Dの座標を求めよ。

- ② 四角形ADCBが正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。

確認問題 A

1 右の図で⑦は $y=2x^2$ 、④は $y=-x^2$ のグラフである。⑦の上に点Aをとり、点Aからy軸に垂線ABを、x軸に垂線ACをひく。ACの延長と④のグラフの交点をDとする。このとき次の各問に答えよ。☞p145 例1

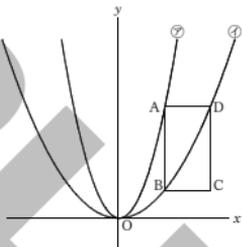
① 四角形BACOが正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。



② $AD=12AB$ のとき、点Aの座標を求めよ。

2 右の図で⑦は $y=4x^2$ 、④は $y=x^2$ のグラフである。⑦のグラフ上に点Aをとり、点Aからx軸、y軸に平行な直線をひき、④のグラフとの交点をそれぞれD、Bとする。また、四角形ABCDが長方形となるように点Cをとる。このとき次の各問に答えよ。☞p147 例2

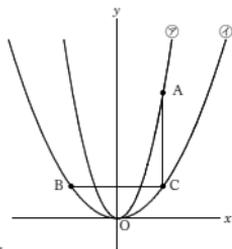
① 点Aのx座標が2であるとき、点Aと点Dの座標を求めよ。



② 四角形ADCBが正方形になるとき、点Aの座標を求めよ。

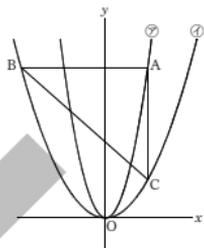
確認問題 B

- 1 右の図で⑦は $y=x^2$ 、④は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点Aは⑦のグラフ上の点であり、 x 座標は正である。点B、Cは④のグラフ上の点である。線分ACは y 軸に、線分BCは x 軸に平行である。このとき次の各問いに答えよ。☞p145 例1
- ① 点Aの y 座標は点Cの y 座標の何倍か。



- ② 線分ACと線分BCの長さの比が2:1のとき、点Cの座標を求めよ。

- 2 右の図で⑦は $y=x^2$ 、④は $y=\frac{1}{9}x^2$ のグラフである。⑦のグラフ上に点Aをとり、点Aから x 軸、 y 軸に平行な直線をひき、④のグラフとの交点をそれぞれB、Cとする。このとき次の各問いに答えよ。☞p147 例2
- ① 点Bの y 座標が9であるとき、点Cの座標を求めよ。



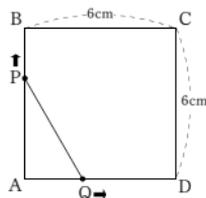
- ② $AB=AC$ となるとき、点Aの座標を求めよ。

7

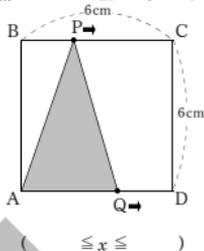
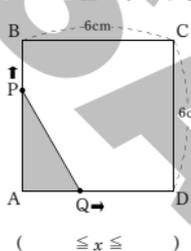
いろいろな関数

例1 動点と関数

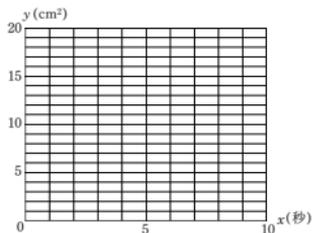
右の図で、四角形 $ABCD$ は1辺6cmの正方形である。点 P は点 A から B を通って点 C まで秒速2cmの速さで動く。点 Q は点 A から点 D まで秒速1cmの速さで動く。点 P 、点 Q が動き始めてから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき次の各問に答えよ。



- ① 点 P が AB 上にあるとき y を x の式で表せ。 ② 点 P が BC 上にあるとき y を x の式で表せ。

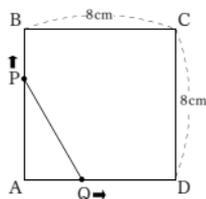


- ③ x と y の関係をグラフに表せ。

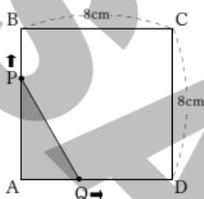


- ④ $\triangle APQ$ の面積が 8 cm^2 になるのは点 P が動き始めてから何秒後か。

練習1 右の図で、四角形 $ABCD$ は1辺8cmの正方形である。点 P は点 A から B を通って点 C まで秒速2cmの速さで動く。点 Q は点 A から点 D まで秒速1cmの速さで動く。点 P 、点 Q が動き始めてから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき次の各問に答えよ。

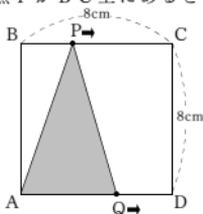


① 点 P が AB 上にあるとき y を x の式で表せ。



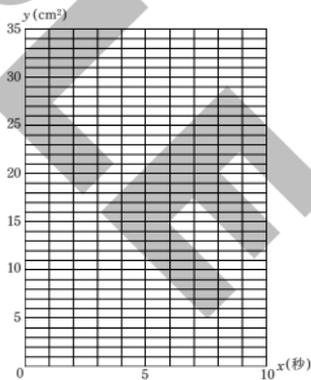
($\quad \leq x \leq \quad$)

② 点 P が BC 上にあるとき y を x の式で表せ。



($\quad \leq x \leq \quad$)

③ x と y の関係をグラフに表せ。

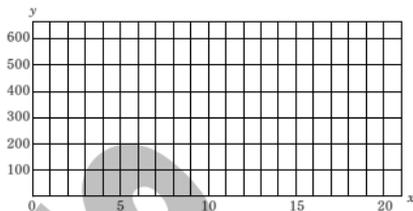


④ $\triangle APQ$ の面積が 12cm^2 になるのは点 P が動き始めてから何秒後か。

例2 式に表せない関数

ある宅配便の料金は右の表のようにになっている。重さを x kg, 料金を y 円として x , y の関係を表すグラフを書け。

重さ (kg)	料金 (円)
2未満	200
2以上 5未満	300
5以上 10未満	400
10以上 15未満	500
15以上 20未満	600



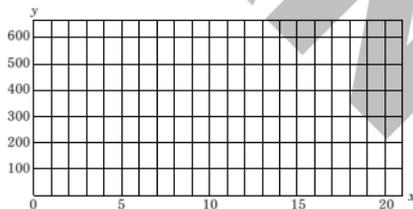
Point

◆ 以上・以下・未満のちがいを

- ◆ x は5以上… $x \geq 5$
- ◆ x は5以下… $x \leq 5$
- ◆ x は5未満… $x < 5$

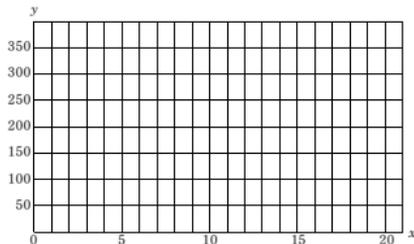
練習2-1 ある宅配便の料金は右の表のようにになっている。重さを x kg, 料金を y 円として x , y の関係を表すグラフを書け。

重さ (kg)	料金 (円)
3未満	200
3以上 6未満	300
6以上 10未満	400
10以上 15未満	500
15以上 20未満	600



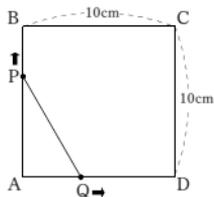
練習2-2 ある鉄道会社の料金は右の表のようにになっている。距離を x km, 料金を y 円として x , y の関係を表すグラフを書け。

距離 (km)	料金 (円)
5未満	100
5以上 8未満	150
8以上 12未満	200
12以上 16未満	250
16以上 20未満	300

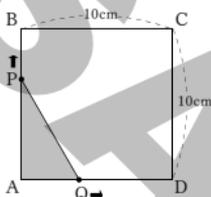


確認問題 A

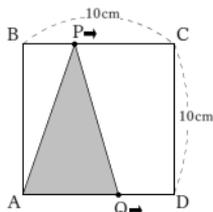
- 1 右の図で、四角形 $ABCD$ は1辺10cmの正方形である。点 P は点 A から B を通って点 C まで秒速2cmの速さで動く。点 Q は点 A から点 D まで秒速1cmの速さで動く。点 P 、点 Q が動き始めてから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき次の各問いに答えよ。 \rightarrow p152 例1



- ① 点 P が AB 上にあるとき y を x の式で表せ。 ② 点 P が BC 上にあるとき y を x の式で表せ。

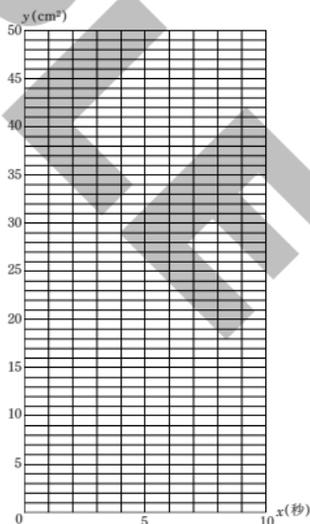


$$(\quad \leq x \leq \quad)$$



$$(\quad \leq x \leq \quad)$$

- ③ x と y の関係をグラフに表せ。



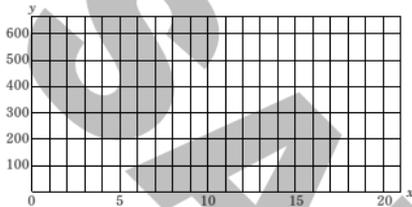
第4章 いろいろな関数

- ④ $\triangle APQ$ の面積が 20cm^2 になるのは点Pが動き始めてから何秒後か。

2 次の各問いに答えよ。☞p154 例2

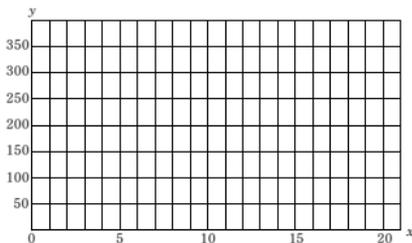
- ① ある宅配便の料金は右の表のようになっている。重さを $x\text{kg}$ 、料金を y 円として x 、 y の関係を表すグラフを書け。

重さ (kg)	料金 (円)
2未満	100
2以上 8未満	300
8以上 12未満	400
12以上 16未満	500
16以上 20未満	600



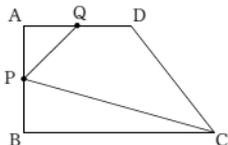
- ② ある鉄道会社の料金は右の表のようになっている。距離を $x\text{km}$ 、料金を y 円として x 、 y の関係を表すグラフを書け。

距離 (km)	料金 (円)
5未満	150
5以上 8未満	200
8以上 12未満	250
12以上 16未満	300
16以上 20未満	350

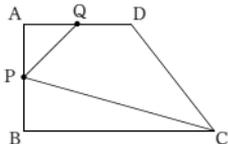


確認問題 B

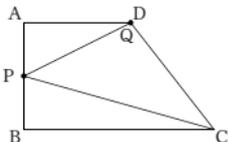
- 1 右の図のような台形 $ABCD$ があり、 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $AB = AD = 6\text{cm}$ である。点 P は辺 AB 上を動く点で、 A を出発し秒速 1cm の速さで B まで進み、同じ速さで A にもどってくる。点 Q は AD 上を動く点で、点 P と同時に A を出発し秒速 1cm の速さで D まで進み、 D で止まる。点 P が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき次の各問に答えよ。☞p152 例1



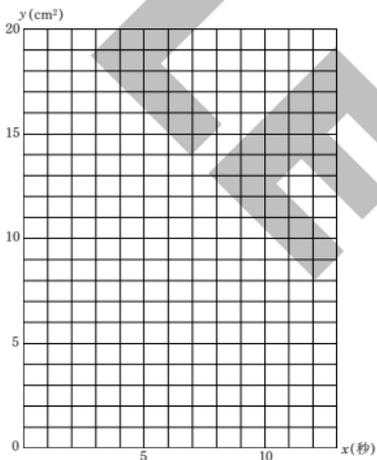
- ① $0 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表せ。



- ② $6 \leq x \leq 12$ のとき、 y を x の式で表せ。



- ③ $0 \leq x \leq 12$ のとき、 x と y の関係をグラフに表せ。



1

相 似

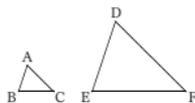
例1 相似

次の文中の にあてはまる言葉を書き入れよ。

- ◆ 右の図で $\triangle DEF$ は $\triangle ABC$ を3倍に拡大したものである。 $(\triangle ABC$ は $\triangle DEF$ を $\frac{1}{3}$ に縮小)

このとき $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は ① であるという。

これを記号を用いて表すと $\triangle ABC$ ② $\triangle DEF$ となる。



- ◆ 頂点Aと頂点Dなどを ③ という。

- ◆ 辺ABと辺DEなどを ④ という。

- ◆ $\angle A$ と $\angle D$ などを ⑤ という。

- ◆ 相似な図形では対応する辺の長さの ⑥ は等しい。この比のことを ⑦ という。

- ◆ 相似な図形では対応する ⑧ の大きさは等しい。

Point

- ◆ 相似な図形

- ◆ $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であるとき、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ と表す。

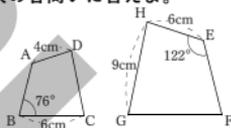
- ◆ 相似な図形では

対応する辺の長さの比(相似比)は等しい。

対応する角の大きさは等しい。

【練習1】 右の図で、四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ は相似である。次の各問いに答えよ。

- ① 四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ の相似比を求めよ。



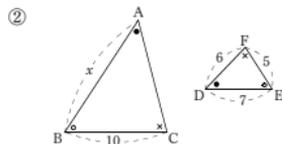
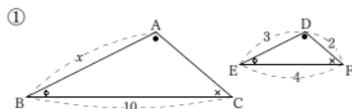
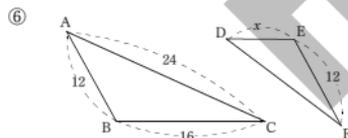
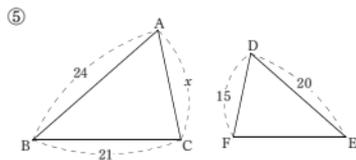
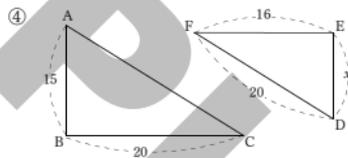
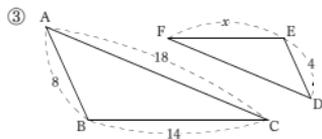
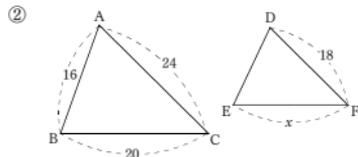
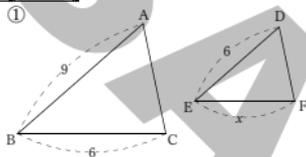
- ② 辺 GF の長さを求めよ。

- ③ 辺 DC の長さを求めよ。

- ④ $\angle F$ の大きさを求めよ。

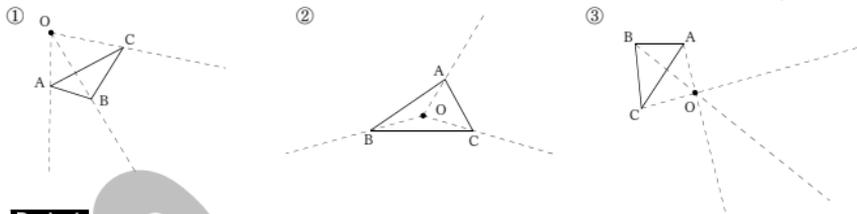
- ⑤ $\angle A$ の大きさを求めよ。

例2 相似な図形の辺の長さを求める

図の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似である。 x の長さを求めよ。練習2 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ である。 x の長さを求めよ。(対応する角に印を付けよう)

例3 相似の位置

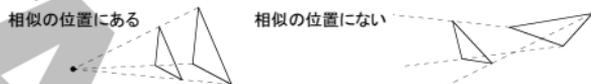
点Oを相似の中心として $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを用いてかけ。



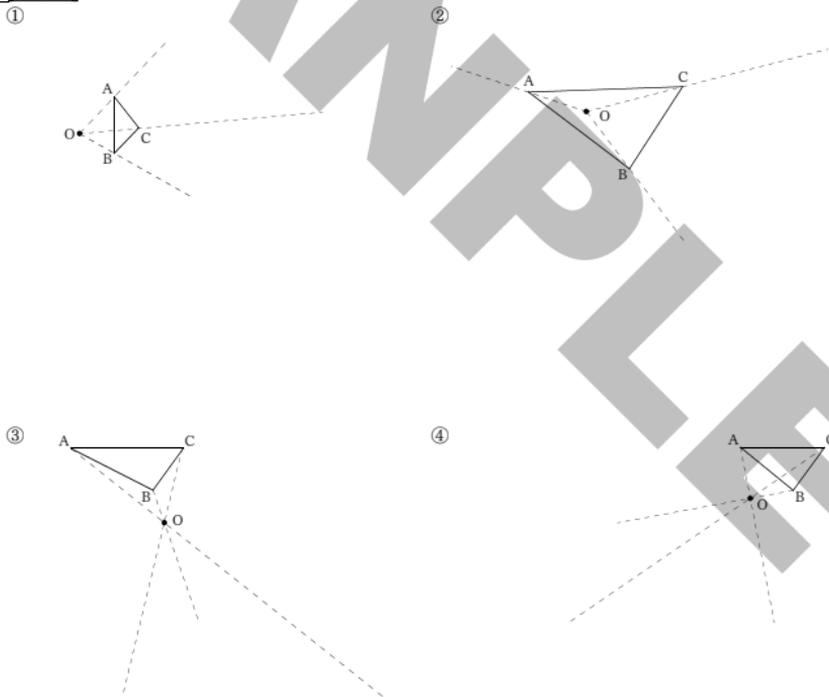
Point

◆ 相似の位置

相似な図形で、2つの図形の対応する点を通る直線がすべて1点に集まり、その点から対応する点までの距離の比がすべて等しいとき、それらの図形はその点を相似の中心として、相似の位置にあるという。



練習3 点Oを相似の中心として $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを用いてかけ。



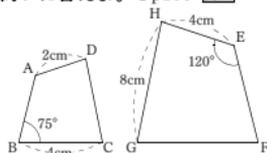
確認問題 A

1 右の図で四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ は相似である。次の各問いに答えよ。☞p158 例1

① 四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ の相似比はいくらか。

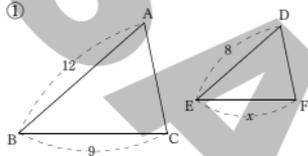
② $\angle A$ の大きさを求めよ。

③ GF の長さを求めよ。

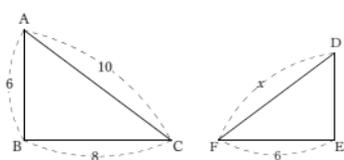


2 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ である。 x の長さを求めよ。(対応する角に印を付けよう) ☞p159 例2

①



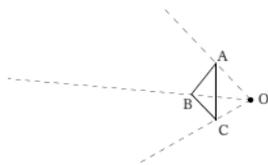
②



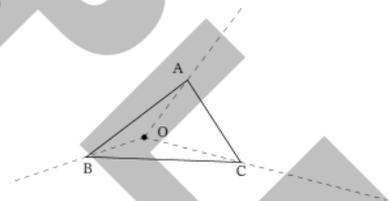
3 点 O を相似の中心として $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを用いてかけ。

☞p160 例3

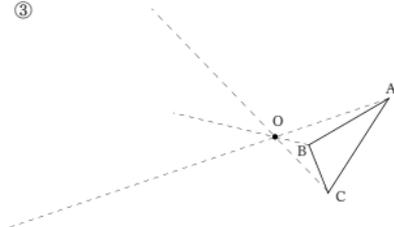
①



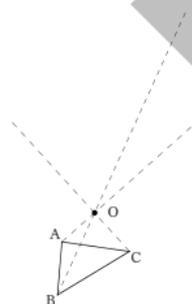
②



③



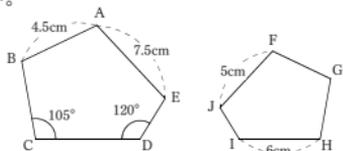
④



確認問題 B

1 右の図で五角形ABCDEと五角形FGHIJは相似である。次の各問いに答えよ。☞p158 例1

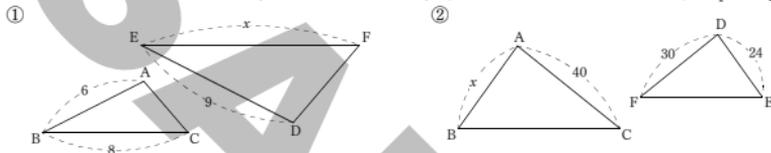
① 五角形ABCDEと五角形FGHIJの相似比はいくらか。



② $\angle H$ の大きさを求めよ。

③ GFの長さを求めよ。

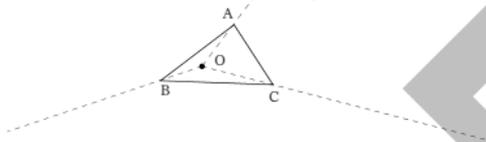
2 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ である。 x の長さを求めよ。(対応する角に印を付けよう) ☞p159 例2



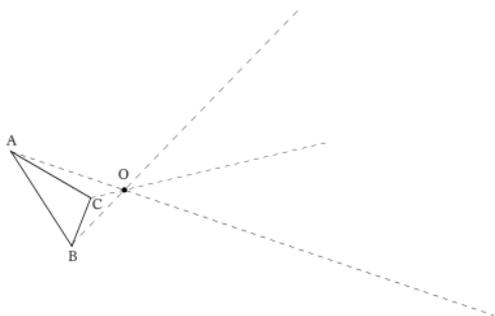
3 点Oを相似の中心として $\triangle ABC$ を3倍に拡大した $\triangle DEF$ を定規とコンパスを用いてかけ。

☞p160 例3

①



②



2

三角形の相似条件

例1 三角形の相似条件

2つの三角形は次の場合に相似である

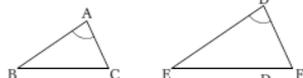
- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。

$$AB : DE = BC : EF = CA : FD$$



- ◆ 2組の辺の比が等しく、その間の角がそれぞれ等しい。

$$AB : DE = CA : FD \quad \angle A = \angle D$$



- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

$$\angle A = \angle D \quad \angle B = \angle E$$

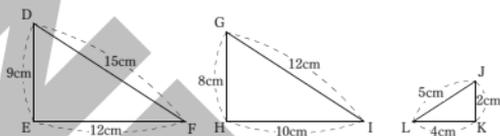
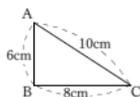


練習1 三角形の相似条件を書いて覚えよ。



例2 相似な三角形を見つける(1)

次の各問いに答えよ。



- ① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

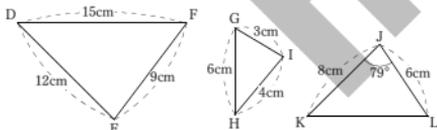
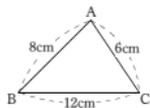
- ② ①のときに使った相似条件を書け。

Point

- ◆ 三角形の相似条件

- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ◆ 2組の辺の比が等しく、その間の角がそれぞれ等しい。
- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

練習2 次の各問いに答えよ。

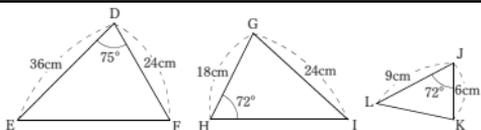
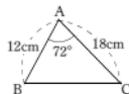


- ① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

- ② ①のときに使った相似条件を書け。

例3 相似な三角形を見つける(2)

次の各問に答えよ。



① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

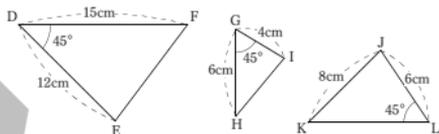
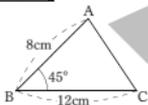
② ①のときに使った相似条件を書け。

Point

◆ 三角形の相似条件

- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ◆ 2組の辺の比が等しく、その間の角がそれぞれ等しい。
- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

練習3 次の各問に答えよ。

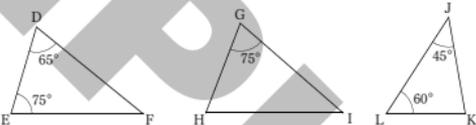
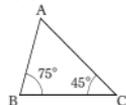


① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

② ①のときに使った相似条件を書け。

例4 相似な三角形を見つける(3)

次の各問に答えよ。



① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

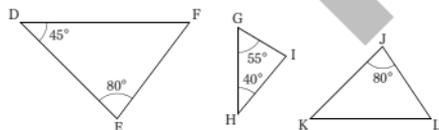
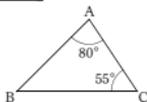
② ①のときに使った相似条件を書け。

Point

◆ 三角形の相似条件

- ◆ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ◆ 2組の辺の比が等しく、その間の角がそれぞれ等しい。
- ◆ 2組の角がそれぞれ等しい。

練習4 次の各問に答えよ。



① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

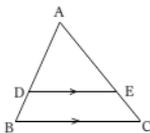
② ①のときに使った相似条件を書け。

例5 相似な三角形を見つける(4)

右の図で $BC \parallel DE$ のとき次の各問いに答えよ。

① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC$ の \triangle _____ のように書け。

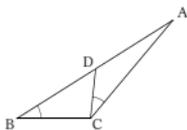
② ①のときに使った相似条件を書け。



練習5-1 右の図で $\angle ABC = \angle ACD$ のとき次の各問いに答えよ。

① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC$ の \triangle _____ のように書け。

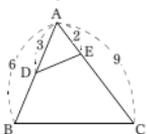
② ①のときに使った相似条件を書け。



練習5-2 右の図で $AB=6$ 、 $AC=9$ 、 $AD=3$ 、 $AE=2$ のとき次の各問いに答えよ。

① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC$ の \triangle _____ のように書け。

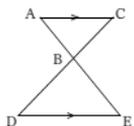
② ①のときに使った相似条件を書け。



練習5-3 右の図で $AC \parallel DE$ のとき次の各問いに答えよ。

① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC$ の \triangle _____ のように書け。

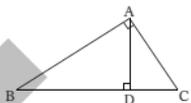
② ①のときに使った相似条件を書け。



練習5-4 右の図で $\angle BAC = \angle ADB = 90^\circ$ のとき次の各問いに答えよ。

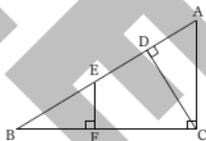
① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC$ の \triangle _____ のように書け。

② ①のときに使った相似条件を書け。

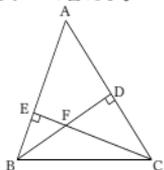


例6 相似な三角形を見つける(5)

右の図で $\angle ACB = \angle ADC = \angle EFB = 90^\circ$ である。 $\triangle ABC$ と相似な三角形をすべて答えよ。



練習6 右の図で $AB \perp CE$ 、 $AC \perp BD$ のとき、 $\triangle BEF$ と相似な三角形をすべて答えよ。



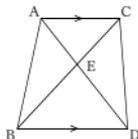
確認問題 A

1 三角形の相似条件を書け。⇨p163 例1



2 右の図で $AC \parallel BD$ のとき次の問いに答えよ。⇨p165 例5

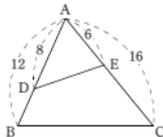
① $\triangle AEC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle AEC \sim \triangle$ _____ のように書け。



② ①のときに使った相似条件を書け。

3 右の図で $AB=12$, $AC=16$, $AD=8$, $AE=6$ のとき次の問いに答えよ。⇨p165 例5

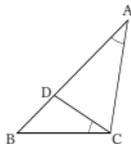
① $\triangle ADE$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ADE \sim \triangle$ _____ のように書け。



② ①のときに使った相似条件を書け。

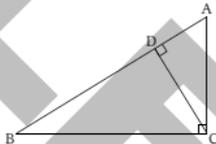
4 右の図で $\angle BCD = \angle A$ のとき次の問いに答えよ。⇨p165 例5

① $\triangle BCD$ と相似な三角形を選び、 $\triangle BCD \sim \triangle$ _____ のように書け。

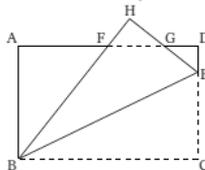


② ①のときに使った相似条件を書け。

5 右の図で $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ である。 $\triangle ABC$ と相似な三角形をすべて答えよ。⇨p165 例6



6 右の図は長方形 ABCD を BE を折り目として折った図である。 $\triangle ABF$ と相似な三角形をすべて答えよ。⇨p165 例6



確認問題 B

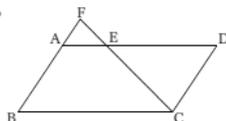
1 三角形の相似条件を書け。☞p163 例1



2 右の図で $FB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ のとき次の問いに答えよ。☞p165 例5

① $\triangle FAE$ と相似な三角形を選び、 $\triangle FAE \sim \triangle$ _____ のように書け。

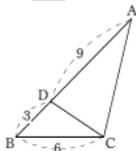
② ①のときに使った相似条件を書け。



3 右の図で $AD=9$, $AC=16$, $BD=3$, $BC=6$ のとき次の問いに答えよ。☞p165 例5

① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

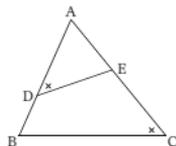
② ①のときに使った相似条件を書け。



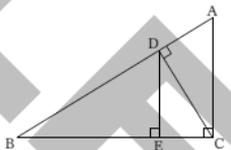
4 右の図で $\angle ADE = \angle ACB$ のとき次の問いに答えよ。☞p165 例5

① $\triangle ABC$ と相似な三角形を選び、 $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ のように書け。

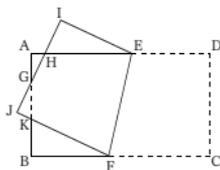
② ①のときに使った相似条件を書け。



5 右の図で $\angle ACB = \angle ADC = \angle DEB = 90^\circ$ である。 $\triangle ABC$ と相似な三角形をすべて答えよ。☞p165 例6



6 右の図は長方形 ABCD を EF を折り目として折った図である。 $\triangle KBF$ と相似な三角形をすべて答えよ。☞p165 例6



3

相似の証明

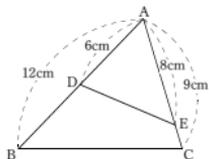
例1 相似の証明(1)

右の図で $AB = 12\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$, $AE = 8\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$ ならば $\triangle ABC$ の $\triangle AED$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)

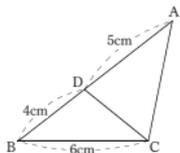


練習1 右の図で $AD = 5\text{cm}$, $BD = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, ならば $\triangle ABC$ の $\triangle CBD$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)



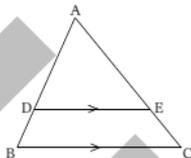
例2 相似の証明(2)

右の図で $DE \parallel BC$ ならば $\triangle ABC$ の $\triangle ADE$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)

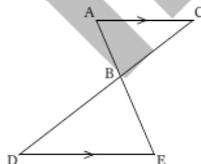


練習2-1 右の図で $AC \parallel DE$ ならば $\triangle ABC$ の $\triangle EBD$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)

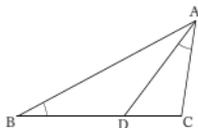


練習2-2 右の図で $\angle ABD = \angle DAC$ ならば $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)



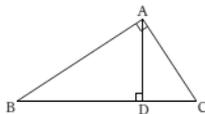
例3 相似の証明(3)

右の図で $\triangle ABC$ は $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形である。頂点Aから辺BCにひいた垂線をADとすると、 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)

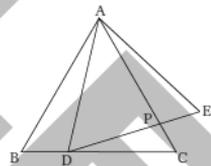


練習3 右の図で $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は、ともに正三角形である。ACとDEの交点をPとすると、 $\triangle ABD \sim \triangle AEP$ であることを証明せよ。

(仮定)

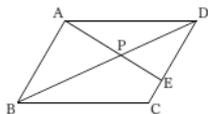
(結論)

(証明)



確認問題 A

- 1 平行四辺形 $ABCD$ の辺 CD 上に点 E をとり、 AE と対角線 BD との交点を P とする。このとき $\triangle ABP \sim \triangle EDP$ であることを証明せよ。☞p168 例2

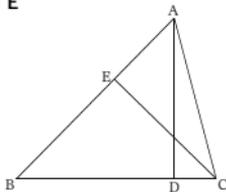


(仮定)

(結論)

(証明)

- 2 右の図で $CE \perp AB$, $AD \perp BC$ である。このとき $\triangle ABD \sim \triangle CBE$ であることを証明せよ。☞p168 例2

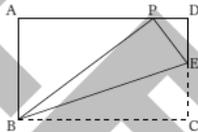


(仮定)

(結論)

(証明)

- 3 右の図のように、長方形 $ABCD$ を BE を折り目として折ると頂点 C が辺 AD 上の点 P に重なった。このとき $\triangle ABP \sim \triangle DPE$ であることを証明せよ。☞p169 例3



(仮定)

(結論)

(証明)

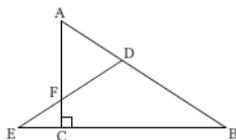
確認問題 B

- 1 $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形 ACB があり、辺 AB 上に点 D をとる。また、直線 BC 上に $DB = DE$ となる点 E をとる。このとき $\triangle ABC \sim \triangle FEC$ であることを証明せよ。⇨p168 例2

(仮定)

(結論)

(証明)



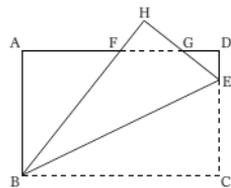
- 2 右の図は長方形 $ABCD$ を BE を折り目として折った図である。このとき $\triangle ABF \sim \triangle HGF$ であることを証明せよ。

⇨p169 例3

(仮定)

(結論)

(証明)

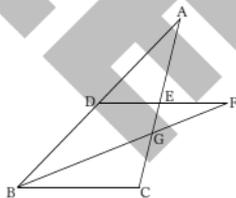


- 3 右の図で $DF \parallel BC$, $\angle BFD = \angle BAC$ である。このとき $\triangle ADE \sim \triangle BGC$ であることを証明せよ。⇨p169 例3

(仮定)

(結論)

(証明)

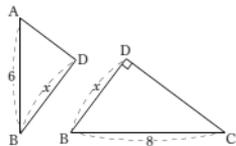
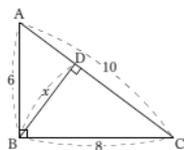
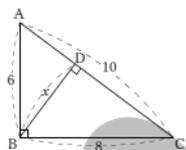


4

相似の利用

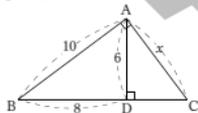
例1 相似を利用して辺の長さを求める(1)

次の図で x の値を求めよ。($\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$)

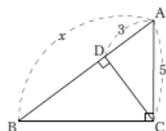


練習1 次の図で x の値を求めよ。

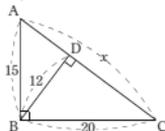
① ($\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$)



② ($\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$)



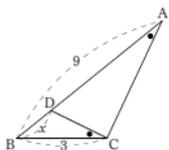
③ ($\angle ABC = \angle CDB = 90^\circ$)



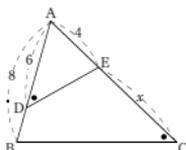
例2 相似を利用して辺の長さを求める(2)

次の図で x の値を求めよ。

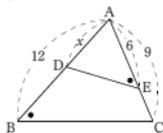
① ($\angle BAC = \angle BCD$)



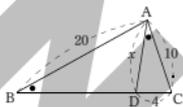
② ($\angle ACB = \angle ADE$)

練習2 次の図で x の値を求めよ。

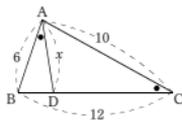
① ($\angle ABC = \angle AED$)



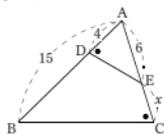
② ($\angle ABC = \angle DAC$)



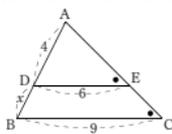
③ ($\angle ACB = \angle DAB$)



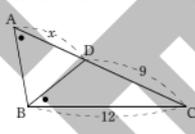
④ ($\angle ACB = \angle ADE$)



⑤ ($\angle ACB = \angle AED$)



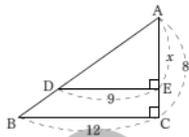
⑥ ($\angle BAC = \angle DBC$)



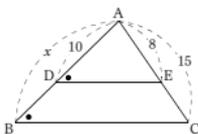
確認問題 A

1 次の図で x の値を求めよ。p172 例1・p173 例2

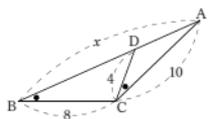
① ($\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$)



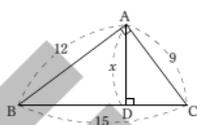
② ($\angle ADE = \angle ABC$)



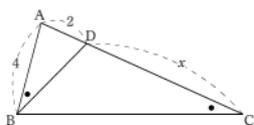
③ ($\angle ABC = \angle ACD$)



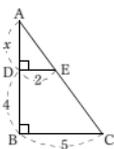
④ ($\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$)



⑤ ($\angle ABD = \angle ACB$)



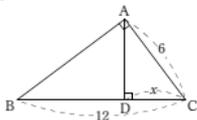
⑥ ($\angle ADE = \angle ABC = 90^\circ$)



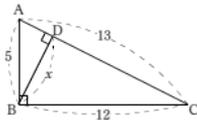
確認問題 B

1 次の図で x の値を求めよ。☞p172 例1・p173 例2

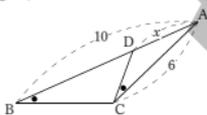
① ($\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$)



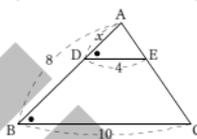
② ($\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$)



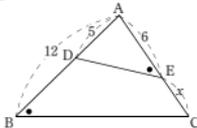
③ ($\angle ABC = \angle ACD$)



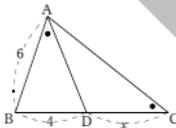
④ ($\angle ABC = \angle ADE$)



⑤ ($\angle ABC = \angle AED$)



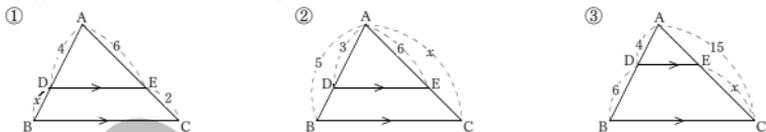
⑥ ($\angle ACB = \angle DAB$)



5

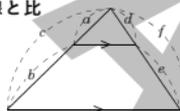
平行線と比

例1 平行線と比(1)

DE // BC のとき x の値を求めよ。

Point

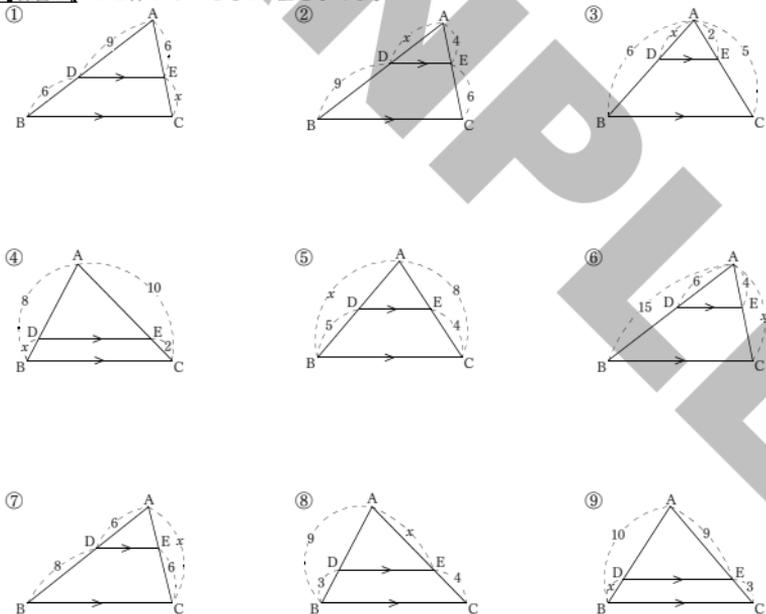
◆ 平行線と比



◆ $a : b = d : e$

◆ $a : c = d : f$

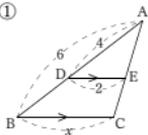
◆ $b : c = e : f$

練習1 DE // BC のとき x の値を求めよ。

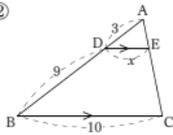
例2 平行線と比(2)

DE // BC のとき x の値を求めよ。

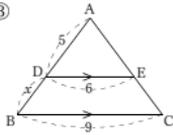
①



②



③



Point

◆ 平行線と比

◆ $a : b = c : d$

正しくない

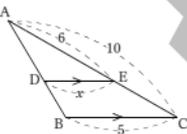
◆ $a : b = c : d$

正しい

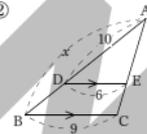
◆ $a : (a + b) = c : d$

練習2 DE // BC のとき x の値を求めよ。

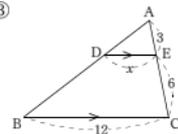
①



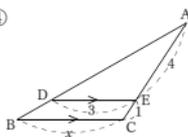
②



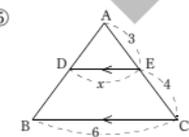
③



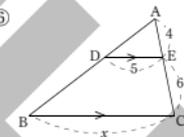
④



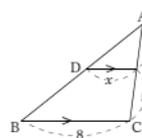
⑤



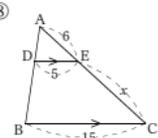
⑥



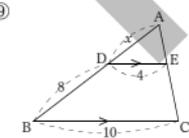
⑦



⑧

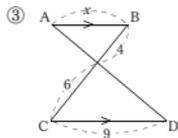
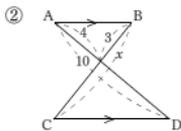
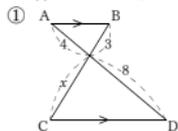


⑨



例3 平行線と比(3)

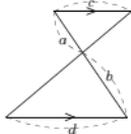
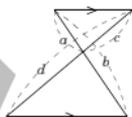
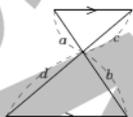
$AB \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。



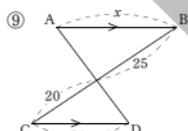
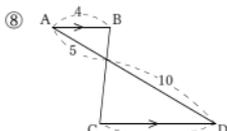
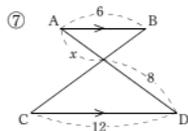
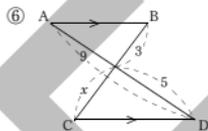
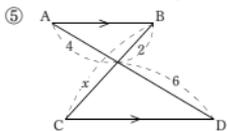
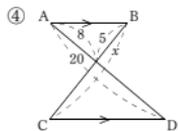
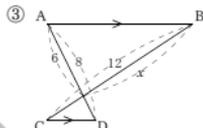
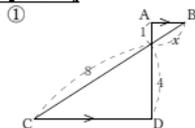
Point

◆ 平行線と比

◆ $a:b=c:d$

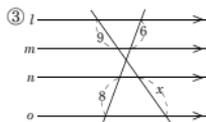
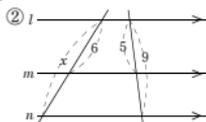
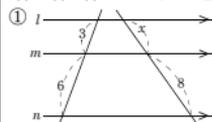


練習3 $AB \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。



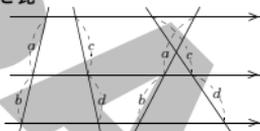
例4 平行線と比(4)

$l//m//n//o$ のとき x の値を求めよ。

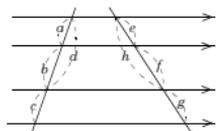


Point

◆ 平行線と比

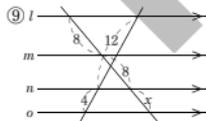
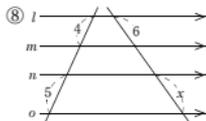
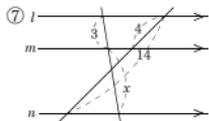
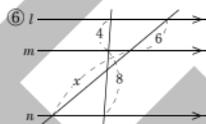
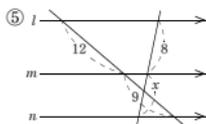
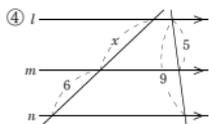
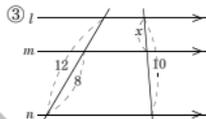
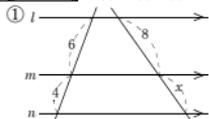


$$\diamond a : b = c : d$$



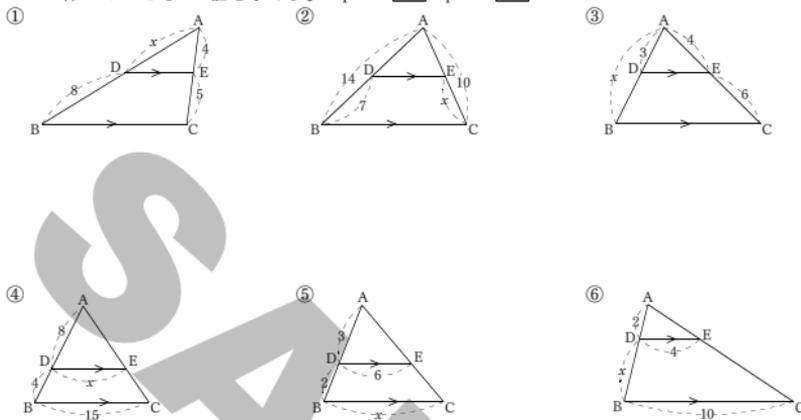
$$\diamond a : c = e : g \quad a : d = e : h \quad d : c = h : g$$

練習4 $l//m//n//o$ のとき x の値を求めよ。

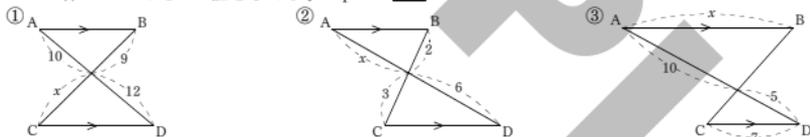


確認問題 A

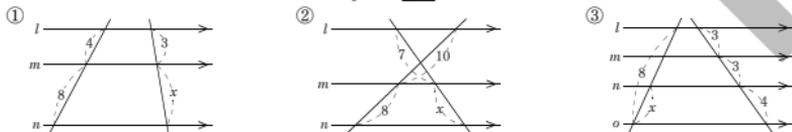
1 $DE \parallel BC$ のとき x の値を求めよ。⇨ p176 例1・p177 例2



2 $AB \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。⇨ p178 例3



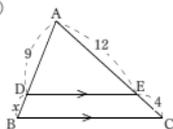
3 $l \parallel m \parallel n \parallel o$ のとき x の値を求めよ。⇨ p179 例4



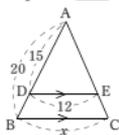
確認問題 B

1 $DE \parallel BC$ のとき x の値を求めよ。⇨ p176 例1・p177 例2

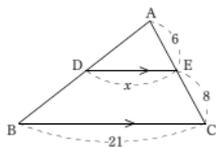
①



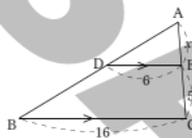
②



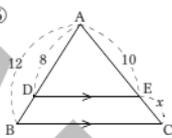
③



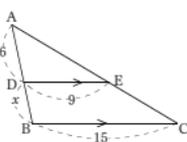
④



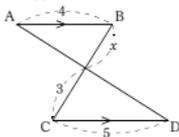
⑤



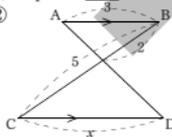
⑥

2 $AB \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。⇨ p178 例3

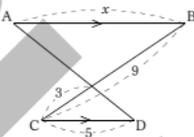
①



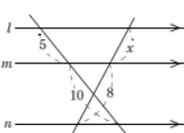
②



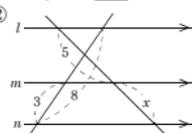
③

3 $l \parallel m \parallel n \parallel o$ のとき x の値を求めよ。⇨ p179 例4

①



②



③

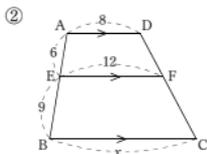
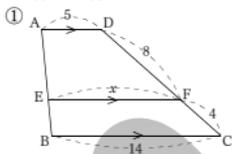


6

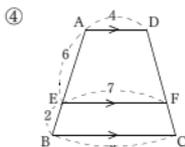
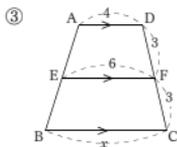
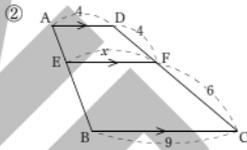
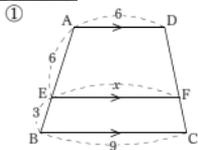
平行線と比の利用

例1 平行線と比の利用(1)

$AD \parallel EF \parallel BC$ のとき x の値を求めよ。



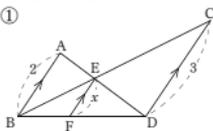
練習1 $AD \parallel EF \parallel BC$ のとき x の値を求めよ。



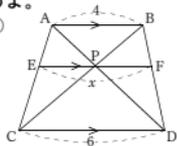
例2 平行線と比の利用(2)

$AB \parallel EF \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。

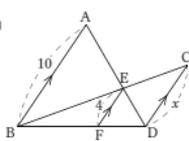
①



②

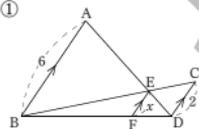


③

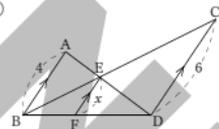


練習2 $AB \parallel EF \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。

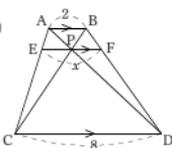
①



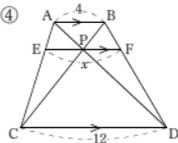
②



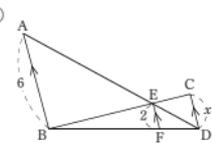
③



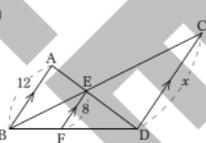
④



⑤



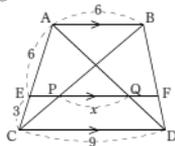
⑥



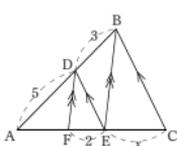
例3 平行線と比の利用(3)

次の図で x の値を求めよ。

① $AB \parallel EF \parallel CD$

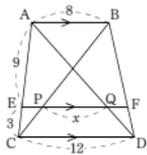


② $DE \parallel BC, BE \parallel DF$

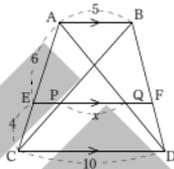


練習3 次の図で x の値を求めよ。

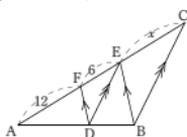
① $AB \parallel EF \parallel CD$



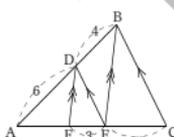
② $AB \parallel EF \parallel CD$



③ $DE \parallel BC, BE \parallel DF$

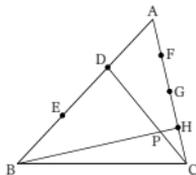


④ $DE \parallel BC, BE \parallel DF$

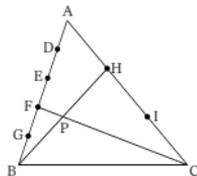


例4 平行線と比の利用(4)

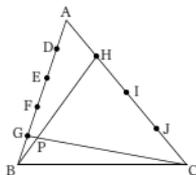
右の図で、点D、EはABの3等分点、点F、G、HはACの4等分点である。このときBP : PHを求めよ。



練習4-1 右の図で、点D、E、F、GはABの5等分点、点H、IはACの3等分点である。このときCP : PFを求めよ。

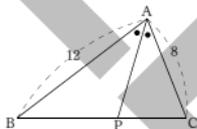


練習4-2 右の図で、点D、E、F、GはABの5等分点、点H、I、JはACの4等分点である。このときGP : PCを求めよ。

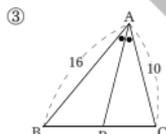
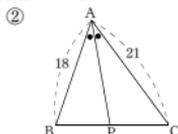
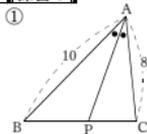


例5 平行線と比の利用(5)

右の図で、APが∠BACの二等分線のときBP : PCを求めよ。

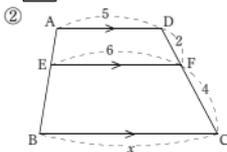
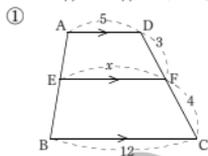


練習5 APが∠BACの二等分線のときBP : PCを求めよ。

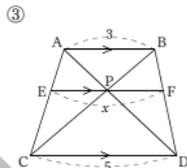
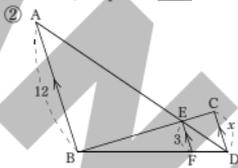
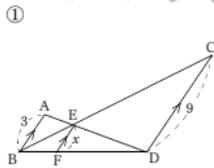


確認問題 A

1 $AD \parallel EF \parallel BC$ のとき x の値を求めよ。☞p182 例1

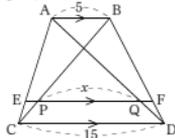


2 $AB \parallel EF \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。☞p183 例2

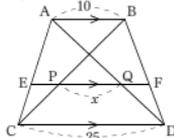


3 $AB \parallel EF \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。☞p184 例3

① ($AE : EC = 4 : 1$)

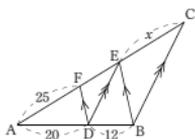


② ($AE : EC = 3 : 2$)

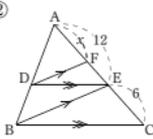


4 $DE \parallel BC$, $BE \parallel DF$ のとき x の値を求めよ。 ⇨ p184 例3

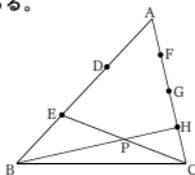
①



②

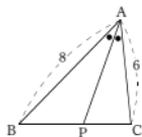


5 右の図で、点D, EはABの3等分点、点F, G, HはACの4等分点である。
このとき $BP : PH$ を求めよ。 ⇨ p185 例4

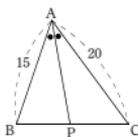


6 APが $\angle BAC$ の二等分線のとき $BP : PC$ を求めよ。 ⇨ p185 例5

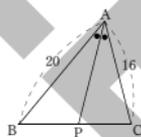
①



②

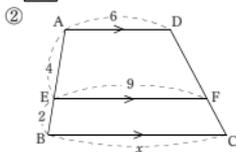
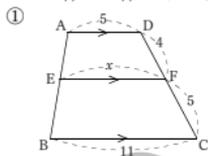


③

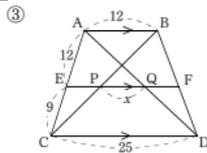
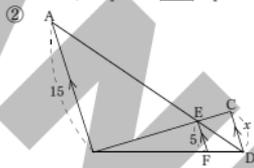
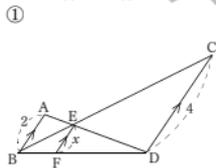


確認問題 B

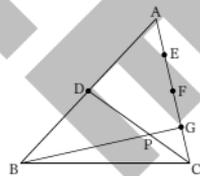
1 $AD \parallel EF \parallel BC$ のとき x の値を求めよ。☞ p182 例1



2 $AB \parallel EF \parallel CD$ のとき x の値を求めよ。☞ p183 例2 · p184 例3



3 右の図で、点 D は AB の中点、点 E, F, G は AC の4等分点である。このとき $BP : PG$ を求めよ。☞ p185 例4



7

中点連結定理

例1 中点連結定理

次の文中の にあてはまることばや記号を書き入れよ。

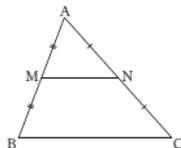
◆ 三角形の2辺の ① を結ぶ線分は、残りの辺に ② で、長さはその ③ である。



◆ 右の図で $AM = MB$, $AN = NC$ ならば

MN ④ BC , MN ⑤ $\frac{1}{2} BC$

◆ 上記のことがらを ⑥ という。

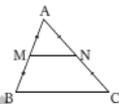


Point

◆ 中点連結定理

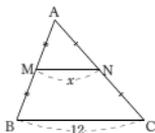
M , N が AB , AC の中点ならば

$$MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2} BC$$

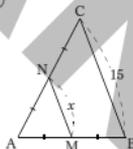


練習1 M , N が AB , AC の中点であるとき x の値を求めよ。

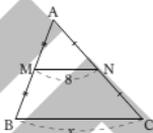
①



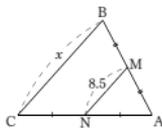
②



③



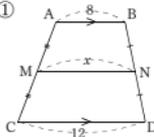
④



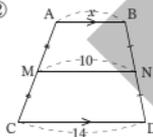
例2 中点連結定理の利用(1)

$AB \parallel MN \parallel CD$, A , C の中点を M , B , D の中点を N とするとき x の値を求めよ。

①

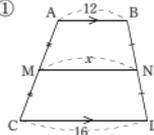


②

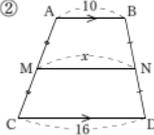


練習2 $AB \parallel MN \parallel CD$, A , C の中点を M , B , D の中点を N とするとき x の値を求めよ。

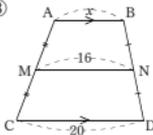
①



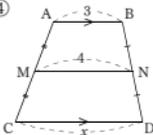
②



③



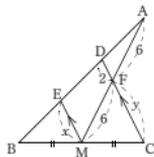
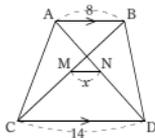
④



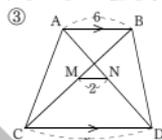
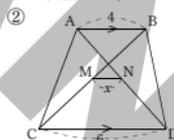
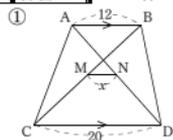
例3 中点連結定理の利用(2)

次の各問に答えよ。

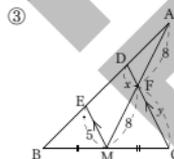
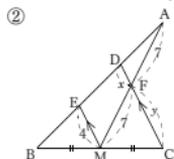
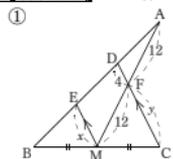
- ① $AB \parallel MN \parallel CD$, BC の中点を M , AD の中点を N とするとき x の値を求めよ。
 ② $EM \parallel CD$, BC の中点を M とするとき x, y の値を求めよ。



練習3-1 $AB \parallel MN \parallel CD$, BC の中点を M , AD の中点を N とするとき x の値を求めよ。



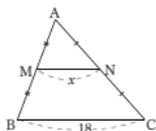
練習3-2 $EM \parallel CD$, BC の中点を M とするとき x, y の値を求めよ。



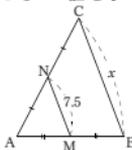
確認問題 A

1 M, NがAB, ACの中点であるときxの値を求めよ。☞p189 例1

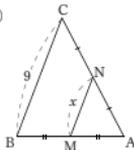
①



②

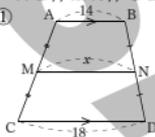


③

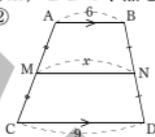


2 $AB \parallel MN \parallel CD$, A, Cの中点をM, B, Dの中点をNとするときxの値を求めよ。☞p189 例2

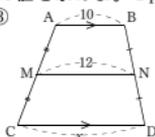
①



②

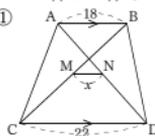


③

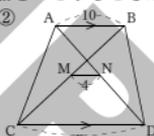


3 $AB \parallel MN \parallel CD$, B, Cの中点をM, A, Dの中点をNとするときxの値を求めよ。☞p190 例3

①

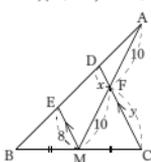


②

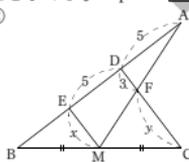


4 $EM \parallel CD$, B, Cの中点をMとするときx, yの値を求めよ。☞p190 例3

①



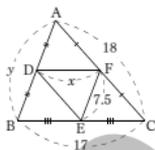
②



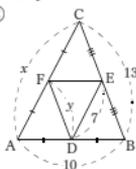
確認問題 B

1 D, E, F が AB, BC, CA の中点であるとき x, y の値を求めよ。⇨p189 例1

①

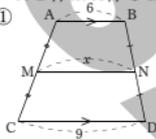


②

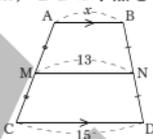


2 $AB \parallel MN \parallel CD$, A, C の中点を M, B, D の中点を N とするとき x の値を求めよ。⇨p189 例2

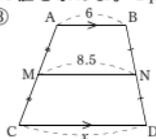
①



②

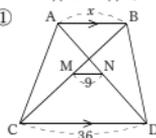


③

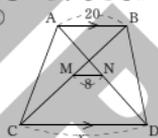


3 $AB \parallel MN \parallel CD$, B, C の中点を M, A, D の中点を N とするとき x の値を求めよ。⇨p190 例3

①

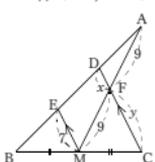


②

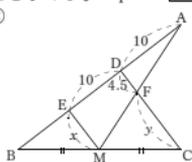


4 $EM \parallel CD$, B, C の中点を M とするとき x, y の値を求めよ。⇨p190 例3

①



②

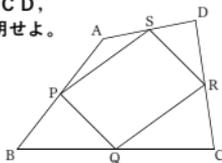


8

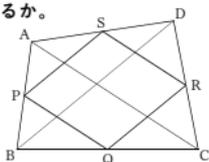
中点連結定理を使う証明

例1 中点連結定理を使う証明

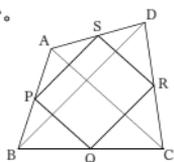
右の図の四角形 $ABCD$ で4点 P, Q, R, S はそれぞれ辺 AB, BC, CD, DA の中点である。このとき四角形 $PQRS$ は平行四辺形であることを証明せよ。



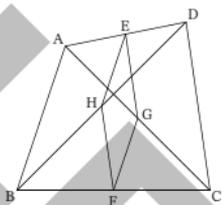
練習1-1 例1で $BD = AC$ のとき四角形 $PQRS$ は何という四角形になるか。



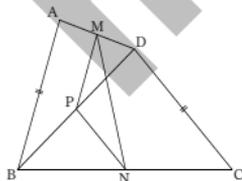
練習1-2 例1で $BD \perp AC$ のとき四角形 $PQRS$ は何という四角形になるか。



練習1-3 右の図の四角形 $ABCD$ で4点 E, F, G, H はそれぞれ辺 AD, BC , 対角線 AC, BD の中点である。このとき四角形 $EFGH$ は平行四辺形であることを証明せよ。

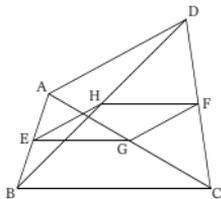


練習1-4 右の図の四角形 $ABCD$ で点 M, N, P はそれぞれ辺 AD, BC , 対角線 BD の中点である。 $AB = DC$ ならば $\triangle PMN$ は二等辺三角形であることを証明せよ。また $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle BDC = 80^\circ$ のとき $\angle PMN$ の大きさを求めよ。

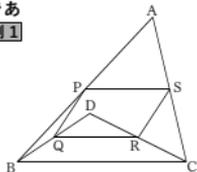


確認問題 A

- 1 右の図の四角形 $ABCD$ で4点 E, F, G, H はそれぞれ辺 AB, CD , 対角線 AC, BD の中点である。このとき四角形 $EGFH$ は平行四辺形であることを証明せよ。☞p193 例1



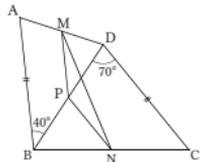
- 2 右の図で4点 P, Q, R, S はそれぞれ辺 AB, DB, DC, AC の中点である。このとき四角形 $PQRS$ は平行四辺形であることを証明せよ。☞p193 例1



- 3 右の図で $\angle ABD = 40^\circ$, $\angle BDC = 70^\circ$ のとき $\angle MPN$ の大きさを求めよ。☞p193 例1

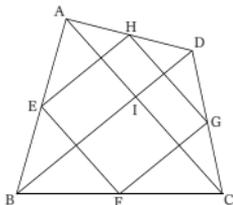
$AB = CD$

M, P, N は AD, BD, BC の中点

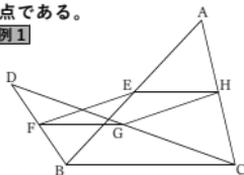


確認問題 B

- 1 右の図の四角形 $ABCD$ で4点 E, F, G, H はそれぞれ辺 AB, BC, CD, DA の中点である。 $AC = BD, AC \perp BD$ のとき四角形 $EFGH$ は正方形であることを証明せよ。⇨p193 例1



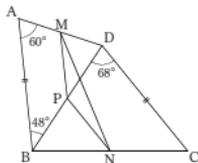
- 2 右の図で4点 E, F, G, H はそれぞれ辺 AB, DB, DC, AC の中点である。このとき四角形 $EFGH$ は平行四辺形であることを証明せよ。⇨p193 例1



- 3 右の図で $\angle ABD = 48^\circ, \angle BDC = 68^\circ, \angle BAD = 60^\circ$ のとき $\angle NMD$ の大きさを求めよ。⇨p193 例1

$AB = CD$

M, P, N は AD, BD, BC の中点

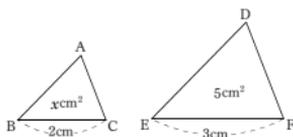


9

相似と図形の計量

例1 相似な図形の面積比(1)

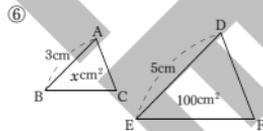
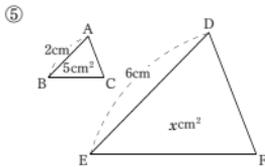
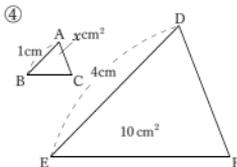
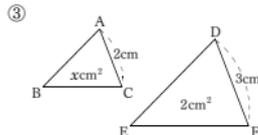
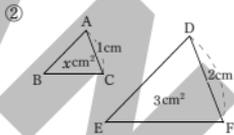
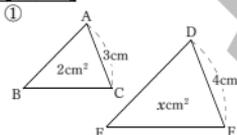
$\triangle ABC$ の $\triangle DEF$ であるとき、 x の値を求めよ。



Point

- ◆ 相似な図形の相似比と面積比
相似な図形では相似比が $a : b$ ならば面積比は $a^2 : b^2$

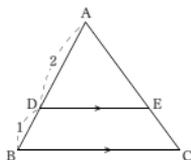
練習1 $\triangle ABC$ の $\triangle DEF$ であるとき、 x の値を求めよ。



例2 相似な図形の面積比(2)

$DE \parallel BC$ で $\triangle ADE$ の面積が 12cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

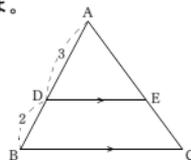
- ① $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



- ② 四角形DBCEの面積を求めよ。

練習2-1 $DE \parallel BC$ で $\triangle ADE$ の面積が 18cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

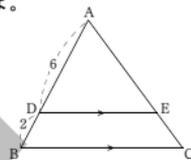
- ① $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



- ② 四角形DBCEの面積を求めよ。

練習2-2 $DE \parallel BC$ で $\triangle ADE$ の面積が 36cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

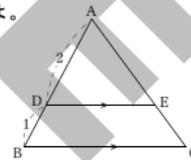
- ① $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



- ② 四角形DBCEの面積を求めよ。

練習2-3 $DE \parallel BC$ で $\triangle ABC$ の面積が 45cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

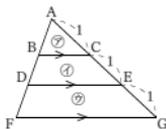
- ① $\triangle ADE$ の面積を求めよ。



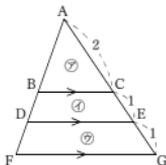
- ② 四角形DBCEの面積を求めよ。

例3 相似な図形の面積比(3)

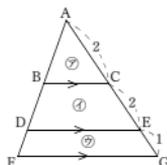
$BC \parallel DE \parallel FG$ で $\triangle ABC$ を㉞、四角形 $BDEC$ を㉠、四角形 $DFGE$ を㉡とすると、㉞、㉠、㉡の面積比を求めよ。



練習3-1 $BC \parallel DE \parallel FG$ で $\triangle ABC$ を P 、四角形 $BDEC$ を㉠、四角形 $DFGE$ を㉡とすると、㉞、㉠、㉡の面積比を求めよ。

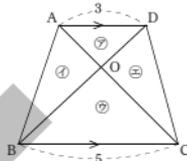


練習3-2 $BC \parallel DE \parallel FG$ で $\triangle ABC$ を㉞、四角形 $BDEC$ を㉠、四角形 $DFGE$ を㉡とすると、㉞、㉠、㉡の面積比を求めよ。

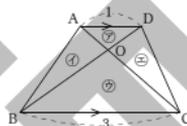


例4 相似な図形の面積比(4)

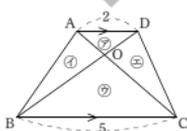
$AD \parallel BC$ で $\triangle AOD$ を㉞、 $\triangle AOB$ を㉠、 $\triangle BOC$ を㉡、 $\triangle DOC$ を㉢とすると、㉞、㉠、㉡、㉢の面積比を求めよ。



練習4-1 $AD \parallel BC$ で $\triangle AOD$ を㉞、 $\triangle AOB$ を㉠、 $\triangle BOC$ を㉡、 $\triangle DOC$ を㉢とすると、㉞、㉠、㉡、㉢の面積比を求めよ。



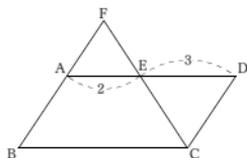
練習4-2 $AD \parallel BC$ で $\triangle AOD$ を㉞、 $\triangle AOB$ を㉠、 $\triangle BOC$ を㉡、 $\triangle DOC$ を㉢とすると、㉞、㉠、㉡、㉢の面積比を求めよ。



例5 相似な図形の面積比(5)

平行四辺形 $ABCD$ の辺 AD 上に $AE : ED = 2 : 3$ となる点 E をとり、 CE の延長と BA の延長との交点を F とする。 $\triangle FAE$ の面積が 16cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

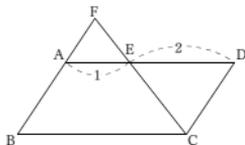
① $\triangle CDE$ の面積を求めよ。



② $\triangle FBC$ の面積を求めよ。

練習5-1 平行四辺形 $ABCD$ の辺 AD 上に $AE : ED = 1 : 2$ となる点 E をとり、 CE の延長と BA の延長との交点を F とする。 $\triangle FAE$ の面積が 16cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

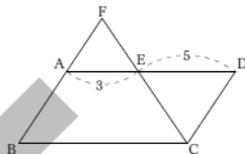
① $\triangle CDE$ の面積を求めよ。



② $\triangle FBC$ の面積を求めよ。

練習5-2 平行四辺形 $ABCD$ の辺 AD 上に $AE : ED = 3 : 5$ となる点 E をとり、 CE の延長と BA の延長との交点を F とする。 $\triangle FAE$ の面積が 18cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

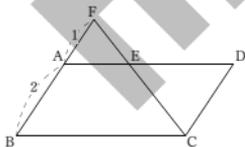
① $\triangle CDE$ の面積を求めよ。



② $\triangle FBC$ の面積を求めよ。

練習5-3 平行四辺形 $ABCD$ の辺 BA の延長上に $BA : AF = 2 : 1$ となる点 F をとり、 CF と AD の交点を E とする。 $\triangle CDE$ の面積が 8cm^2 のとき、次の各問に答えよ。

① $\triangle FAE$ の面積を求めよ。



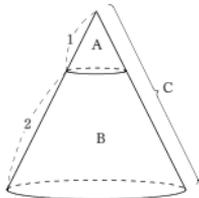
② $\triangle FBC$ の面積を求めよ。

例6 相似な図形の体積比(1)

円すいCを円すいAと円すい台Bに分ける。円すいAの体積が 5cm^3 のとき、次の各問いに答えよ。

① 円すいCの体積を求めよ。

② 円すい台Bの体積を求めよ。



Point

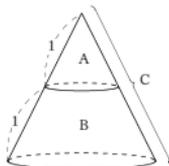
◆ 相似な図形の相似比と体積比

相似な図形では相似比が $a:b$ ならば体積比は $a^3:b^3$

練習6-1 円すいCを円すいAと円すい台Bに分ける。円すいAの体積が 54cm^3 のとき、次の各問いに答えよ。

① 円すいCの体積を求めよ。

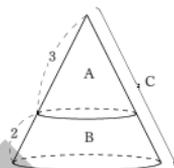
② 円すい台Bの体積を求めよ。



練習6-2 円すいCを円すいAと円すい台Bに分ける。円すいCの体積が 250cm^3 のとき、次の各問いに答えよ。

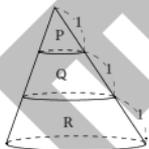
① 円すいAの体積を求めよ。

② 円すい台Bの体積を求めよ。

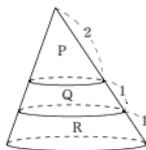


例7 相似な図形の体積比(2)

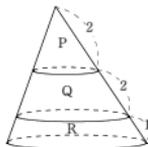
円すいを底面に平行な平面で切断し、円すいP、円すい台Q、円すい台Rに分けると、P、Q、Rの体積比を求めよ。



練習7-1 円すいを底面に平行な平面で切断し、円すいP、円すい台Q、円すい台Rに分けると、P、Q、Rの体積比を求めよ。



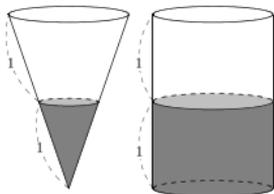
- 練習7-2 円すいを底面に平行な平面で切断し、円すいP、円すい台Q、円すい台Rに分けると、P、Q、Rの体積比を求めよ。



例8 相似な図形の体積比(3)

底面積も高さも同じである円すいと円柱の容器がある。円すいの容器には水が2L、円柱の容器には水が24L入っている。次の各問に答えよ。

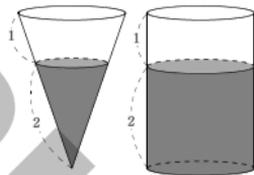
- ① 円すいにはあと何Lの水が入るか。



- ② 円柱にはあと何Lの水が入るか。

- 練習8-1 底面積も高さも同じである円すいと円柱の容器がある。円すいの容器には水が8L、円柱の容器には水が54L入っている。次の各問に答えよ。

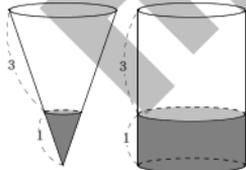
- ① 円すいにはあと何Lの水が入るか。



- ② 円柱にはあと何Lの水が入るか。

- 練習8-2 底面積も高さも同じである円すいと円柱の容器がある。円すいの容器には水が2L、円柱の容器には水が96L入っている。次の各問に答えよ。

- ① 円すいにはあと何Lの水が入るか。

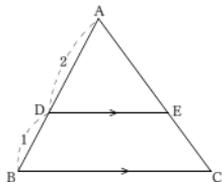


- ② 円柱にはあと何Lの水が入るか。

確認問題 A

1 $DE \parallel BC$ で $\triangle ADE$ の面積が 4cm^2 のとき、次の各問に答えよ。☞p197 例2

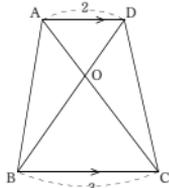
① $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



② 四角形DBCEの面積を求めよ。

2 $AD \parallel BC$ で $\triangle AOD$ の面積が 4cm^2 のとき、次の各問に答えよ。☞p198 例4

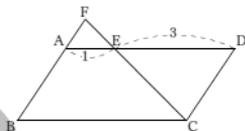
① $\triangle AOB$ の面積を求めよ。



② $\triangle BOC$ の面積を求めよ。

3 平行四辺形ABCDの辺AD上に $AE:ED=1:3$ となる点Eをとり、CEの延長とBAの延長との交点をFとする。 $\triangle FAE$ の面積が 2cm^2 のとき、次の各問に答えよ。☞p199 例5

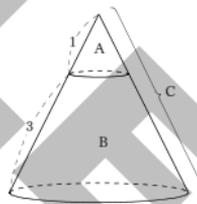
① $\triangle CDE$ の面積を求めよ。



② $\triangle FBC$ の面積を求めよ。

4 円すいCを底面に平行な平面で切断し、円すいAと円すい台Bに分ける。円すいAの体積が 2cm^3 のとき、次の各問に答えよ。☞p200 例6

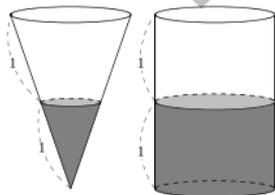
① 円すいCの体積を求めよ。



② 円すい台Bの体積を求めよ。

5 底面積も高さも同じである円すいと円柱の容器がある。円すいの容器には水が3L、円柱の容器には水が36L入っている。次の各問に答えよ。☞p201 例8

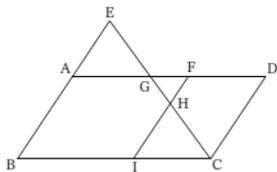
① 円すいにはあと何Lの水が入るか。



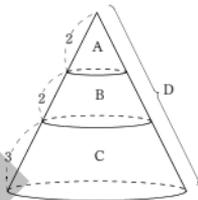
② 円柱にはあと何Lの水が入るか。

確認問題 B

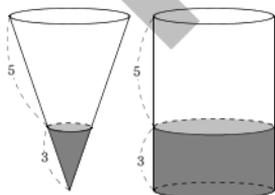
- 1 平行四辺形 $ABCD$ の辺 AD 上に $AG : GF : FD = 2 : 1 : 2$ となる点 G, F をとり、 CG の延長と BA の延長との交点を E とする。また、点 F から AB に平行な直線をひき、 EC, BC との交点を H, I とする。 $\triangle EAG$ の面積が 12cm^2 のとき、次の各問に答えよ。☞p199 例5



- ① $\triangle GCD$ の面積を求めよ。
- ② $\triangle GHF$ の面積を求めよ。
- ③ $\triangle EBC$ の面積を求めよ。
- 2 円すい D を底面に平行な平面で切断し、円すい A と円すい台 B と円すい台 C に分ける。円すい A の体積が 2cm^3 のとき、次の各問に答えよ。☞p200 例6



- ① 円すい D の体積を求めよ。
- ② 円すい台 B の体積を求めよ。
- ③ 円すい台 C の体積を求めよ。
- 3 底面積も高さも同じである円すいと円柱の容器がある。円すいの容器には水が 9L 、円柱の容器には水が 192L 入っている。次の各問に答えよ。☞p201 例8



- ① 円すいにはあと何 L の水が入るか。
- ② 円柱にはあと何 L の水が入るか。

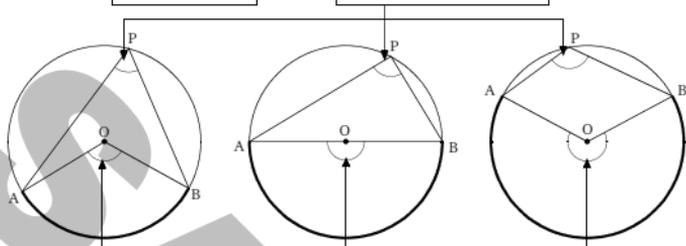
1

円 周 角

例1 円周角と中心角

□ にあてはまることばを書け。

◆ $\angle APB$ を ① □ に対する ② □ という。

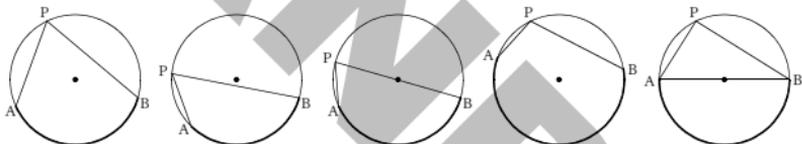


◆ $\angle AOB$ を ③ □ に対する ④ □ という。

Point

◆ 円周角

◆ 1つの円で、 \widehat{AB} を除いた円周上に点Pをとるとき、 $\angle APB$ を \widehat{AB} に対する円周角という。



◆ 定理

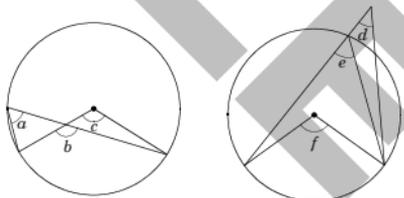
◆ 1つの円で、等しい中心角に対する弧は等しい。

◆ 1つの円で、等しい弧に対する中心角は等しい。

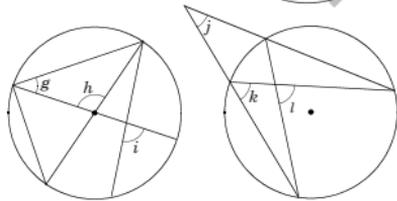


練習1 右の図を見て次の各問いに答えよ。

① $\angle a \sim \angle l$ の中で、円周角をすべて答えよ。

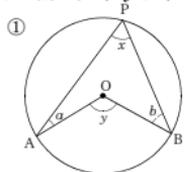


② $\angle a \sim \angle l$ の中で、中心角をすべて答えよ。

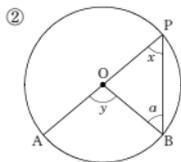


例2 円周角と中心角の関係

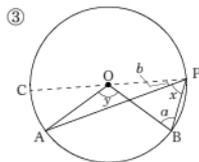
下の図で、 x 、 y を a 、 b (a は b だけ)を用いて表せ。



$$x = \quad y =$$



$$x = \quad y =$$



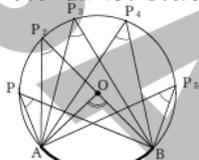
$$x = \quad y =$$

Point

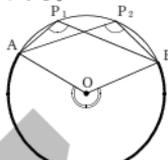
◆ 定理

◆ 1つの弧に対する円周角はすべて等しく、その弧に対する中心角の半分である。

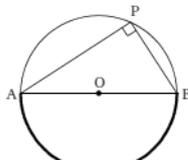
◆ 半円の弧に対する円周角は直角である。



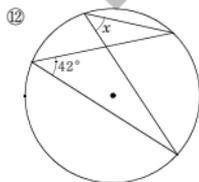
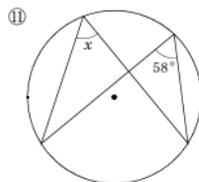
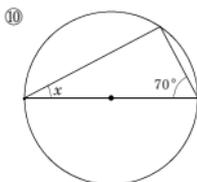
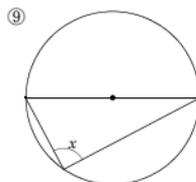
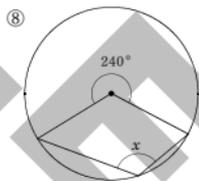
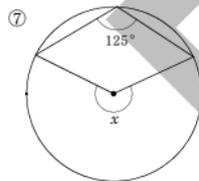
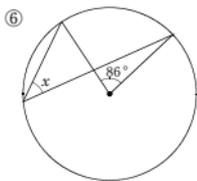
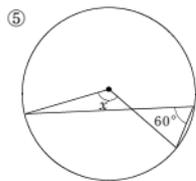
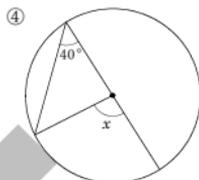
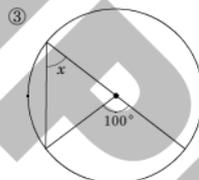
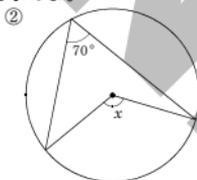
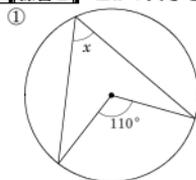
$$\angle P_1 = \angle P_2 = \angle P_3 = \angle P_4 = \angle P_5 = \frac{1}{2} \angle AOB$$



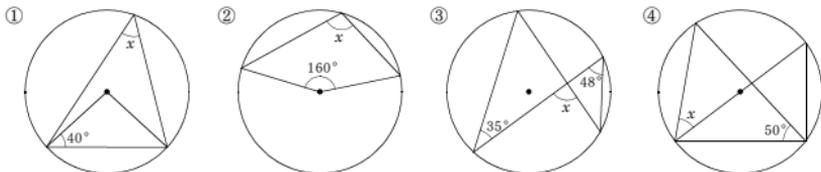
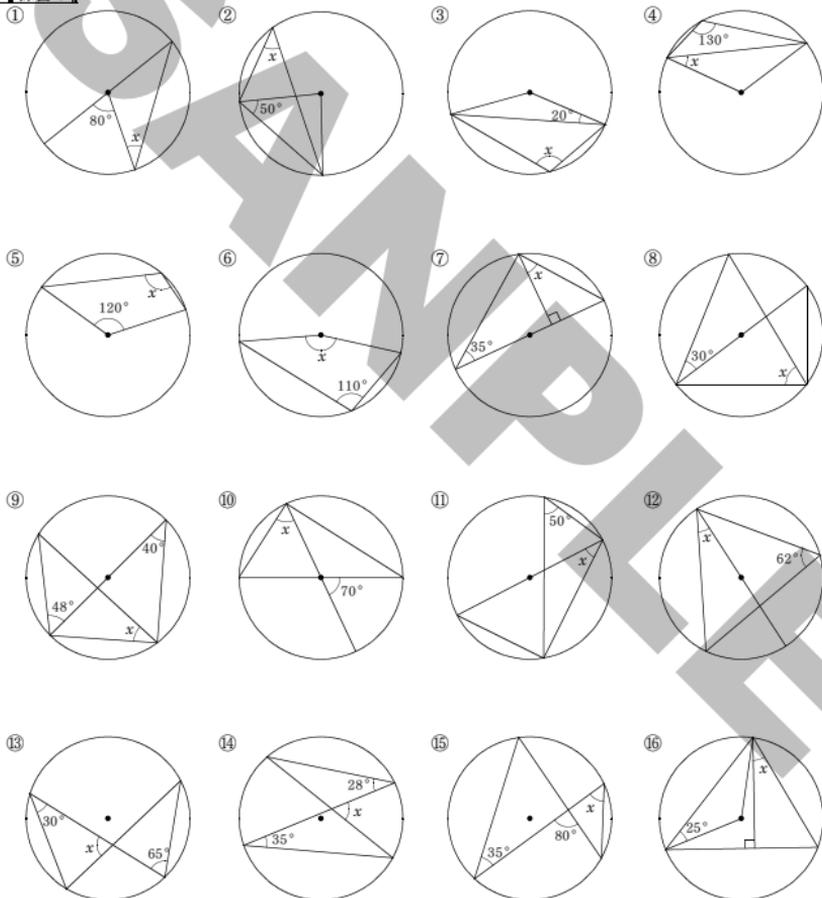
$$\angle P_1 = \angle P_2 = \frac{1}{2} \angle AOB$$

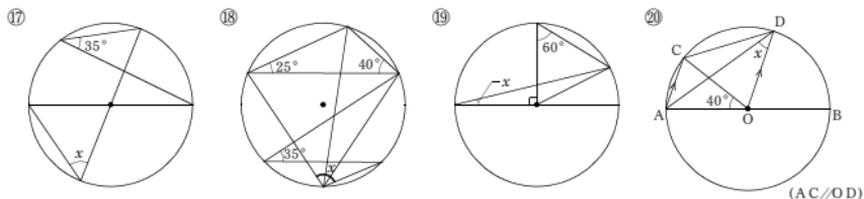


$$\angle APB = 90^\circ$$

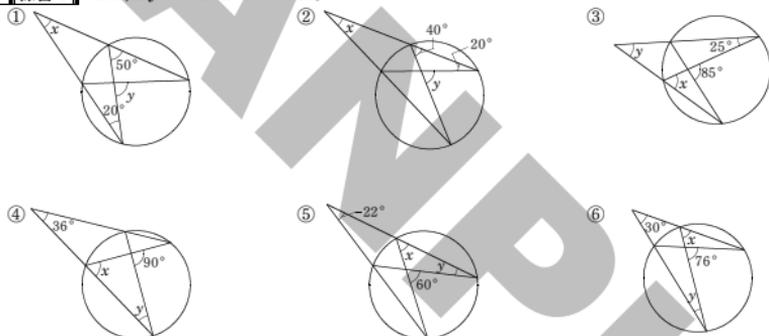
練習2 $\angle x$ の大きさを求めよ。

例3 円周角を使った角度計算(1)

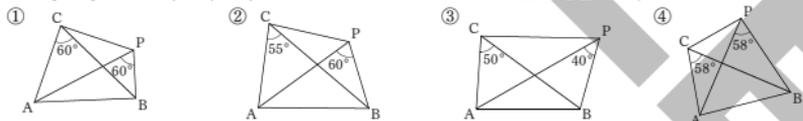
 $\angle x$ の大きさを求めよ。練習3 $\angle x$ の大きさを求めよ。

**例4 円周角を使った角度計算(2)**

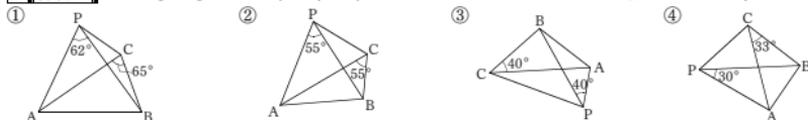
$\angle x, \angle y$ の大きさを求めよ。

**練習4** $\angle x, \angle y$ の大きさを求めよ。**例5 円周角の定理の逆**

次の①～④で4点A, B, C, Pが同じ円周上にあるものの番号を答えよ。

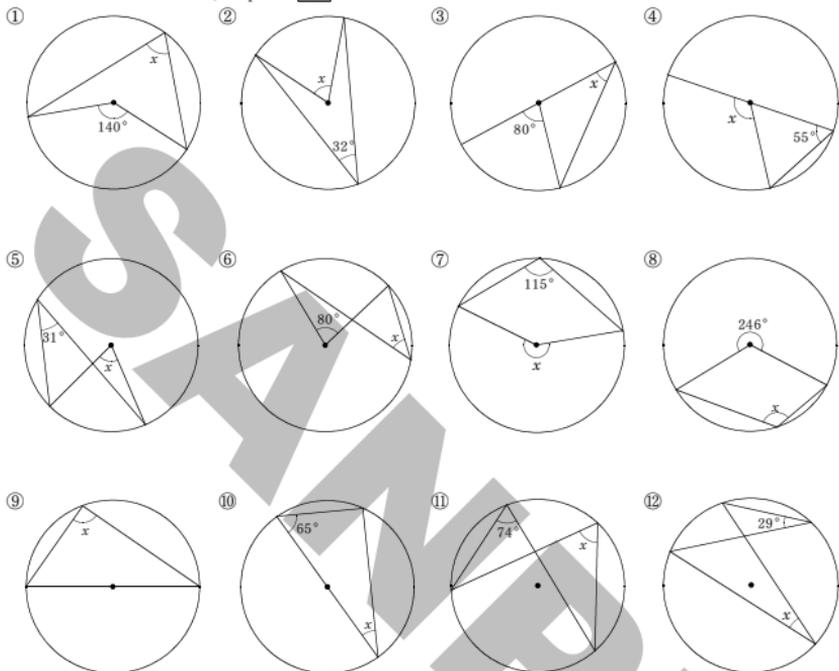
**Point**

◆ 2点C, Pが直線ABについて同じ側にあるとき、 $\angle APB = \angle ACB$ ならば、4点A, B, C, Pは同じ円周上にある。

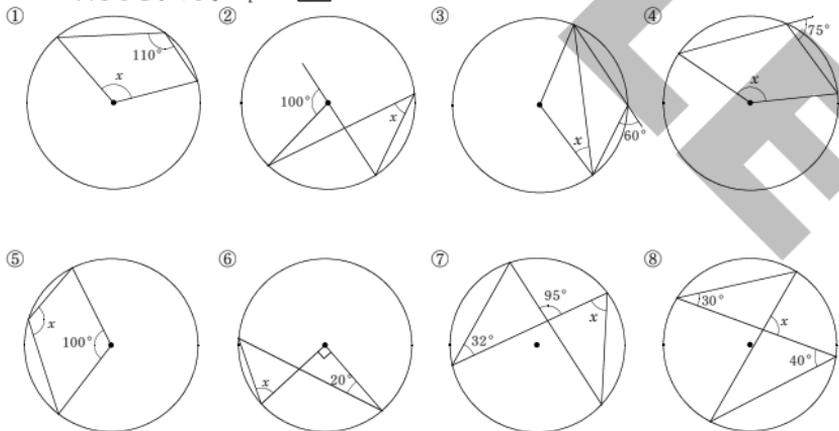
**練習5** 次の①～④で4点A, B, C, Pが同じ円周上にあるものの番号を答えよ。

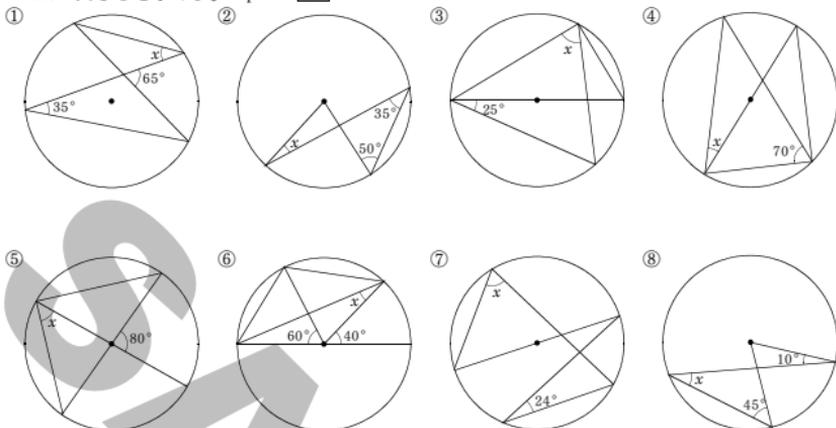
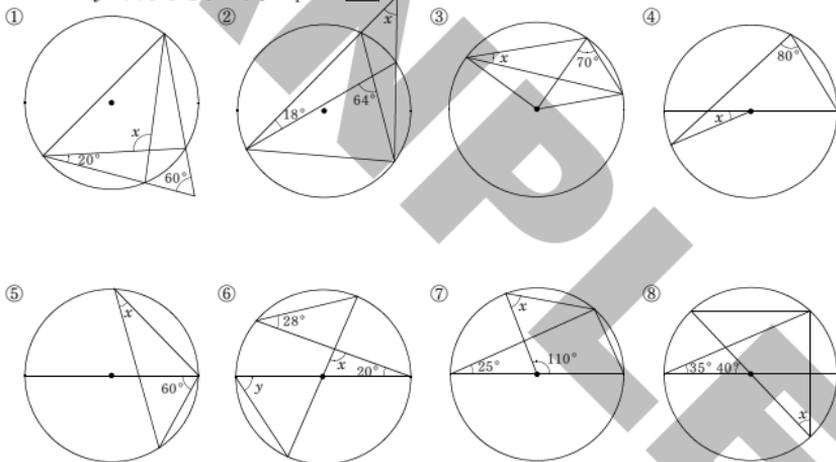
確認問題 A

1 $\angle x$ の大きさを求めよ。⊙p205 例2

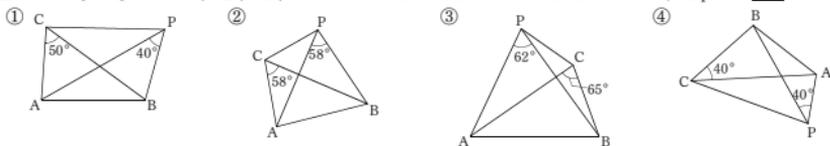


2 $\angle x$ の大きさを求めよ。⊙p206 例3

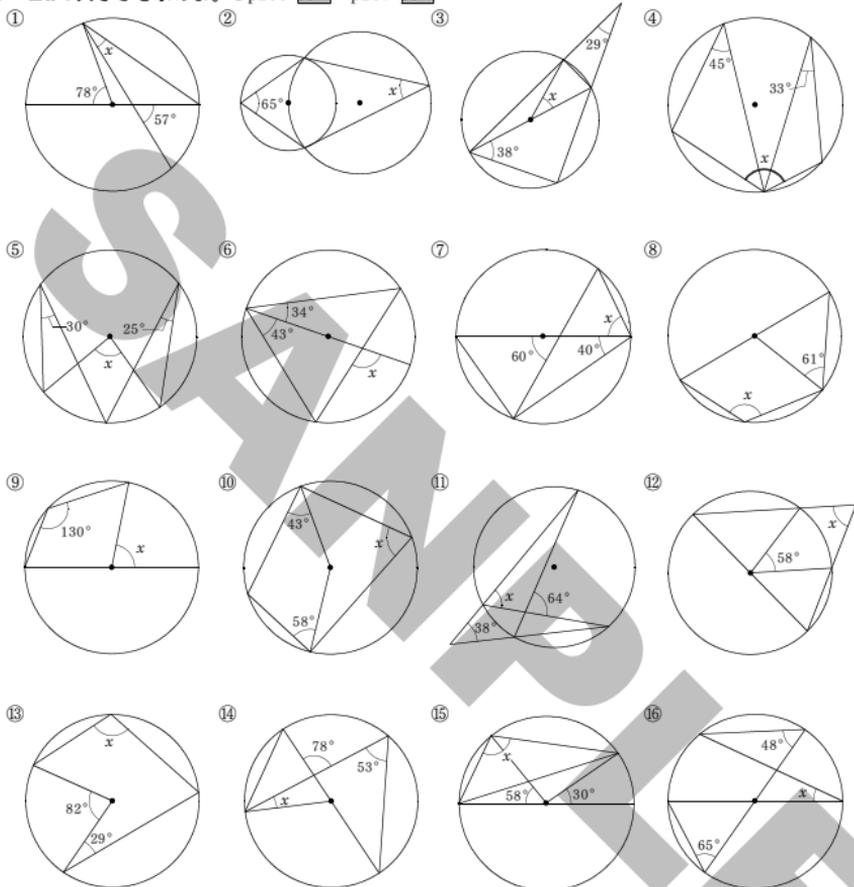
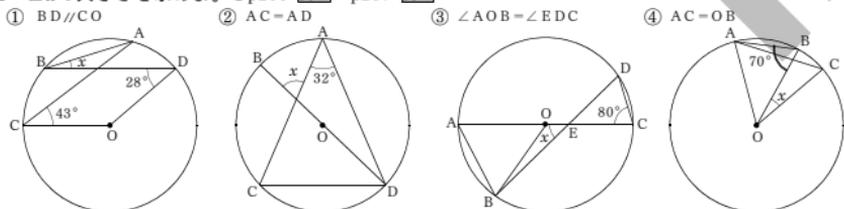


3 $\angle x$ の大きさを求めよ。⊙p206 例34 $\angle x \cdot \angle y$ の大きさを求めよ。⊙p207 例4

5 次の①~④で4点A, B, C, Pが同じ円周にあるものの番号を答えよ。⊙p207 例5



確認問題 B

1 $\angle x$ の大きさを求めよ。○p206 例3・p207 例42 $\angle x$ の大きさを求めよ。○p206 例3・p207 例4

2

円と相似

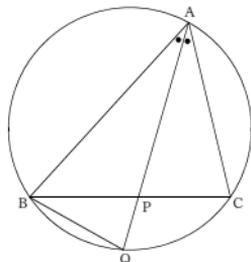
例1 円を使った相似の証明

右の図で点A, B, C, Qは円周上にあり、 $\angle BAQ = \angle CAQ$ である。このとき $\triangle ABQ \sim \triangle BPQ$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)

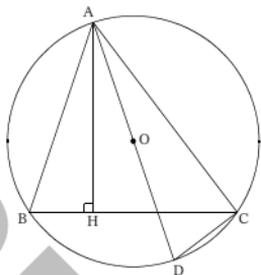


練習1-1 右の図で点A, B, C, Dは円周上にあり、ADは円Oの直径である。AからBCに垂線AHをひくとき $\triangle ABH \sim \triangle ADC$ であることを証明せよ。

(仮定)

(結論)

(証明)

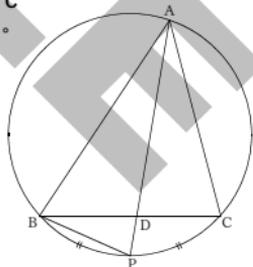


練習1-2 右の図で点A, B, C, Pは円周上にあり、弧BP = 弧PCである。このとき $\triangle ABP \sim \triangle ADC$ であることを証明せよ。

(仮定)

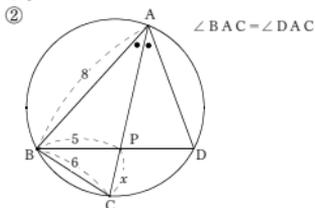
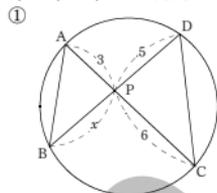
(結論)

(証明)

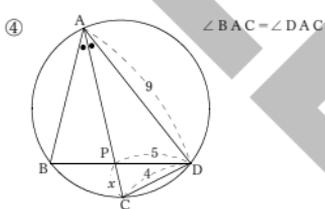
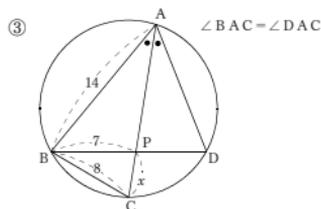
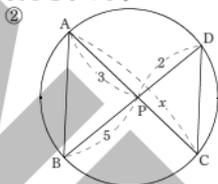
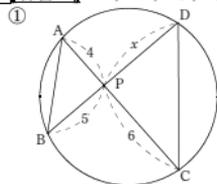


例2 相似を利用して辺の長さを求める

A, B, C, Dが円周上の点のときxの長さを求めよ。



練習2 A, B, C, Dが円周上の点のときxの長さを求めよ。



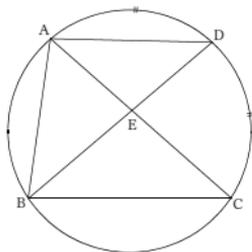
確認問題 A

- 1 右の図で点A, B, C, Dは円周上にあり、弧AD = 弧CDである。
このとき $\triangle ABD \sim \triangle EAD$ であることを証明せよ。⇨p211 例1

(仮定)

(結論)

(証明)

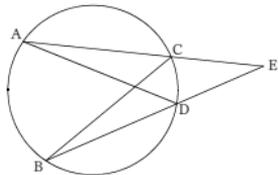


- 2 右の図で $\triangle ADE \sim \triangle BCE$ であることを証明せよ。⇨p211 例1

(仮定) なし

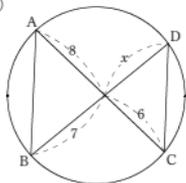
(結論)

(証明)

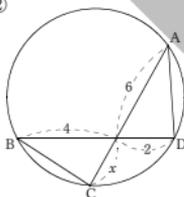


- 3 A, B, C, Dが円周上の点のときxの長さを求めよ。⇨p212 例2

①



②



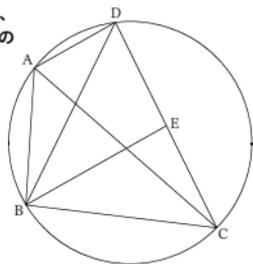
確認問題 B

- 1 右の図で点A, B, C, Dは円周上にあり、 $AB < CD$ である。また、点Bを通り線分ADに平行な直線と線分CDとの交点をEとする。このとき $\triangle ABC \sim \triangle DEB$ であることを証明せよ。⇨p211 例1

(仮定)

(結論)

(証明)

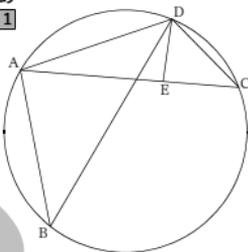


- 2 右の図で点A, B, C, Dは円周上にあり、 $\angle ADE = \angle BDC$ である。このとき $\triangle ABD \sim \triangle ECD$ であることを証明せよ。⇨p211 例1

(仮定)

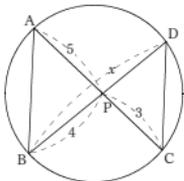
(結論)

(証明)

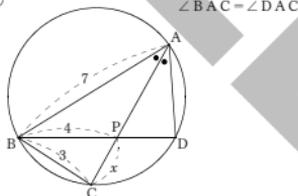


- 3 A, B, C, Dが円周上の点のときxの長さを求めよ。⇨p212 例2

①



②

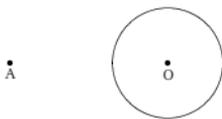


3

円と接線

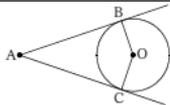
例1 円の接線の作図

円外の点Aから円Oに接線をひけ。

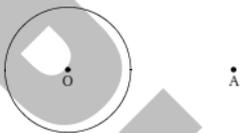


Point

- ◆ 円外の1点からの接線
- ◆ 円外の1点から、その円にひいた2つの接線の長さは等しい。
- ◆ $AB = AC$

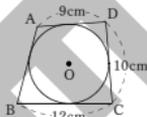


練習1 円外の点Aから円Oに接線をひけ。

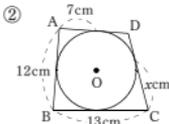
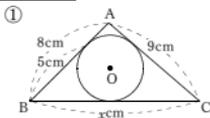


例2 円の接線の利用

四角形ABCDの各辺が円Oに接しているとき、ABの長さを求めよ。



練習2 三角形ABC、四角形ABCDの各辺が円Oに接しているとき、xの長さを求めよ。

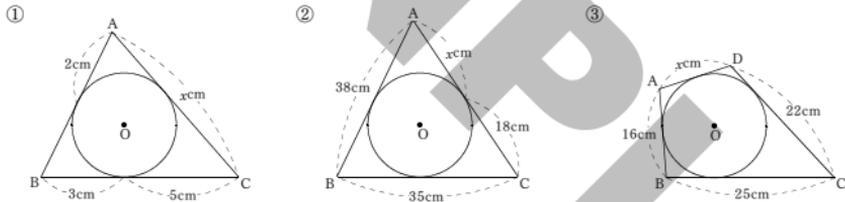


確認問題 A

1 円外の点Aから円Oに接線をひけ。⊙p215 例1



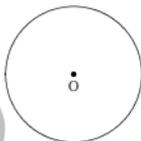
2 三角形ABC、四角形ABCDの各辺が円Oに接しているとき、 x の長さを求めよ。⊙p215 例2



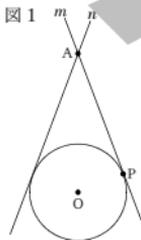
確認問題 B

- 1 円外の点Aから円Oに接線をひけ。☞p215 例1

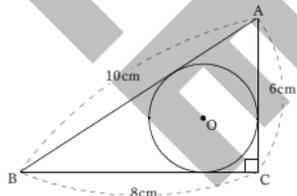
A



- 2 図1で、直線 m と n はともに円Oの外部の点Aから円Oにひいた接線で、点Pは直線 m と円Oの接点である。図2をもとにして、点Pを定規とコンパスを用いて作図し、点Pの位置を示す文字Pも書け。☞p215 例1



- 3 直角三角形ABCの各辺が円Oに接しているとき、円Oの半径を求めよ。☞p215 例2



1

三平方の定理

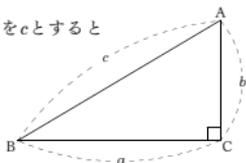
例1 三平方の定理

次の文中の にあてはまる言葉を書き入れよ。

◆ 直角三角形ABCの直角をはさむ2辺の長さを a 、 b とし、斜辺の長さを c とすると

① + ② = ③ となる。

これを ④ という。

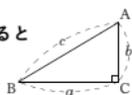


Point

◆ 三平方の定理

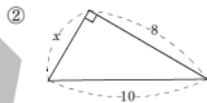
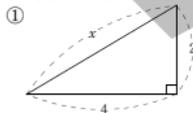
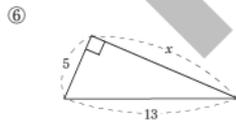
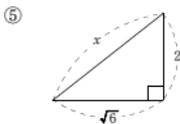
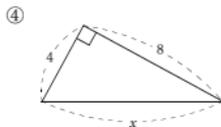
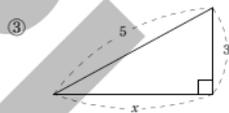
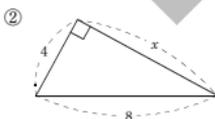
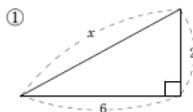
直角三角形ABCの直角をはさむ2辺の長さを a 、 b とし、斜辺の長さを c とすると

$$a^2 + b^2 = c^2$$



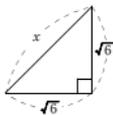
例2 三平方の定理で辺の長さを求める(1)

次の図で x の長さを求めよ。

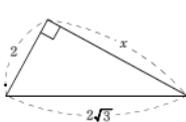
練習2-1 次の図で x の長さを求めよ。

練習2-2 次の図で x の長さを求めよ。

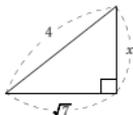
①



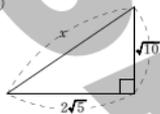
②



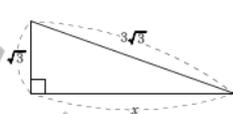
③



④



⑤



⑥



例3 三平方の定理の逆

三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれか。

① 3cm, 4cm, 5cm

② 2cm, 4cm, $2\sqrt{5}$ cm③ 3cm, 6cm, $3\sqrt{2}$ cm

Point

◆ 三平方の定理の逆

三角形の3辺の長さを a , b , c とすると、 $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立てばその三角形は c を斜辺とする直角三角形である。

練習3 三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれか。

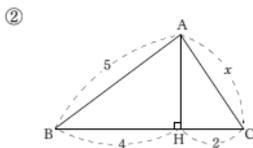
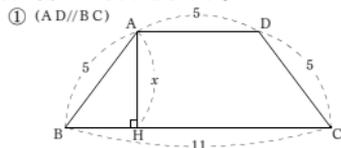
① 2cm, 4cm, $2\sqrt{3}$ cm

② 2cm, 3cm, 4cm

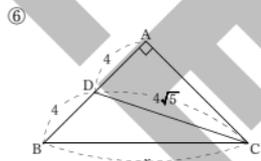
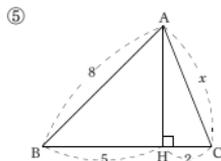
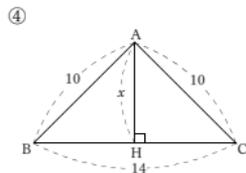
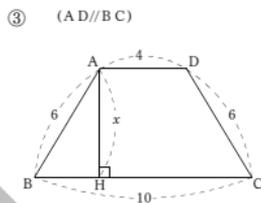
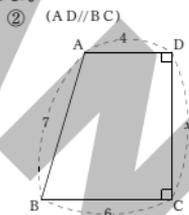
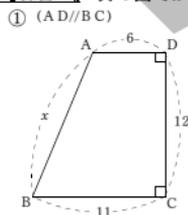
③ $\sqrt{6}$ cm, 2cm, $\sqrt{10}$ cm

例4 三平方の定理で辺の長さを求める(2)

次の図で x の長さを求めよ。

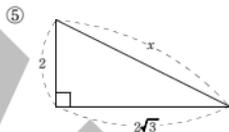
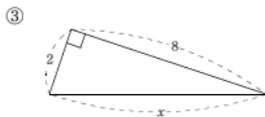
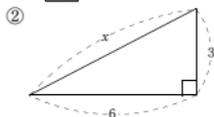
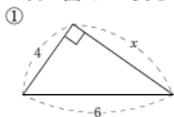


練習4 次の図で x の長さを求めよ。



確認問題 A

1 次の図で x の長さを求めよ。☞p218 例2



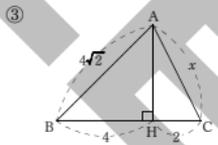
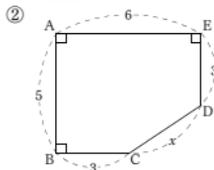
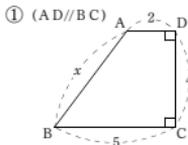
2 三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれか。☞p219 例3

① 5cm, 4cm, $\sqrt{3}$ cm

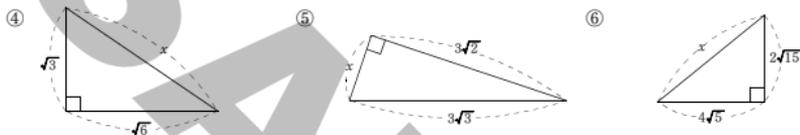
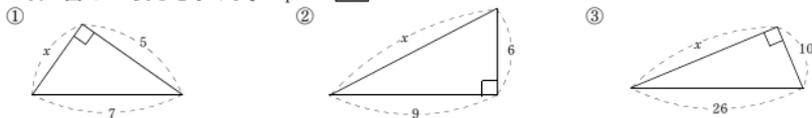
② 6cm, 8cm, 10cm

③ $2\sqrt{3}$ cm, 3cm, $\sqrt{3}$ cm

3 次の図で x の長さを求めよ。☞p220 例4

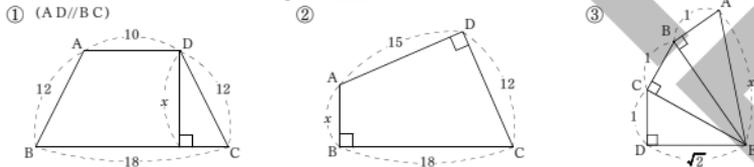


確認問題 B

1 次の図で x の長さを求めよ。☞p218 例2

2 三角形の3辺の長さが次のようなとき直角三角形になるものはどれか。☞p219 例3

- ① 7cm, 24cm, 25cm ② $\sqrt{3}$ cm, $3\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{7}$ cm ③ $5\sqrt{3}$ cm, 6cm, 5cm

3 次の図で x の長さを求めよ。☞p220 例4

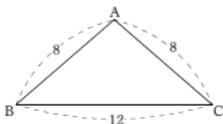
2

平面図形への応用

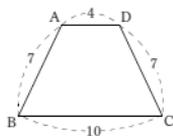
例1 三平方の定理で高さを求める

次の二等辺三角形ABC、等脚台形ABCDの面積を求めよ。

①

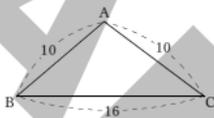


②

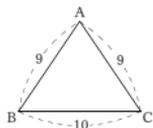


練習1-1 次の二等辺三角形ABCの面積を求めよ。

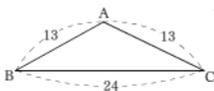
①



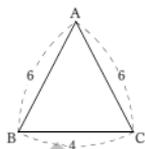
②



③

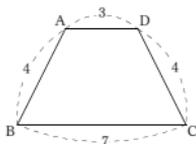


④

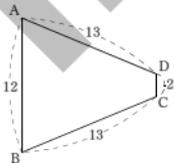


練習1-2 次の等脚台形ABCDの面積を求めよ。

①



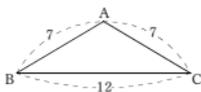
②



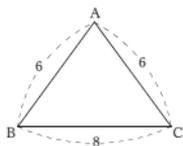
確認問題 A

1 次の二等辺三角形ABC、台形ABCDの面積を求めよ。⇨p223 例1

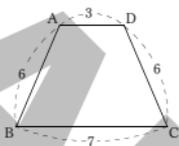
①



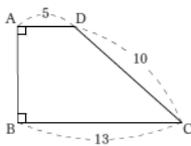
②



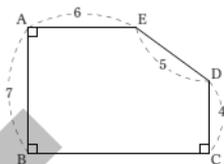
③



④



2 次の五角形ABCDEの面積を求めよ。⇨p223 例1

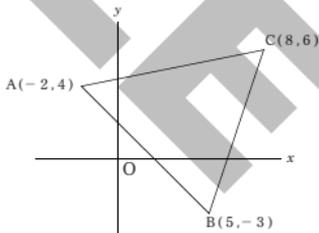


3 右の三角形ABCについて次の各問いに答えよ。⇨p224 例2

① AB間の距離を求めよ。

② BC間の距離を求めよ。

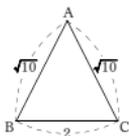
③ CA間の距離を求めよ。



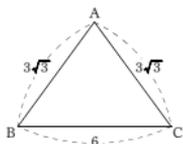
確認問題 B

1 次の図形の面積を求めよ。⇨p223 例1

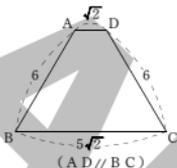
①



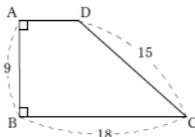
②



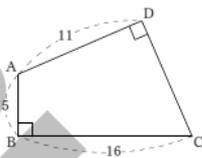
③



④



⑤

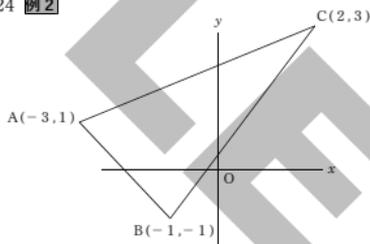


2 右の三角形ABCについて次の各問に答えよ。⇨p224 例2

① AB間の距離を求めよ。

② BC間の距離を求めよ。

③ CA間の距離を求めよ。

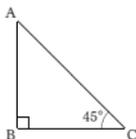
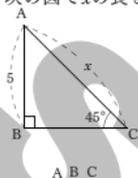
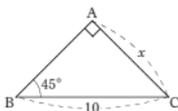
④ $\triangle ABC$ は直角三角形といえるか。

3

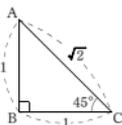
特別な直角三角形

例1 $1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形

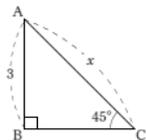
次の各問いに答えよ。

① 右の図で $AB:BC:CA = \square : \square$ である。② 次の図で x の長さを求めよ。③ 次の図で x の長さを求めよ。

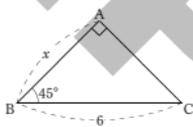
Point

◆ $1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形1つの鋭角が 45° の直角二等辺三角形の辺の比は $1:1:\sqrt{2}$ 練習1 次の図で x の長さを求めよ。

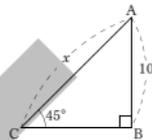
①



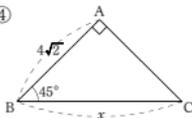
②



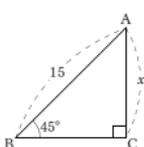
③



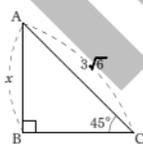
④



⑤



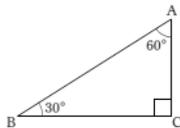
⑥



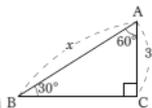
例2 $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形

次の各問に答えよ。

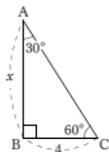
- ① 右の図で $AC : AB : BC =$ $:$ $:$ である。



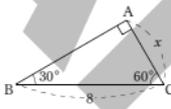
- ② x の長さを求めよ。



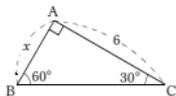
- ③ x の長さを求めよ。



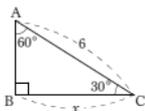
- ④ x の長さを求めよ。



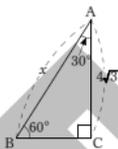
- ⑤ x の長さを求めよ。



- ⑥ x の長さを求めよ。



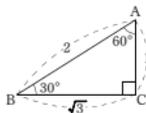
- ⑦ x の長さを求めよ。



Point

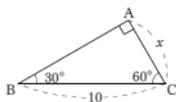
◆ $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形

2つの鋭角が 30° 、 60° の直角三角形の辺の比は $1:2:\sqrt{3}$

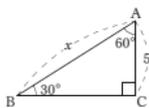


練習2 次の図で x の長さを求めよ。

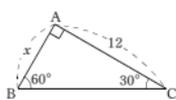
①



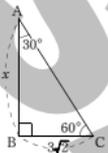
②



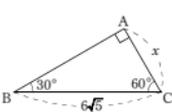
③



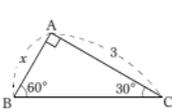
④



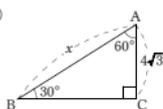
⑤



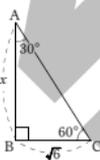
⑥



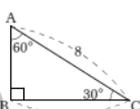
⑦



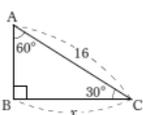
⑧



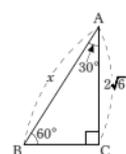
⑨



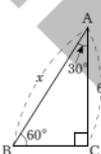
⑩



⑪



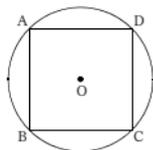
⑫



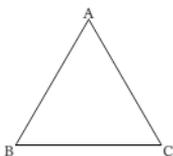
例3 特別な直角三角形の利用

次の各問いに答えよ。

- ① 右の図の四角形 $ABCD$ は正方形で、4点 A, B, C, D は円周上にある。円 O の半径が 8cm のとき、正方形の1辺の長さを求めよ。

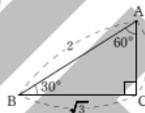
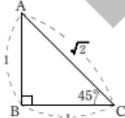


- ② 右の図は1辺が 8cm の正三角形である。この正三角形 ABC の面積を求めよ。



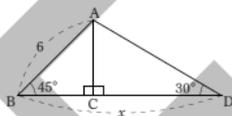
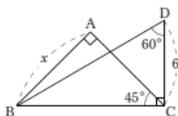
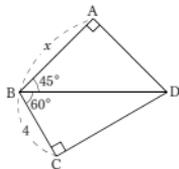
Point

◆ 特別な直角三角形



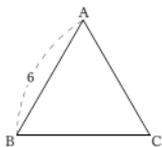
練習3-1 次の各問いに答えよ。

- ① x の長さを求めよ。 ② x の長さを求めよ。 ③ x の長さを求めよ。

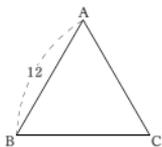


練習3-2 次の図形の面積を求めよ。

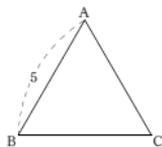
① 正三角形ABC



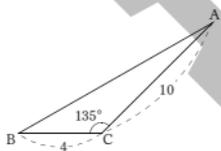
② 正三角形ABC



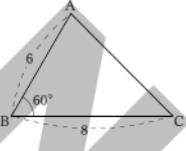
③ 正三角形ABC



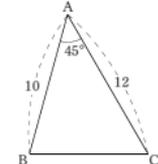
④ $\triangle ABC$



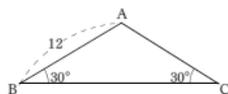
⑤ $\triangle ABC$



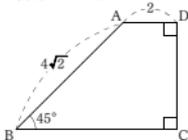
⑥ $\triangle ABC$



⑦ 二等辺三角形ABC



⑧ 台形ABCD

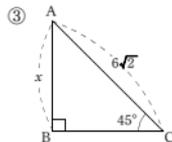
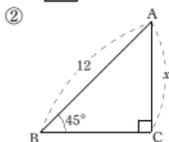
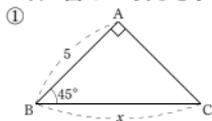


⑨ 平行四边形ABCD

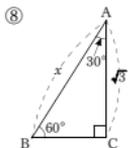
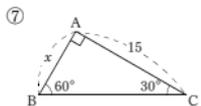
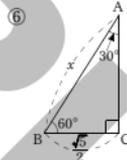
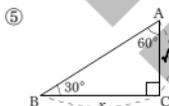
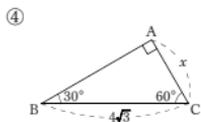
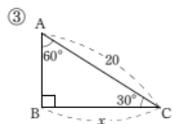
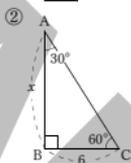
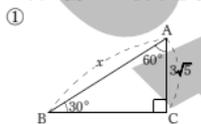


確認問題 A

1 次の図で x の長さを求めよ。☞p227 例1

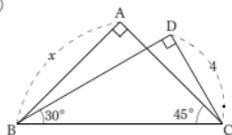


2 次の図で x の長さを求めよ。☞p228 例2

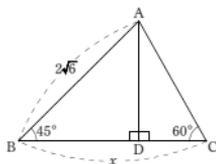


3 次の図で x の長さを求めよ。☞p230 例3

①

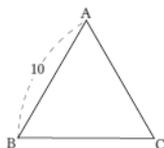
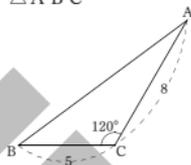
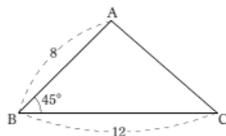


②

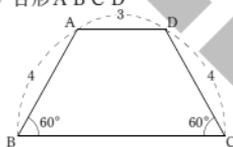


4 次の図形の面積を求めよ。☞p230 例3

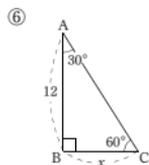
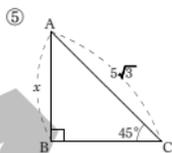
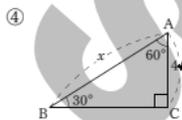
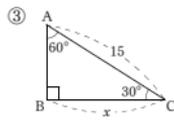
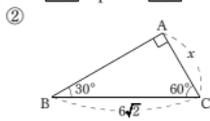
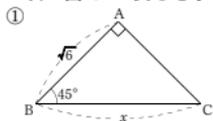
① 正三角形ABC

② $\triangle ABC$ ③ $\triangle ABC$ 

④ 台形ABCD

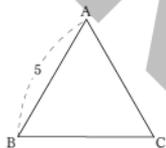
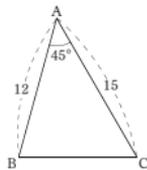


確認問題 B

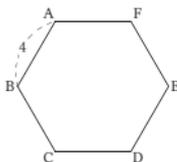
1 次の図で x の長さを求めよ。⇨p227 例1・p228 例2

2 次の図形の面積を求めよ。⇨p230 例3

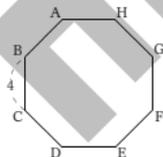
① 正三角形ABC

② $\triangle ABC$ 

③ 正六角形ABCDEF



④ 正八角形ABCDEFGH



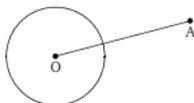
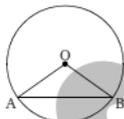
4

円と三平方の定理

例1 円と三平方の定理(1)

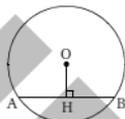
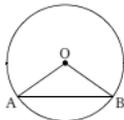
次の各問に答えよ。

- ① 下の図で円Oの半径が8cm、弦ABが12cmのとき中心Oから弦ABまでの距離を求めよ。
- ② 下の図で円Oの半径が5cm、OAの長さが13cmのとき点Aから円Oにひいた接線の長さを求めよ。

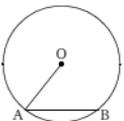


練習1 次の各問に答えよ。

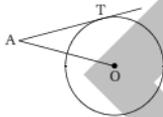
- ① 下の図で円Oの半径が6cm、弦ABが10cmのとき中心Oから弦ABまでの距離を求めよ。
- ② 下の図のように中心Oから弦ABに垂線OHをひく。弦ABの長さが20cm、垂線OHの長さが5cmのとき円Oの半径を求めよ。



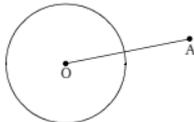
- ③ 下の図で円Oの半径が8cm、中心Oから弦ABまでの距離が6cmのとき弦ABの長さを求めよ。



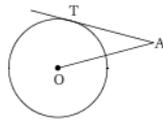
- ④ 下の図で円Oの半径が6cm、接線ATの長さが9cmのときOAの長さを求めよ。



- ⑤ 下の図で円Oの半径が6cm、OAの長さが12cmのとき点Aから円Oにひいた接線の長さを求めよ。



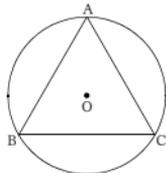
- ⑥ 下の図のように点Aから円Oに接線ATをひく。中心Oから点Aまでの距離が11cm、接線の長さが9cmのとき円Oの半径を求めよ。



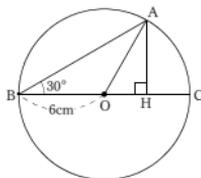
例2 円と三平方の定理(2)

次の各問いに答えよ。

- ① 右の図で1辺が6cmの正三角形ABCは円Oに内接している。このとき円Oの半径を求めよ。

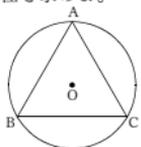


- ② 右の図で円Oの円周上の点Aから直径BCに垂線AHをひく。円Oの半径が6cm、 $\angle ABO = 30^\circ$ のときAHの長さを求めよ。

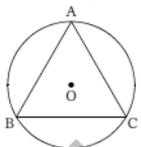


練習2 次の各問いに答えよ。

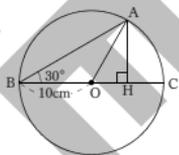
- ① 右の図で1辺が18cmの正三角形ABCは円Oに内接している。このとき円Oの半径を求めよ。



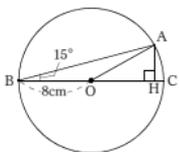
- ② 右の図で1辺が8cmの正三角形ABCは円Oに内接している。このとき円Oの半径を求めよ。



- ③ 右の図で円Oの円周上の点Aから直径BCに垂線AHをひく。円Oの半径が10cm、 $\angle ABO = 30^\circ$ のときAHの長さを求めよ。



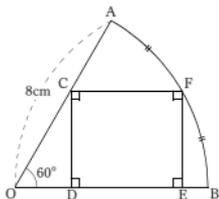
- ④ 右の図で円Oの円周上の点Aから直径BCに垂線AHをひく。円Oの半径が8cm、 $\angle ABO = 15^\circ$ のときAHの長さを求めよ。



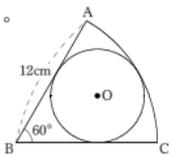
例3 円と三平方の定理(3)

次の各問いに答えよ。

- ① 右の図のように中心角 60° 、半径 8cm のおうぎ形がある。弧 AB の中点を F とし、 F から OB に平行な直線をひき、 OA との交点を C とする。 C, F から OB に垂線 CD, FE をひく。このとき、 EF, OD, DE の長さを求めよ。

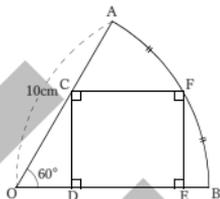


- ② 右の図のように円 O は中心角 60° 、半径 12cm のおうぎ形 ABC に内接している。このとき円 O の半径を求めよ。

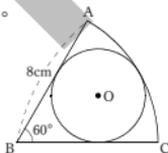


練習3 次の各問いに答えよ。

- ① 右の図のように中心角 60° 、半径 10cm のおうぎ形がある。弧 AB の中点を F とし、 F から OB に平行な直線をひき、 OA との交点を C とする。 C, F から OB に垂線 CD, FE をひく。このとき、 EF, OD, DE の長さを求めよ。



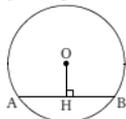
- ② 右の図のように円 O は中心角 60° 、半径 8cm のおうぎ形 ABC に内接している。このとき円 O の半径を求めよ。



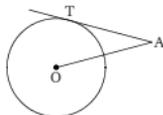
確認問題 A

1 次の各問に答えよ。⇨p235 例1

- ① 右の図で円Oの半径が10cm、弦ABが16cmのとき中心Oから弦ABまでの距離を求めよ。

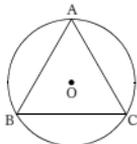


- ② 右の図のように点Aから円Oに接線をひき、接点をTとする。円Oの半径が3cm、OAの長さが6cmのとき接線の長さを求めよ。

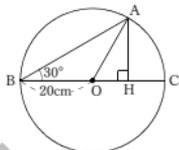


2 次の各問に答えよ。⇨p236 例2

- ① 右の図で1辺が12cmの正三角形ABCは円Oに内接している。このとき円Oの半径を求めよ。

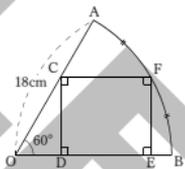


- ② 右の図で円Oの円周上の点Aから直径BCに垂線AHをひく。円Oの半径が20cm、 $\angle ABO = 30^\circ$ のときAHの長さを求めよ。

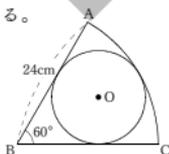


3 次の各問に答えよ。⇨p237 例3

- ① 右の図のように中心角 60° 、半径18cmのおうぎ形がある。弧ABの中点をFとし、FからOBに平行な直線をひき、OAとの交点をCとする。C、FからOBに垂線CD、FEをひく。このとき、EF、OD、DEの長さを求めよ。



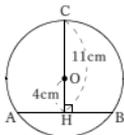
- ② 右の図のように円Oは中心角 60° 、半径24cmのおうぎ形ABCに内接している。このとき円Oの半径を求めよ。



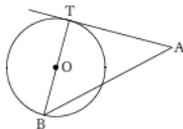
確認問題 B

1 次の各問いに答えよ。⇨p235 例1

- ① 右の図で弦ABの長さを求めよ。

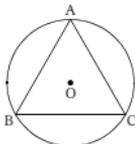


- ② 右の図のように点Aから円Oに接線をひき、接点をTとし、TOの延長と円Oの交点をBとする。円Oの半径が4cm、ABの長さが12cmのとき接線の長さを求めよ。

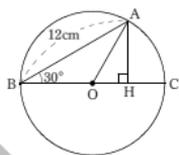


2 次の各問いに答えよ。⇨p236 例2

- ① 右の図で正三角形ABCは円Oに内接している。円Oの半径が6cmのときABの長さを求めよ。

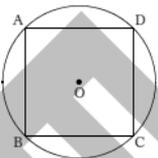


- ② 右の図で円Oの円周上の点Aから直径BCに垂線AHをひく。ABの長さが12cm、 $\angle ABO = 30^\circ$ のときOHの長さを求めよ。

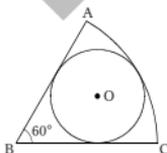


3 次の各問いに答えよ。⇨p237 例3

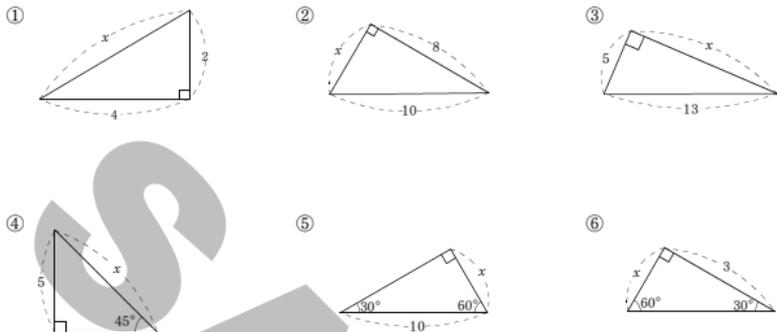
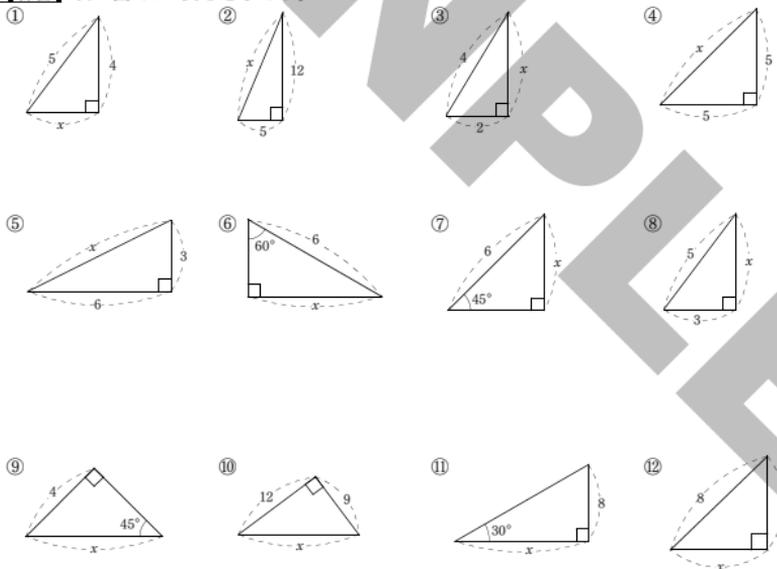
- ① 円Oに正方形ABCDが内接している。正方形ABCDの面積が 30cm^2 のとき、円Oの半径を求めよ。



- ② 右の図のように円Oは中心角 60° のおうぎ形ABCに内接している。円Oの半径が3cmのときABの長さを求めよ。



三平方の定理のまとめ

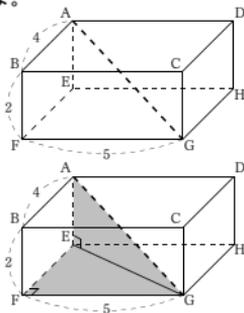
次の図で x の長さを求めよ。練習 次の図で x の長さを求めよ。

5

立体図形への応用

例1 立体の対角線の長さ

右の図のような直方体 $ABCD-EFGH$ で対角線 AG の長さを求めよ。

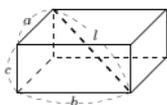
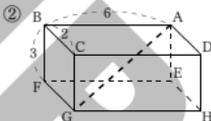
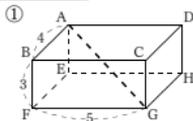
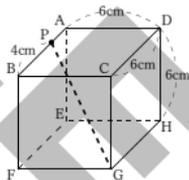
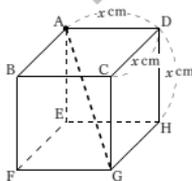


Point

◆ 直方体の対角線

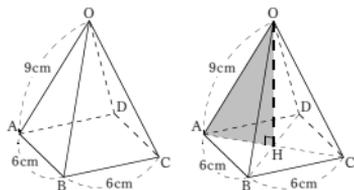
たて、横、高さがそれぞれ a , b , c である直方体の
対角線の長さを l とすると $l^2 = a^2 + b^2 + c^2$

よって $l = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

練習1-1 次の直方体の対角線 AG の長さを求めよ。練習1-2 右の図のように1辺が6cmの立方体がある。辺 AB 上に $BP = 4\text{cm}$ となるように点 P をとる。このとき PG の長さを求めよ。練習1-3 右の図のように1辺が $x\text{cm}$ の立方体がある。対角線 AG の長さが $4\sqrt{3}\text{cm}$ のとき x の値を求めよ。

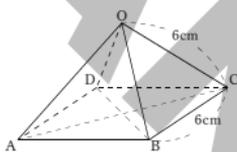
例2 四角すいの体積

右の図のような正四角すい $O-ABCD$ の体積を求めよ。

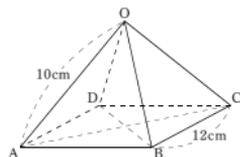


練習2 正四角すい $O-ABCD$ の体積を求めよ。

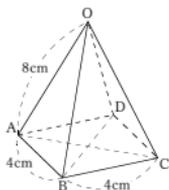
①



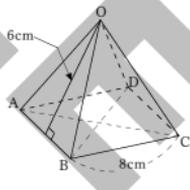
②



③



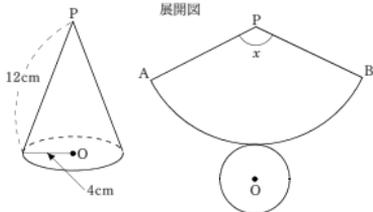
④



例3 円すいの体積と表面積

右の図のような円すいとその展開図について次の各問いに答えよ。

① 円すいの体積を求めよ。



② 展開図のおうぎ形の中心角 x の大きさを求めよ。

③ 円すいの表面積を求めよ。

④ 2点A B間の距離を求めよ。

Point

◆ 円すいの展開図

◆ 円すいの側面の展開図であるおうぎ形の中心角は

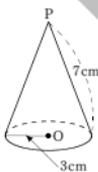
$$360^\circ \times \frac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}$$

◆ 円すいの側面積 = 母線 \times 底面の半径 $\times \pi$



練習3-1 次の円すいの体積を求めよ。

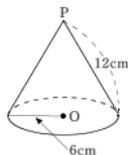
①



②

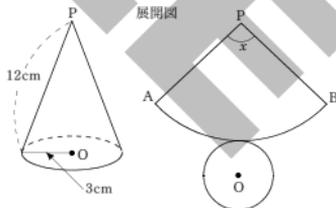


③



練習3-2 右の図のような円すいとその展開図について次の各問いに答えよ。

① 円すいの体積を求めよ。



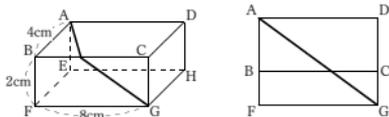
② 展開図のおうぎ形の中心角 x の大きさを求めよ。

③ 円すいの表面積を求めよ。

④ 2点A B間の距離を求めよ。

例4 最短距離

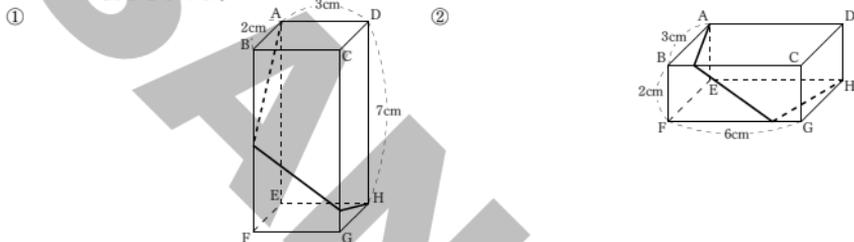
直方体 $ABCD-EFGH$ に右図のように A から G にひもをかける。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めよ。



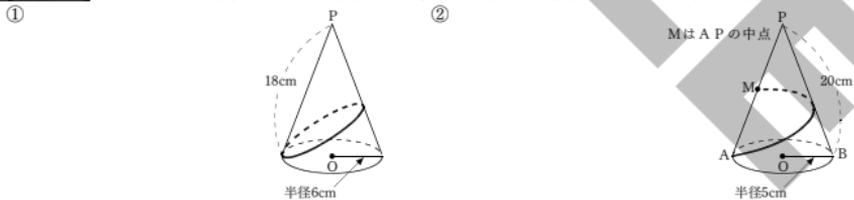
Point

- ◆ 最短距離
展開図を書いて考える。

練習4-1 直方体に右図のように A から H までひもをかけた。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めよ。



練習4-2 円すいに右図のようにひもをかけた。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めよ。



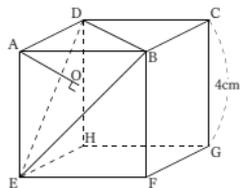
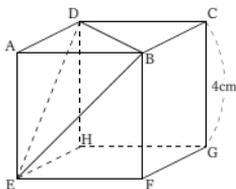
例5 立方体の切断

右の図のような1辺4cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えよ。

① 三角すいABDEの体積を求めよ。

② $\triangle BDE$ の面積を求めよ。

③ Aから $\triangle BDE$ にひいた垂線AOの長さを求めよ。

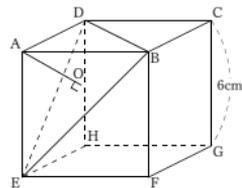
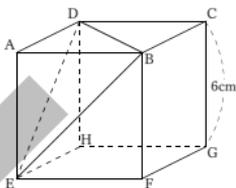


練習5-1 右の図のような1辺6cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えよ。

① 三角すいABDEの体積を求めよ。

② $\triangle BDE$ の面積を求めよ。

③ Aから $\triangle BDE$ にひいた垂線AOの長さを求めよ。

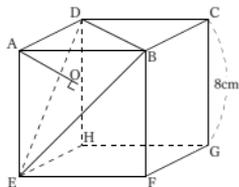
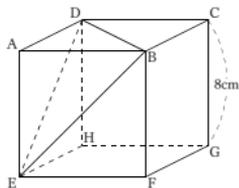


練習5-2 右の図のような1辺8cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えよ。

① 三角すいABDEの体積を求めよ。

② $\triangle BDE$ の面積を求めよ。

③ Aから $\triangle BDE$ にひいた垂線AOの長さを求めよ。

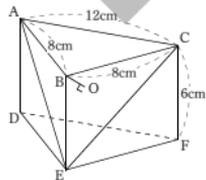
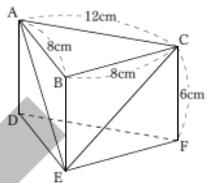


練習5-3 右の図のような三角柱がある。この三角柱をA, C, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えよ。

① 三角すいABCEの体積を求めよ。

② $\triangle ACE$ の面積を求めよ。

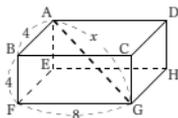
③ Bから $\triangle ACE$ にひいた垂線BOの長さを求めよ。



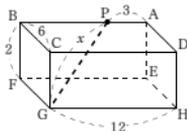
確認問題 A

1 次の直方体で x の長さを求めよ。☞p241 例1

①

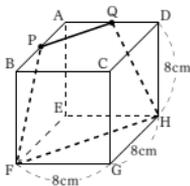


②



2 右の図のように1辺が8cmの立方体がある。辺ABの中点をP、辺DAの中点をQとすると、次の各問に答えよ。☞p241 例1

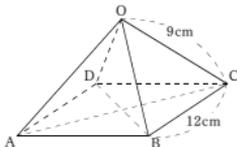
① $PQ + PF + FH + QH$ の長さを求めよ。



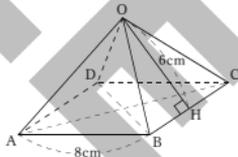
② 台形PFHQの面積を求めよ。

3 次の正四角すいO-ABCDの体積を求めよ。☞p242 例2

①

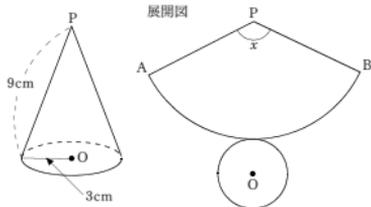


②



4 右の図のような円すいとその展開図について次の各問に答えよ。☞p243 例3

① 円すいの体積を求めよ。

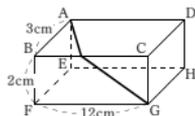


② 展開図のおうぎ形の中心角 x の大きさを求めよ。

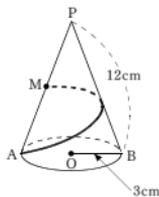
③ 2点A B間の距離を求めよ。

5 次の各問に答えよ。☞p244 例4

① 直方体に右の図のようにAからGまでひもをかけた。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めよ。

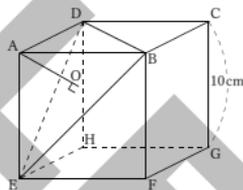


② 右の図のように底面の円の半径が3cm、母線の長さが12cmの円すいがある。PAの中点をMとし、AからMに右の図のようにひもをかけた。ひもの長さが最も短くなる時、その長さを求めよ。



6 右の図のような1辺10cmの立方体がある。この立方体をB, D, Eを通る平面で切断するとき次の各問に答えよ。☞p245 例5

① 三角すいA B D Eの体積を求めよ。



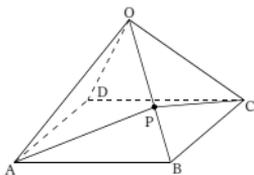
② $\triangle B D E$ の面積を求めよ。

③ Aから $\triangle B D E$ にひいた垂線A Oの長さを求めよ。

確認問題 B

- 1 右の図のように底面 $ABCD$ の1辺が 2cm 、高さが $\sqrt{3}\text{cm}$ である正四角すい $O-ABCD$ がある。これについて次の各問に答えよ。⇨p242 例2・p244 例4

① 正四角すい $OABCD$ の体積を求めよ。

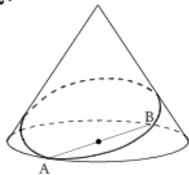


② $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

③ 辺 OB 上に $AP+PC$ の長さが最小になるように点 P をとる。 $AP+PC$ の長さを求めよ。

- 2 右の図のように底面の円の直径 AB が 4cm 、母線の長さが 8cm の円すいがある。これについて次の各問に答えよ。⇨p243 例3・p244 例4

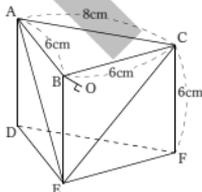
① 円すいの体積を求めよ。



② 円すいの表面積を求めよ。

③ 点 A から円すいの側面にそって点 A までひもをかけた。ひもの長さが最も短くなる時、このひもの長さを求めよ。

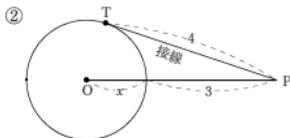
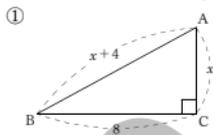
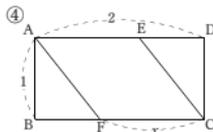
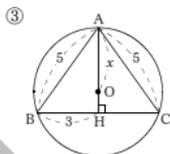
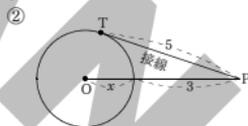
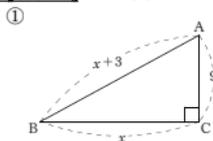
- 3 右の図のような三角柱がある。この三角柱を A, C, E を通る平面で切断するとき B から $\triangle ACE$ にひいた垂線 BO の長さを求めよ。⇨p245 例5



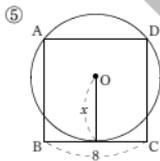
6

方程式と三平方の定理

例1 方程式と三平方の定理(1)

次の図で x の値を求めよ。練習1 次の図で x の値を求めよ。

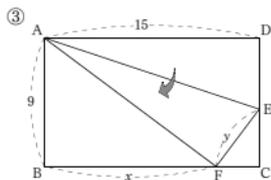
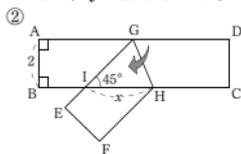
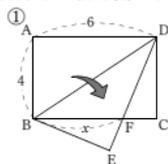
四角形 $ABCD$ は長方形で
 $AF=FC=CE=AE$



正方形 $ABCD$ の辺 BC が
 円 O に接している

例2 方程式と三平方の定理(2)

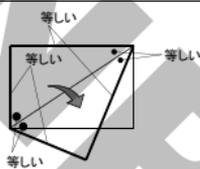
長方形の紙を図のように折り曲げたとき x , y の値を求めよ。



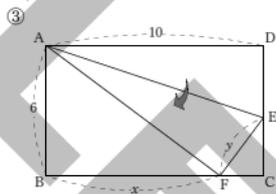
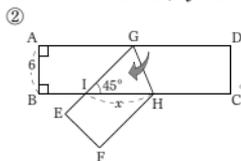
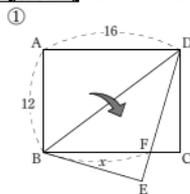
Point

◆ 紙を折り曲げる

◆ 角や辺が右のように等しくなる

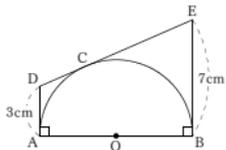


練習2 長方形の紙を図のように折り曲げたとき x , y の値を求めよ。



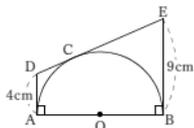
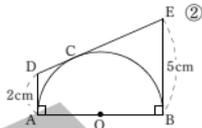
例3 方程式と三平方の定理(3)

半円Oの円周上の点Cを通る接線がある。円Oの直径を求めよ。



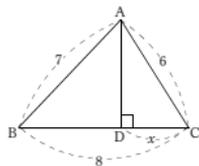
練習3 半円Oの円周上の点Cを通る接線がある。円Oの直径を求めよ。

①



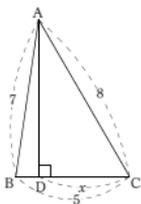
例4 方程式と三平方の定理(4)

次の図でxの値を求めよ。

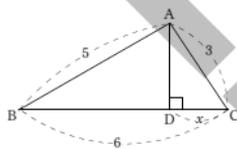


練習4 次の図でxの値を求めよ。

①

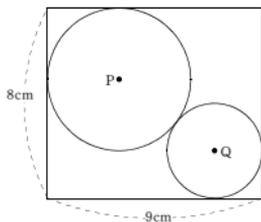


②

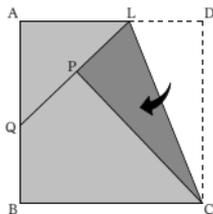


確認問題 B

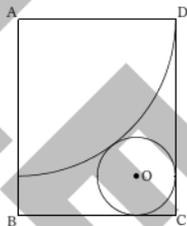
- 1 右の図のような長方形に2つの円が外接して接している。小さいほうの円Qの半径が2cmであるとき、大きいほうの円Pの半径を求めよ。☞p250 例1



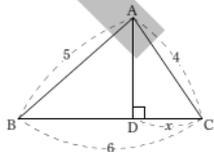
- 2 1辺が5cmの正方形ABCDの辺AD上にAL=3cmとなる点Lをとり、線分LCを折り目として折り返す。線分LPを延長した直線と辺ABとの交点をQとする。このときQBの長さを求めよ。☞p251 例2



- 3 右の図は長方形ABCDに円すいの展開図をかいたものである。円すいの側面はAを中心とする半径AD、中心角 90° のおうぎ形で、底面である円Oは、辺BC、辺CDとおうぎ形の弧に接している。AB=15cmのとき円Oの半径を求めよ。☞p252 例3



- 4 次の図でxの値を求めよ。☞p252 例4



1

標本調査

例1 標本調査と全数調査

□にあてはまることばを書け。

- ◆ 調査の対象となる集団を ① □ という。
- ◆ 母集団から取り出した一部の資料を ② □ という。
- ◆ 母集団の全部のものについて調査することを ③ □ という。
- ◆ 母集団から標本を取り出し、それを調査し、結果から母集団の傾向を推定することを ④ □ という。

練習1 次の調査は全数調査と標本調査のどちらに適しているか。

- ① テレビの視聴率調査
- ② 中学校の体力測定
- ③ 選挙前の投票調査
- ④ 大学の入試試験

例2 標本調査

当たりとはずれのくじが500本入っている箱の中から50本のくじを取り出したら当たりが4本入っていた。この箱の中には何本の当たりくじがあると考えられるか。

練習2-1 300人の生徒の中から20人を選んで、右ききか左ききかを調べたら左ききが5人いた。300人の生徒の中に左ききは何人いると考えられるか。

練習2-2 赤球と青球と白球が合わせて600個入った袋から25個を取り出したら白球が6個入っていた。600個の球が入った袋の中には白球が何個あると考えられるか。

